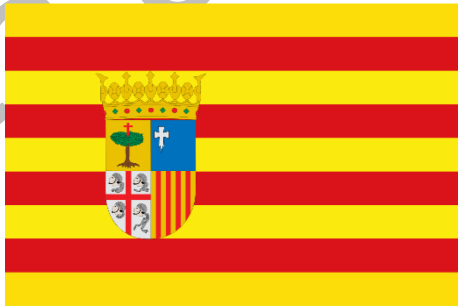
PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

ARAGÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO MATEMÁTICAS-TECNOLOGÍA

NOVIEMBRE 2020

Ejercicio 1

En el siguiente gráfico se muestra una etapa de la Vuelta a España. En el eje horizontal se señalan los kilómetros de los puntos en que comienzan (CP) y terminan los puertos de montaña, el punto de avituallamiento y la meta volante (S). En cada punto se señala su altura en metros sobre el nivel del mar.

a) Calcula la pendiente media del Puerto de San Lorenzo en tanto por ciento

La pendiente la podemos calcular con la fórmula:

$$P = \frac{Desnivel}{Distancia\ recorrdida} \cdot 100 = \frac{1350 - 500}{60000 - 50000} \cdot 100 = 8'5\%$$

Lógicamente, la distancia recorrida hay que expresarla en metros, por eso hemos multiplicado los kilómetros por 1000.

La pendiente media del Puerto de San Lorenzo en tanto por ciento es del **8'5%**.

Ejercicio 1

b) Si el ganador ha realizado la etapa con una velocidad media de 38 Km/h y el último clasificado la ha realizado a 43 Km/h. Calcula la diferencia de tiempo entre los dos ciclistas en horas, minutos y segundos

La distancia total de la etapa es 144'4 km.

El tiempo que tarda un ciclista en recorrer la etapa es:

$$v = \frac{distancia\ recorrida}{t} \longrightarrow t = \frac{distancia\ recorrida}{v}$$

Ciclista rápido (43 km/h). $t = \dfrac{144'4\ km}{43\ km/h} = 3'358\ horas$

OJO, HAY UN ERROR. EL CORREDOR RÁPIDO ES EL QUE CIRCULA A MAYOR VELOCIDAD

Ciclista lento (38 km/h). $t = \dfrac{144'4\ km}{38\ km/h} = 3'8\ horas$

La diferencia es: $D = 3'8 - 3'358 = 0'442\ horas \longrightarrow D = 0'442 \cdot 60 = 26'52\ minutos$

Calculo los segundos que son 0'52 minutos: $0'52 \cdot 60 = 31\ segundos$

La diferencia de tiempo será **26 minutos y 31 segundos.**

Ejercicio 1

c) Calcula el porcentaje de kilómetros de la etapa que les falta a los ciclistas cuando pasan por la meta volante

La meta volante se encuentra en el kilómetro **116’5.**

La etapa tiene una longitud de **144’4 km.**

La distancia que queda por recorrer es la diferencia entre ambas: 144’4−116’5=**27’9 km.**

El porcentaje se calcula con la fórmula:

$$\% = \frac{distancia\ restante}{distancia\ total} \cdot 100 = \frac{27'9}{144'4} \cdot 100 = \mathbf{19'32\ \%}$$

El porcentaje que les falta a los ciclistas será **el 19’32%.**

Ejercicio 2

Después una gran tormenta se mide en el cauce de un río la profundidad con una regla vertical. Se observa que crece linealmente a un ritmo de 10 cm cada hora. Si la altura inicial del agua es de 2,5 metros hallar:

a) La altura del agua al cabo de 150 minutos.

Expreso 150 minutos en horas. $t = \frac{150}{60} = 2'5\ horas$

La altura será **de 2'75 m.**

Expreso 10 cm en m. ***10 cm=0'1 m***.

Calculo la altura a los 150 minutos. $h = 2'5 + 0'1 \cdot 2'5 = \boldsymbol{2'75\ m}$

b) El tiempo que tarda en llegar la profundidad a 2,92 metros.

Se utiliza la misma expresión que en el apartado anterior. $h = h_0 + 0'1 \cdot t$

Se sustituye la altura por 2'92 metros. $2'92 = 2'5 + 0'1 \cdot t$

Y se despeja. $t = \frac{2'92 - 2'5}{0'1} = \boldsymbol{4'2\ horas}$

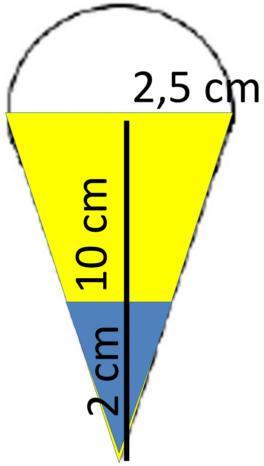
El tiempo será **de 4'2 horas.**

c) Halla la expresión de la función lineal que relaciona la profundidad en centímetros en función del tiempo en horas.

Se utiliza la misma expresión que en el apartado anterior, pero expresando los datos en cm y cm/h.

$$\boldsymbol{h = 250 + 10 \cdot t}$$

Ejercicio 3



Un helado está formado por un cono de barquillo relleno de helado de vainilla tal como se muestra en la figura. La bola forma una semiesfera perfecta. El cono tiene una altura de 10 cm y un radio de 2,5 cm. El cono tiene los dos centímetros de la parte inferior rellenos de chocolate. El grosor del barquillo es muy pequeño y se puede despreciar.

a) Halla el volumen de helado de vainilla que forma la bola exterior al cono de barquillo.

El volumen de una semiesfera es la mitad del volumen de una esfera.

$$V_{Semiesfera} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3'14 \cdot 2'5^3 \approx 32'7\ cm^3$$

El volumen de la bola exterior será **de 32'7 cm^3.**

b) Hallar el volumen de chocolate del relleno de la parte inferior del cono

El volumen del cono de 2 cm de altura (la parte rellena de chocolate), será: $V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

Para calcular el radio del cono de 2 cm de altura, se debe calcular el radio a esa altura. Se utilizarán los triángulos semejantes.

$$\frac{10}{2} = \frac{2'5}{x} \longrightarrow x = \frac{2 \cdot 2'5}{10} = 0'5\ cm$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3'14 \cdot 0'5^2 \cdot 2 \approx 0'52\ cm^3$$

El volumen de chocolate será **de 0'52 cm^3.**

Ejercicio 3

c) Halla la superficie de barquillo que tiene el helado.

El área lateral de un cono se calcula mediante la fórmula: $A_{lateral\ del\ cono} = \pi \cdot r \cdot g$

Se debe calcular la generatriz (g). Para ello, utilizaremos el teorema de Pitágoras.

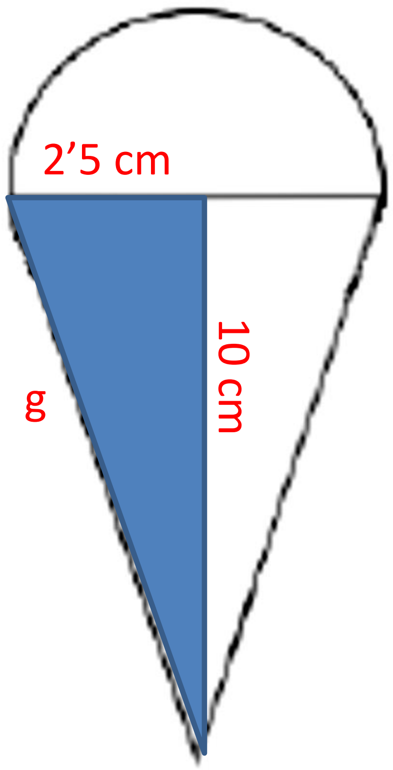
$$hipotenusa^2 = cateto1^2 + cateto2^2 \longrightarrow g^2 = 10^2 + 2'5^2$$

$$g = \sqrt{10^2 + 2'5^2} \approx 10'3\ cm$$

Aplico la fórmula para calcular el área lateral del cono:

$$A_{lateral\ del\ cono} = 3'14 \cdot 2'5 \cdot 10'3 \approx \mathbf{80'9\ cm^2}$$

La superficie del barquillo será **de 80’9 cm^2.**



Ejercicio 4

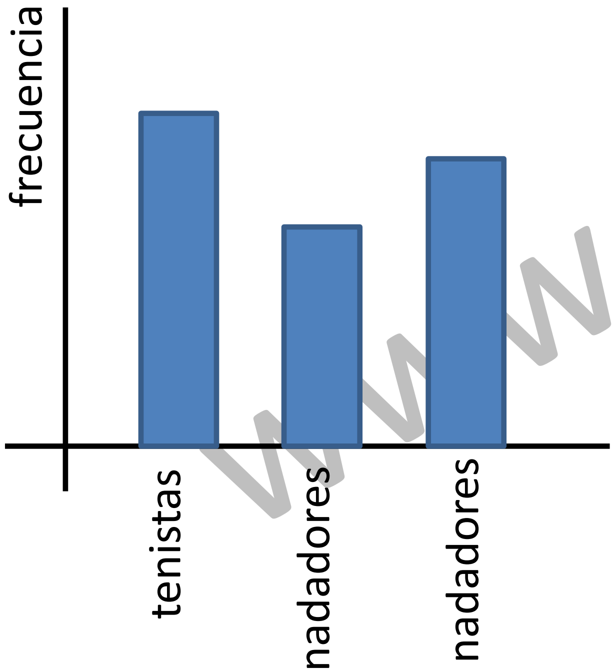
En un club deportivo hay 400 deportistas federados de tenis, natación y ajedrez. El 40% de los deportistas juegan a tenis, el 25% practican natación y el resto juega a ajedrez.

a) Representa la frecuencia absoluta de practicantes en cada deporte en un diagrama de barras.

Calculo el número de tenistas y de nadadores a partir de los porcentajes.

$n^{\underline{o}}\ de\ tenistas = \frac{40}{100} \cdot 400 = \mathbf{160\ tenistas}$ $\quad$ $n^{\underline{o}}\ de\ nadadores = \frac{25}{100} \cdot 400 = \mathbf{100\ nadadores}$

$n^{\underline{o}}\ de\ ajedrecistas = 400 - 160 - 100 = \mathbf{140\ ajedrecistas}$



Ejercicio 4

En un club deportivo hay 400 deportistas federados de tenis, natación y ajedrez. El 40% de los deportistas juegan a tenis, el 25% practican natación y el resto juega a ajedrez.

b) Si se eligen dos deportistas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos sean nadadores?

Se aplica el principio de multiplicación. $P = \frac{100}{400} \cdot \frac{99}{399} = \frac{33}{532} \approx \mathbf{0'062}$

La probabilidad de que los dos sean nadadores será **de 0'062.**

c) Al año siguiente aumentan un 10% el número de jugadores de tenis, aumenta un 30% el número de nadadores y disminuye un 15% el número de ajedrecistas ¿qué porcentaje del total de deportistas ese año juegan a tenis?

Se aplica la fórmula de aumento y disminución porcentual $C_f = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)$

$$nº\ de\ tenistas = 160 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 160 \cdot 1'1 = \boldsymbol{176\ tenistas}$$

El porcentaje de tenistas será **del 41'4 %**

$$nº\ de\ nadadores = 100 \cdot \left(1 + \frac{30}{100}\right) = 100 \cdot 1'3 = \boldsymbol{130\ nadadores}$$

$$nº\ de\ ajedrecistas = 140 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 140 \cdot 0'85 = \boldsymbol{119\ ajedrecistas}$$

$$\%(tenistas) = \frac{nº\ de\ tenistas}{nº\ de\ deportistas} \cdot 100 = \frac{176}{176 + 130 + 119} \cdot 100 \approx \mathbf{41'4}\ \%$$

Ejercicio 5

Una empresa de ropa deportiva necesita 10 máquinas para fabricar 5000 camisetas en 7 días. ¿Cuántas máquinas necesitará para fabricar 9000 camisetas en 9 días?

Se resuelve el ejercicio mediante una regla de 3 compuesta.

Máquinas		Camisetas		días
	D			
10	—	5000	—	7
x	—	9000	—	9
		I		

A mayor número de máquinas funcionando, menor número de días se tardará en fabricar una cantidad concreta de camisetas. Por ello la relación entre el número de máquinas y el número de días es **inversamente proporcional**.

A mayor número de máquinas, mayor número de camisetas se producirá para un número concreto de días. Por ello la relación entre el número de máquinas y el número de camisetas es **directamente proporcional**.

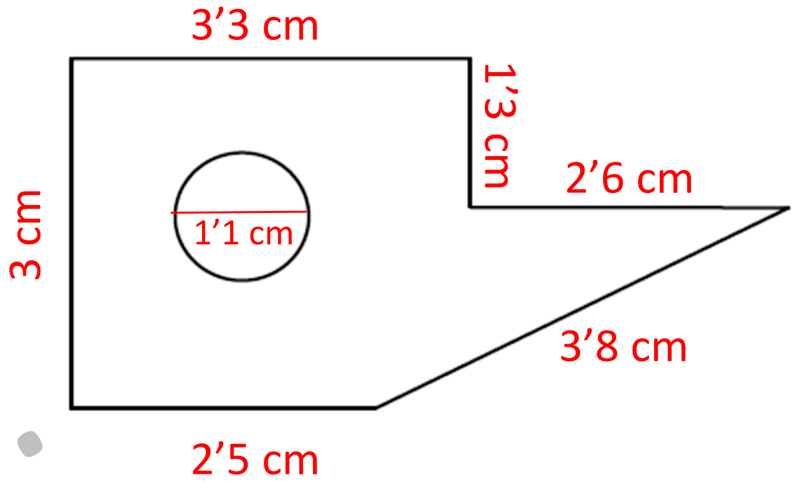
Se plantea la ecuación de la regla de 3 compuesta.

$$\frac{9}{7}\cdot\frac{5000}{9000}=\frac{10}{x} \longrightarrow \frac{45000}{63000}=\frac{10}{x} \longrightarrow x=\frac{10\cdot 63000}{45000} \longrightarrow x = 14\ máquinas$$

Se fabricarán 9000 camisetas en 9 días si utilizamos **14 máquinas.**

Ejercicio 6

El siguiente esquema representa una plaza a escala 1:2000 que tiene una fuente circular en la posición indicada



DATOS MEDIDOS EN LA HOJA QUE IMPRIMÍ PORQUE NO VIENEN EN EL EXAMEN

a) Halla los metros de perímetro que tiene la plaza

El perímetro de la plaza es la suma de todos los lados.

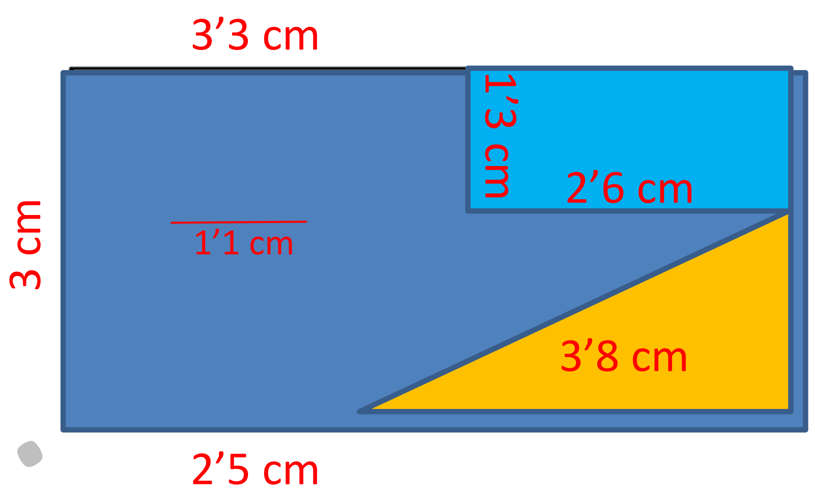
$$Perímetro = 3 + 3'3 + 1'3 + 2'6 + 3'8 + 2'5 = 16'5\ cm$$

Se aplica ahora la escala que nos da el ejercicio.

$$Perímetro\ REAL = Perímetro\ en\ el\ plano \cdot escala = 16'5 \cdot 2000 = 33000\ cm = \mathbf{330\ m}$$

El perímetro de la plaza es de **330 metros**.

Ejercicio 6



El siguiente esquema representa una plaza a escala 1:2000 que tiene una fuente circular en la posición indicada

b) Halla la superficie total de la plaza

Se calcula el área de un rectángulo que cubra toda la plaza y se le restan las partes que no ocupa la plaza (incluida la fuente).

Ese rectángulo tiene por lados 5’9 cm y 3 cm, por eso su área es:

$$A_{Rectángulo} = a \cdot b = 5'9 \cdot 3 = 17'7\ cm^2$$

Se calcula el área del rectángulo superior derecho.

Ese rectángulo tiene por lados 1’3 cm y 2’6 cm, por eso su área es: $A_1 = a \cdot b = 1'3 \cdot 2'6 = 3'38\ cm^2$

Se calcula el área del triángulo rectángulo inferior derecho.

Ese triángulo tiene por base 1’7 cm y 3’4 cm, por eso su área es: $A_2 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{1'7 \cdot 3'4}{2} = 2'89\ cm^2$

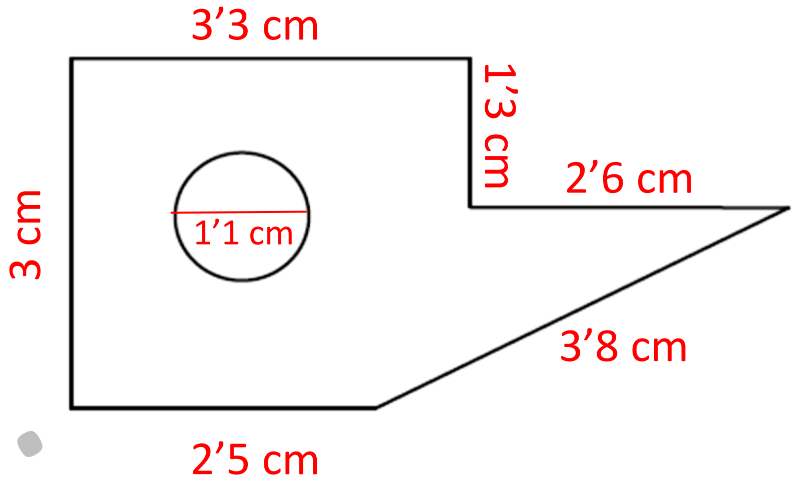
Se calcula el área del círculo (la fuente). $A_3 = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 0'55^2 = 0'95\ cm^2$

Como no queda claro el enunciado, calcularé el área de la plaza incluyendo la fuente y sin incluirla.

$$A_{plaza\ incluye\ fuente} = A_{Rectángulo} - A_1 - A_2 = 17'7 - 3'38 - 2'89 = 11'43\ cm^2$$

$$A_{plaza\ no\ incluye\ fuente} = A_{Rectángulo} - A_1 - A_2 - A_3 = 17'7 - 3'38 - 2'89 - 0'95 = 10'48\ cm^2$$

Ejercicio 6



El siguiente esquema representa una plaza a escala 1:2000 que tiene una fuente circular en la posición indicada

b) Halla la superficie total de la plaza

A partir de las superficies obtenidas a partir del esquema,, se aplica ahora la escala que nos da el ejercicio.

Se debe tener en cuenta, que el factor de proporcionalidad se debe elevar al cuadrado, por ello, la relación en superficie es: $1{:}2000^2$

Es decir, 1 cm^2 cuadrado en el esquema, equivale a 4.000.000 de cm^2.
Expresado en m^2, sería 1cm^2, equivale a 400 m^2.

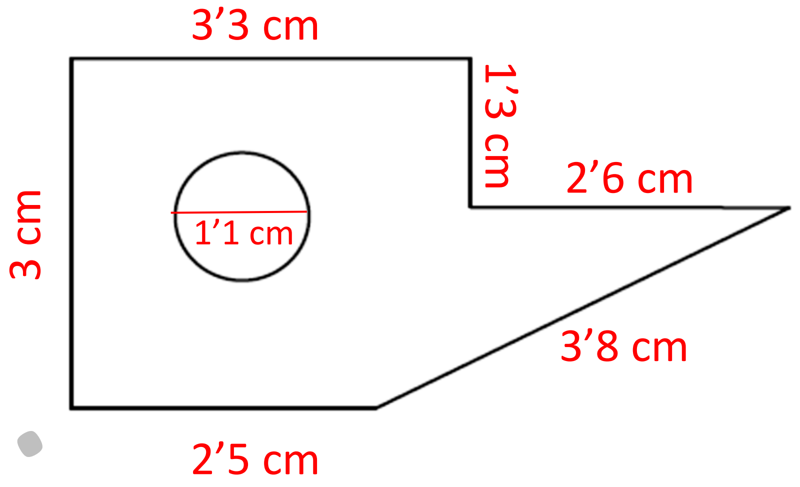
$$\acute{A}rea\ REAL = \acute{A}rea\ en\ el\ plano \cdot escala$$

$$\acute{A}rea\ REAL = A_{plaza\ incluye\ fuente} \cdot escala = 11'43 \cdot 400 = 4572\ m^2.$$

$$\acute{A}rea\ REAL = A_{plaza\ no\ incluye\ fuente} \cdot escala = 10'48 \cdot 400 = 4192\ m^2.$$

El área de la plaza si incluimos la fuente es de **4572 m²** y el área si no la incluimos es de **4192 m²**.

El siguiente esquema representa una plaza a escala 1:2000 que tiene una fuente circular en la posición indicada



c) Si la fuente tiene una profundidad de 40 cm, calcula el volumen en litros de agua que contiene.

El área de la fuente en el esquema es: $A_3 = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 0'55^2 = 0'95\ cm^2$

A partir de las superficies obtenidas a partir del esquema,, se aplica ahora la escala que nos da el ejercicio.

Se debe tener en cuenta, que el factor de proporcionalidad se debe elevar al cuadrado, por ello, la relación en superficie es: $1:2000^2$

Es decir, 1 cm^2 cuadrado en el esquema, equivale a 4.000.000 de cm^2.

Expresado en m^2, sería 1cm^2, equivale a 400 m^2.

$$Área\ REAL = Área\ en\ el\ plano \cdot escala$$

$$Área\ REAL = A_{fuente} \cdot escala = 0'95 \cdot 400 = 380\ m^2 = 38000\ dm^2.$$

La fuente es un cilindro, por lo que su volumen será: $V = A_{círculo} \cdot h$

Se expresa la profundidad en dm: h=40 cm=4 dm. Y se calcula el volumen.

$$V = A_{círculo} \cdot h = 38000 \cdot 4 = 152000\ dm^3 = 152000\ L$$

El volumen de la la fuente es de **152.000 L.**