

El problema del día

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA
COMUNIDAD VALENCIANA

PROCESOS E INSTRUMENTOS
MATEMÁTICOS

JUNIO 2016

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

- 1) Fracciones y Porcentajes.
- 2) Áreas.
- 3) Sistemas de Ecuaciones.
- 4) Estadística.
- 5) Funciones lineales.

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



ÁNGEL CUESTA
Tu profesor en la red
www.angelcuesta.com

Teoría y ejercicios de estadística.



Aprende a estudiar.



Porcentajes. Teoría y ejercicios.



Teorema de Pitágoras



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Exámenes de años anteriores.



Ejercicio 1

En una biblioteca se prestan libros de lunes a jueves. La semana pasada se prestaron: el lunes los $\frac{2}{9}$, el martes los $\frac{2}{5}$, el miércoles los $\frac{3}{10}$ y el jueves el resto. Calcule la fracción de préstamos del jueves e indique qué día se prestaron más libros y cuál menos.

Solución:

- La fracción total de libros es 1.
- Sumo todas las fracciones prestadas:

$$\frac{2}{9} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{20}{90} + \frac{36}{90} + \frac{27}{90} = \frac{83}{90} \quad \text{He prestado } \frac{83}{90} \text{ hasta el miércoles}$$

- Por lo tanto, el jueves se prestaron $\frac{7}{90}$.
- Para comparar fracciones, utilizamos las fracciones equivalentes con el mismo denominador (calculadas antes):

$$\text{Lunes: } \frac{2}{9} = \frac{20}{90} \quad \text{Martes: } \frac{2}{5} = \frac{36}{90} \quad \text{Miércoles: } \frac{3}{10} = \frac{27}{90}$$

- Por lo que el día que se prestaron más libros, fue el **martes** y el que menos fue el **jueves**.

Ejercicio 2

Calcule el perímetro y el área de la zona sombreada. (Suponemos que los ejes están graduados en centímetros).

Solución:

Lo primero que debemos observar es que en el dibujo, lo que hay es una semicirculo (medio círculo) y un triángulo.

Para calcular el perímetro de la zona sombreada, se debe calcular la longitud de la semicircunferencia y la longitud de los dos lados del triángulo. El perímetro será la suma de esas longitudes.

El perímetro de la semicircunferencia será: $P = \pi * r$

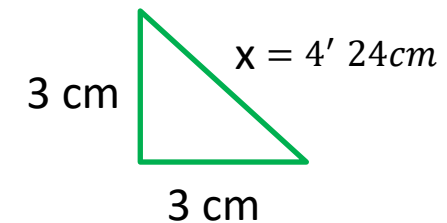
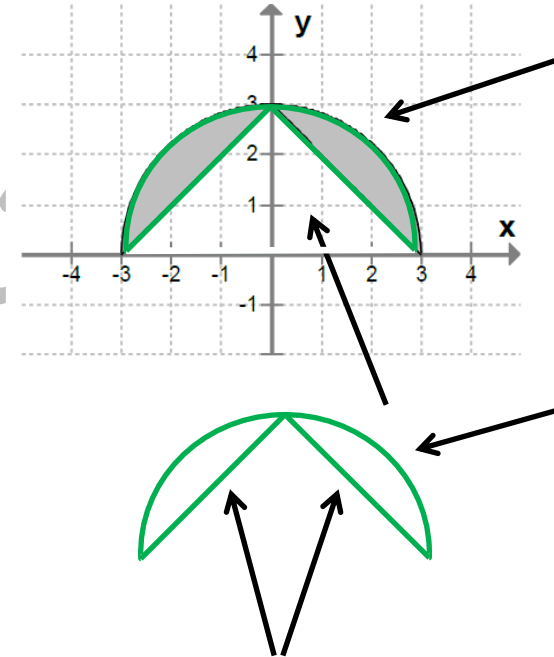
En este caso: $P = 3'14 * 3 = 9'42cm$

Para calcular la longitud del lado (hipotenusa) se debe utilizar el teorema de Pitágoras.

$$x^2 = 3^2 + 3^2 \longrightarrow x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \cong 4'24cm$$

Por lo tanto el perímetro es: $P = 9'42 + 4'24 + 4'24 = 17'9 cm$

El perímetro de la zona sombreada es de 17'9 cm



Ejercicio 2

Para calcular el área sombreada, se debe calcular el área del semicírculo y restarle el área del triángulo.

$$\text{El área del semicírculo es: } A = \frac{\pi * r^2}{2}$$

$$\text{Quedando: } A_S = \frac{3,14 * 3^2}{2} = \mathbf{14'13 \text{ cm}^2}$$

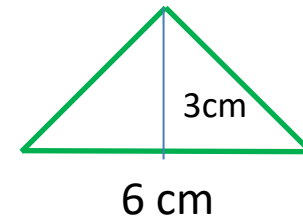
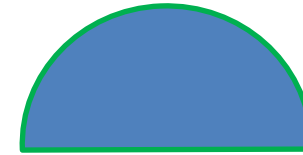
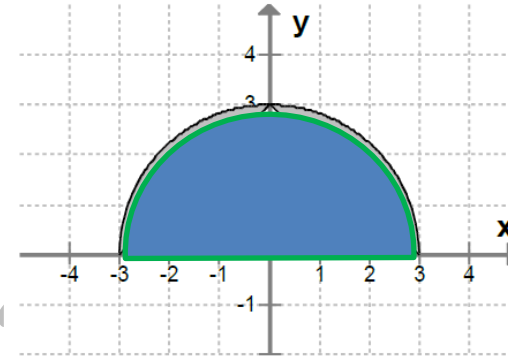
$$\text{El área del triángulo es: } A = \frac{b * h}{2}$$

$$\text{Quedando: } A_T = \frac{6 * 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área sombreada será: $A = A_S - A_T$

$$A = 14'13 - 9 = 5'13 \text{ cm}^2$$

El área sombreada será $5'13 \text{ cm}^2$



Ejercicio 3

En una empresa trabajan 80 personas. Usan gafas el 30% de los hombres y el 24% de las mujeres. Si el número total de personas que usa gafas es 21. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay en la empresa?

Solución: Se define: x ="número de hombres" e y ="número de mujeres"

Se definen las ecuaciones a partir del enunciado.

"En una empresa trabajan 80 personas": $x + y = 80$

"Usan gafas el 30% de los hombres": $\frac{30}{100}x = 0'3x$

"Usan gafas el 24% de las mujeres": $\frac{24}{100}y = 0'24y$

"El número total de personas que usan gafas es 21": $0'3x + 0'24y = 21$

Pudiendo escribir el sistema de ecuaciones correspondiente al problema.

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 0'3x + 0'24y = 21 \end{cases}$$

Ahora que está planteado el sistema de ecuaciones, debemos resolverlo.

Ejercicio 3

Resolveré el sistema utilizando el método de sustitución.

$$\begin{cases} x + y = 80 & \longrightarrow y = 80 - x \\ 0'3x + 0'24y = 21 \end{cases}$$

Se despeja de la primera ecuación la incógnita y .

Y se sustituye en la segunda ecuación. $\longrightarrow 0'3x + 0'24(80 - x) = 21$

Operamos para despejar x . $\longrightarrow 0'3x + 19'2 - 0'24x = 21$

$$0'06x = 21 - 19'2$$

$$0'06x = 1'8$$

Y se calcula y , sustituyendo en $y=80-x$

$$y = 80 - 30 = \mathbf{50}$$

$$x = \frac{1'8}{0'06} = \mathbf{30}$$

Solución: En la empresa hay 30 hombres y 50 mujeres.

Ejercicio 4

Los datos sobre el número de accidentes que se han producido el último año en una empresa de 100 trabajadores están recogidos en la siguiente tabla:

Nº accidentes	0	1	2	3
Nº de trabajadores que sufren accidentes	70	12	10	8

- Complete la tabla.
- Calcule la media, la mediana y la moda de la distribución.
- Si elegimos una persona al azar, calcule la probabilidad de que:
 - No haya sufrido ningún accidente.
 - Haya sufrido más de un accidente.

Solución:

a) Como la suma total de trabajadores es 100, se puede calcular el número de trabajadores que han sufrido un accidente, restando a 100 la suma del resto de trabajadores.

$$X=100-(70+10+8)=100-88=12 \longrightarrow \mathbf{12} \text{ trabajadores han sufrido un accidente.}$$

Ejercicio 4

Para calcular la media, se debe utilizar la fórmula correspondiente: $\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{N}$

$$\bar{x} = \frac{0 * 70 + 1 * 12 + 2 * 10 + 3 * 8}{100} = \frac{56}{100} = 0'56$$

La media es 0'56

La mediana es el valor central de los datos ordenados de menor a mayor. Si el número de datos es par, es el valor medio entre los dos valores centrales.

Cuando nos dan una tabla de frecuencias, es conveniente hacer una columna con la frecuencia acumulada y otra con el porcentaje. El valor de la mediana será aquel que se encuentre dentro del 50%.

x_i	0	1	2	3
f_i	70	12	10	8
F_i	70	82	92	100
% Ac.	70	82	92	100

Para el primer valor ya se supera el 50%, Por lo tanto, la **mediana vale 0.**

La moda es el valor que mas se repite, por lo tanto, **la moda es 0.**

Nº accidentes	0	1	2	3
Nº de trabajadores que sufren accidentes	70	12	10	8

Ejercicio 4

Si elegimos una persona al azar, calcule la probabilidad de que:

- i. No haya sufrido ningún accidente.
- ii. Haya sufrido más de un accidente.

i. Aplicando la regla de Laplace: $P(X=0)=70/100=0'7$

ii. Aplicando la regla de Laplace: $P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)=10/100+8/100=18/100=0'18$

Nº accidentes	0	1	2	3
Nº de trabajadores que sufren accidentes	70	12	10	8

Ejercicio 5

Un transportista aplica a sus clientes la siguiente tarifa: 45 € de entrada y 50 céntimos por km:

- Escriba la función que relaciona el coste de un transporte con el número de km del trayecto.
- Dibuje en unos ejes de coordenadas la gráfica de la función.
- ¿Cuánto cobrará por realizar un transporte a una distancia de 120 km?
- ¿Cuántos km ha recorrido al realizar un trabajo por el que ha cobrado 81 €?

Solución: Definimos: y ="coste de un transporte" y x ="km recorridos"

a) La función será: $y=45+0'5x$

b) Se obtiene una tabla de valores para representar.

x	y
0	45
100	95

c) Se sustituye x por 120.

$$y=45+0'5*120=105$$

Cobraré 105€

d) Se sustituye y por 81

$$81=45+0'5*x$$

Se despeja x : $81 - 45 = 0'5x \rightarrow x = \frac{36}{0'5} = 72$ **Recorreré 72km**

