



EUROPEAN BACCALAUREATE
ESCUELA EUROPEA

MATEMÁTICAS
5 PERIODOS

EJERCICIO 6 · SIN CALCULADORA
PROGRESIONES

JUNIO 2024



Ejercicio 6. Progresiones.

Para cada una de las siguientes afirmaciones, indica si es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.

a) Es posible encontrar una progresión tal que: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ y $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n) \neq 0$

Solución:

Este es un ejercicio de “idea feliz”, en el cual se nos tiene que ocurrir una sucesión que cumpla las condiciones propuestas.

Hay muchas posibles soluciones, voy a proponer varias. La afirmación es **VERDADERA**.

$u_n = n$ Compruebo las condiciones: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n} = 1$ y $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1 - n) = 1 \neq 0$

$u_n = n^2$ Compruebo las condiciones: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 = 1^2 = 1$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} ((n+1)^2 - n^2) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + 2n + 1 - n^2) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n + 1) = +\infty \neq 0$

Te animo a que pruebes con otras como: $u_n = n^3$ y $u_n = 2n$

Ejercicio 6. Progresiones.

b) Dada la progresión $\{w_n\}$ tal que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n^2 = 1$ entonces se cumple que $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 1$ o $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = -1$

Solución:

Otro ejercicio de “idea feliz”. En este caso, vamos a probar con sucesiones a ver que pasa.

Voy a centrarme en sucesiones que no tienen límite, como son las alternadas.

$w_n = (-1)^n$ Compruebo las condiciones:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} ((-1)^n)^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^{2n} = 1$$

Ya que $2n$ es un número par. Y todo número elevado a un exponente par, es positivo.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n$ Dicho límite **no existe** porque no converge a ningún valor, alterna entre 1 y -1 .

Por lo tanto, a pesar de que se cumple la premisa, no se cumplen las conclusiones, por lo tanto, la afirmación es **FALSA**.