PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

COMUNIDAD VALENCIANA

PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

JUNIO 2015

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

1) Fracciones y Porcentajes.
2) Funciones cuadráticas.
3) Ecuaciones de primer y de segundo grado.
4) Lenguaje algebraico.
5) Volúmenes de cuerpos geométricos.
6) Estadística.
7) Probabilidad.

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.

Aprende a estudiar.

Porcentajes. Teoría y ejercicios.

Teorema de Pitágoras

Teoría y ejercicios de probabilidad.

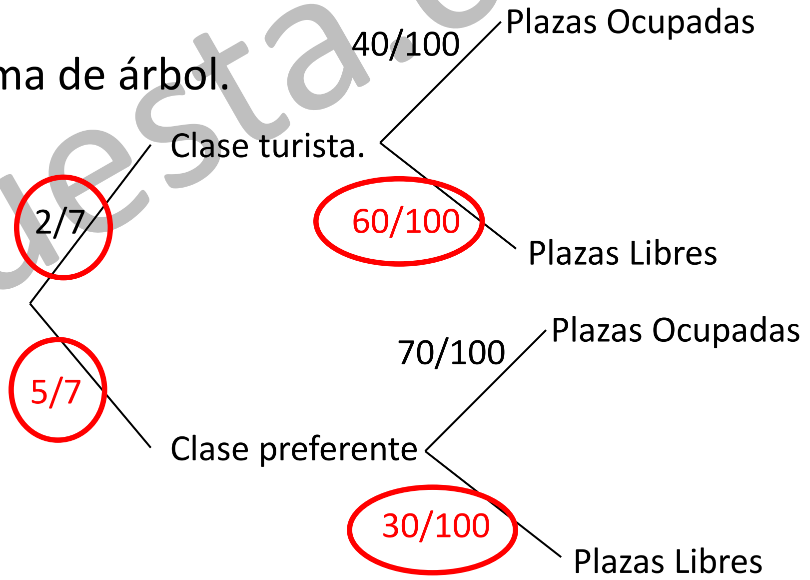
Exámenes de años anteriores.

Ejercicio 1

Un avión dispone de 420 plazas. Los 2/7 son de clase turista y el resto de preferente. El 40% de las plazas de clase turista y el 70% de las de preferente están ocupadas. Calcula el número de plazas del avión que están vacías.

Solución:

Plantearemos el problema mediante un diagrama de árbol.



La fracción de plazas libres en el avión será:

$$\frac{2}{7}*\frac{60}{100}+\frac{5}{7}*\frac{30}{100}=\frac{120}{700}+\frac{150}{700}=\frac{270}{700}=\frac{27}{70}$$

La fracción de plazas vacías será $\frac{27}{70}$.

Como conozco el dato de plazas totales del avión, ya puedo calcular el número de plazas vacías.

$$\frac{27}{70}\,de\ 420=\frac{27}{70}*420=\frac{27*420}{70}=27*6=162\ plazas\ libres$$

El avión tiene 162 plazas vacías.

Ejercicio 2

Dada la función $f(x) = x^2 - 2x$

a) Represéntala gráficamente.

b) Resuelve la ecuación que resulta cuando f(x) vale 3.

Solución:

Es una función cuadrática que tiene forma de parábola.

Para representar una parábola debemos calcular el vértice en primer lugar.

La primera componente del vértice se calcula con la fórmula: $\boxed{v_x = \frac{-b}{2a}}$

En esta función podemos observar que: a=1, b= -2 y c=0.

Por lo tanto: $v_x = \frac{-(-2)}{2 * 1} = 1$ Ahora se debe calcular la otra componente del vértice.

Para ello se sustituye el valor de v_x en la función f(x). $f(1) = 1^2 - 2 * 1 = -1$

Y ya podemos decir que el vértice de la parábola se encontrará en el punto $(1, -1)$

Ejercicio 2

A continuación, debemos calcular los puntos de corte con los ejes.

$f(x) = x^2 - 2x$

Vértice=$(1, -1)$

Puntos de corte con el eje X (y=0): Se iguala la función a 0.

$$x^2 - 2x = 0 \longrightarrow x * (x - 2) = 0 \longrightarrow x = 0 \;\; ; \;\; x - 2 = 0$$

Al ser una ecuación de segundo grado incompleta, la resuelvo sacando factor común.

Obteniendo dos soluciones: x=0 y x=2

Los puntos de corte con el eje X, serán (0,0) y (2,0)

El punto de corte con el eje Y (x=0): Se sustituye la x por cero en la función.

$$f(0) = 0^2 - 2 * 0 = 0 \longrightarrow$$ El punto de corte con el eje Y, será (0,0)

Para representar de forma más precisa la parábola, utilizaré algunos valores auxiliares. Los obtendré sustituyendo en la función.

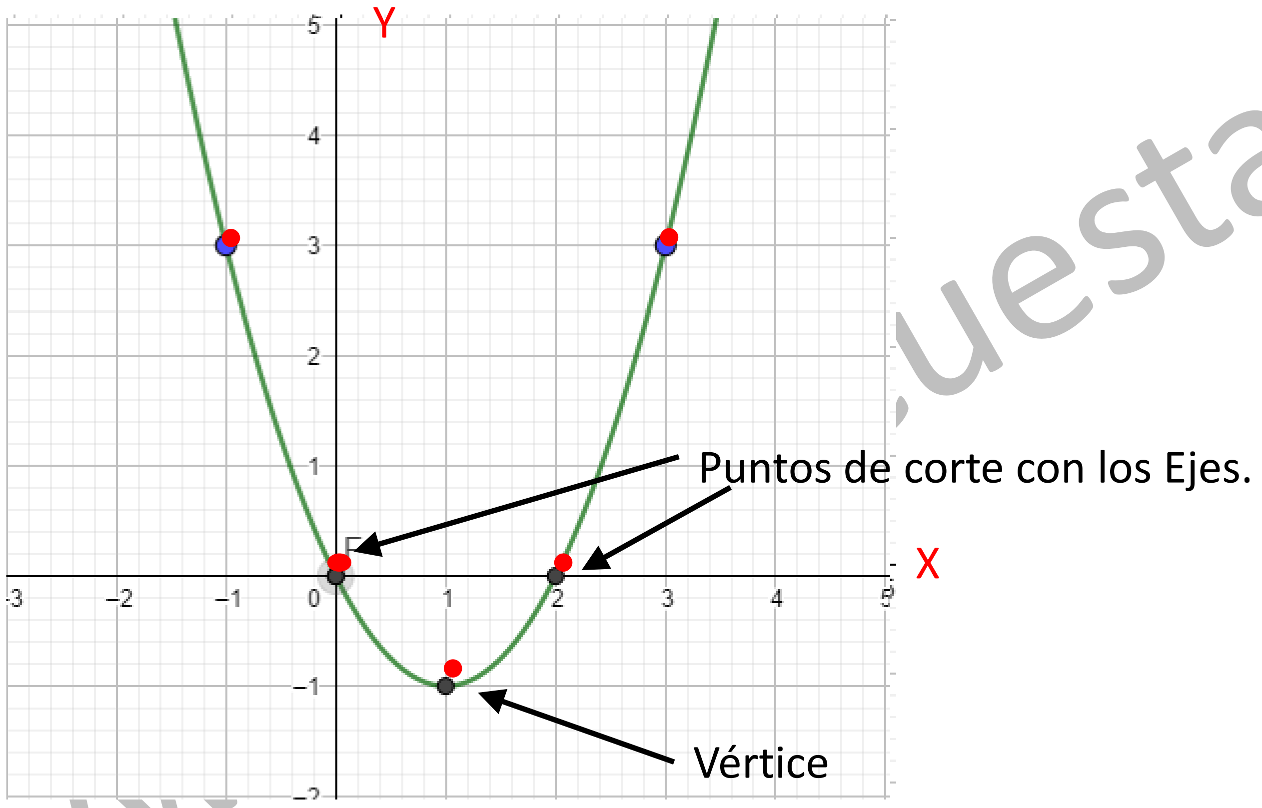
x	y
-1	3
3	3

$$f(-1) = (-1)^2 - 2 * (-1) = 3$$

$$f(3) = (3)^2 - 2 * 3 = 3$$

Ejercicio 2

Disponiendo del vértice, los puntos de corte con los ejes y los valores auxiliares, ya podemos representar gráficamente la función.



$f(x) = x^2 - 2x$

Vértice=$(1, -1)$

Puntos obtenidos:

Corte con los ejes.

(0,0); (2,0)

Valores auxiliares.

(– 1,3); (3,3)

Ejercicio 2

b) Resuelve la ecuación que resulta cuando f(x) vale 3.

$$x^2 - 2x = 3$$

Pasamos el 3 al otro lado del igual y se plantea una ecuación de segundo grado completa.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

La fórmula para resolver la ecuación de segundo grado es: $\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Siendo: a=1, b= -2, c= -3.

Aplicamos la fórmula:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 * 1 * (-3)}}{2 * 1} \longrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \longrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-2}{2} = -1$$

$\boxed{\text{Las soluciones de la ecuación son } x_1 = -1 \text{ y } x_2 = 3.}$

Ejercicio 3

Hemos repartido 40 monedas entre las bolsas A y B. Sabemos que si pasamos 7 monedas de la bolsa A a la B, ambas tendrán el mismo número. Plantea un sistema o una ecuación, y calcula el número de monedas que hay en cada bolsa.

Solución: Llamaremos: x al número de monedas en la bolsa A
y al número de monedas en la bolsa B

"Hemos repartido 40 monedas entre las bolsas A y B": $x + y = 40$

"si pasamos 7 monedas de la bolsa A a la B": $x \to x - 7 \qquad y \to y + 7$

"ambas tendrán el mismo número": $x - 7 = y + 7 \longrightarrow x - y = 14$

Ya podemos plantear el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x + y = 40 \\ x - y = 14 \end{cases}$

Resolveré el sistema utilizando el método de sustitución:

Despejo x de una de las ecuaciones: $x = 14 + y$

Y sustituyo en la otra ecuación: $14 + y + y = 40 \longrightarrow 2y = 26 \longrightarrow \boxed{y = \frac{26}{2} = 13}$

Para calcular el valor de x, sustituyo en la ecuación despejada anteriormente.

$\boxed{x = 14 + 13 = 27}$

Solución: En la bolsa A hay 27 monedas y en la B hay 13 monedas.

Ejercicio 4

Un depósito de gas tiene forma de esfera cuyo diámetro es el 15% de 40 m. Calcula:

a) El radio de la esfera.

b) El volumen del depósito en m^3 . (Recuerda que $\pi = 3{,}14$).

c) Si el litro de gas cuesta 0,02 € y en el depósito hay las 2/5 partes de 30 metros cúbicos, ¿cuánto cuesta el gas que hay en el depósito?

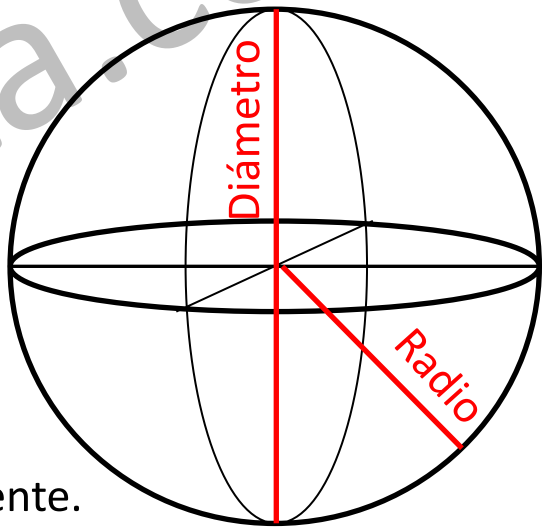
Solución:

En primer lugar calculo el 15% de 40 m.

$$15\%\ de\ 40 = \frac{15}{100} * 40\ = 6\ m\ de\ diámetro$$

El radio de la esfera es la mitad del diámetro.

$\boxed{\text{El radio de la esfera es de 3 metros.}}$



El volumen de la esfera se calcula con la fórmula correspondiente.

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$V = \frac{4}{3} * 3'14 * 3^3 \approx 113\ m^3.$$

$\boxed{\text{El volumen de la esfera es 113 } m^3.}$

OJO: el precio es por litro.
Recuerda: $1 m^3$=1000 litros.

El volumen de gas es: $\frac{2}{5} de\ 30 = \frac{2}{5} * 30 = 12\ m^3 = 12000\ litros.$

Es coste es: $Coste = Precio * Cantidad \longrightarrow Coste = 0'02 * 12000 = 240\ €$

$\boxed{\text{El coste del gas en el depósito es de 240€.}}$

Ejercicio 5

Los precios del café, en euros, en los bares de una zona son:

1,1	1,1	1,0	1,2	1,4	1,1	1,2	1,0	1,1	1,5

Calcula:

a) El precio medio de los cafés en dicha zona.

b) Si entramos al azar en uno de estos bares y tomamos un café, ¿cuál es la probabilidad de que nos cueste 1,2 €?

Solución:

Utilizamos la fórmula de la media: $\bar{\mathrm{x}} = \dfrac{\sum \mathrm{x_i}}{\mathrm{N}}$

$$\bar{x} = \frac{1'1 + 1'1 + 1'0 + 1'2 + 1'4 + 1'1 + 1'2 + 1'0 + 1'1 + 1'5}{10} \longrightarrow \bar{x} = 1'17$$

El precio medio del café en la zona es de 1’17€.

Para calcular la probabilidad se aplica la regla de Laplace: $P = \dfrac{Número\ de\ casos\ favorables}{Número\ de\ casos\ totales}$

$$P = \frac{2}{10} = 0'2$$

La probabilidad de que un café nos cueste 1’2€ es **0’2**.