

El problema del día

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

COMUNIDAD VALENCIANA

PROCESOS E INSTRUMENTOS
MATEMÁTICOS

JUNIO 2017

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

- 1) Mínimo común múltiplo.
- 2) Ecuaciones de segundo grado.
- 3) Funciones lineales.
- 4) Sistemas de ecuaciones.
- 5) Áreas y Teorema de Pitágoras.
- 6) Estadística y Probabilidad.

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.



Aprende a estudiar.



Porcentajes. Teoría y ejercicios.



Teorema de Pitágoras



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Exámenes de años anteriores.



ÁNGEL CUESTA
Tu profesor en la red
www.angelcuesta.com

Ejercicio 1

María trabaja en un hospital y tiene guardias nocturnas cada 18 días y su íntima amiga Yolanda cada 15 días.

- a) Si han coincidido hoy, ¿cuántos días tardarán en volver a coincidir?
b) ¿Cuál de las dos tendrá guardia dentro de 270 días? Razona tu respuesta.

Solución:

- a) Para saber cada cuantos días coinciden tenemos que obtener el mínimo común múltiplo de 18 y 15

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ & 3 \\ & 3 \\ & 1 \\ \hline 15 & 3 \\ & 5 \\ & 1 \\ \hline \end{array}$$

El mcm se obtiene multiplicando todos los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

$$18 = 2 * 3^2$$

$$15 = 3 * 5$$

$$\begin{aligned} \text{mcm} &= 2 * 3^2 * 5 \\ \text{mcm} &= 90 \end{aligned}$$

Tardarán en coincidir 90 días.

- b) Para saber cuál de las dos tendrá guardia tendremos que ver si 270 es múltiplo de 18 y de 15

$$270 / 18 = 15$$

$$270 / 15 = 18$$

Vemos que es múltiplo de ambos.

Las dos tendrán guardia dentro de 270 días

Ejercicio 2

Realiza los siguientes ejercicios:

- a) Resuelve la ecuación: $2x^2 + 2x - 12 = 0$
- b) Representa la función $f(x) = -3x + 2$

Solución:

- a) Podemos simplificar la ecuación dividiendo entre dos ambos lados de la ecuación ya que todos los términos son números pares:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Aplicamos la fórmula de la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Siendo: } a=1 ; b=1 ; c=-6$$

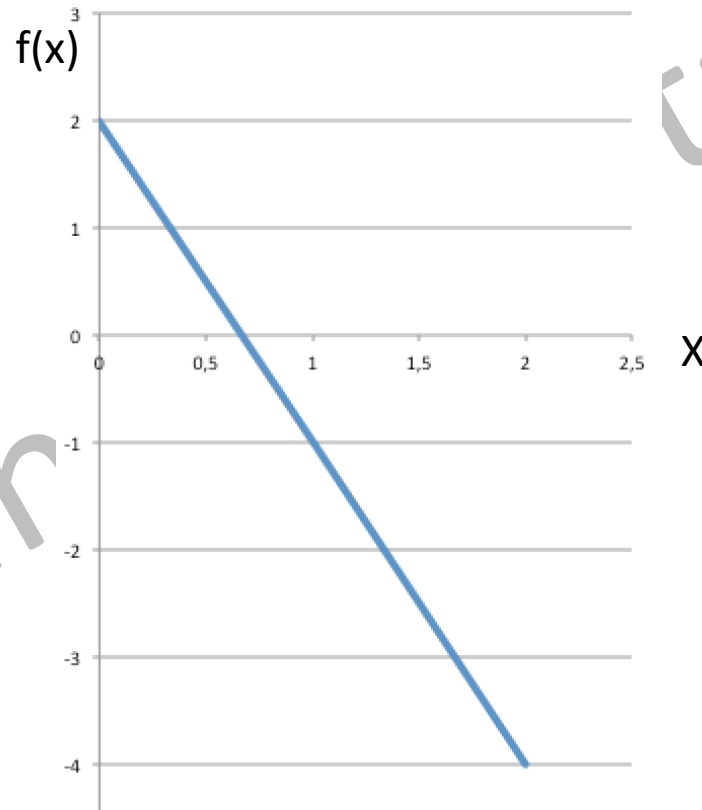
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1} \longrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \longrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$x_1 = 2$
$x_2 = -3$

b) Representa la función $f(x) = -3x + 2$

Construimos una tabla de valores de x y hallamos $f(x)$, puesto que es una función lineal.

x	$f(x)$
0	2
1	-1
2	-4



Al representar observamos que la recta es decreciente, eso es debido al valor negativo de la pendiente (que es -3) y que pasa por el punto (0,2), que es la ordenada en el origen.

Ejercicio 3

Un apicultor quiere mezclar miel de azahar a 5 €/kg con miel de eucalipto a 9€/kg para crear un mezcla que remedie los resfriados. ¿Cuántos kilos de cada clase debe juntar para obtener 40 kg de miel cuyo precio sea 8 €/kg?

Solución

Nos encontramos ante un problema de mezclas.

Llamemos **X** a los kilos de miel de azahar e **Y** a los kilos de miel de eucalipto.

“Se quieren obtener 40 kilos de miel”, por lo que: $X + Y = 40$

Como el precio de la miel resultante tiene que ser 8€/kg, por 40 kilos nos pagarán: $40 * 8 = 320$ €

“miel de azahar 5 €/kg” y “miel de eucalipto 9 €/Kg” , entonces: $5X + 9Y = 320$

Definimos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 9y = 320 \end{cases}$$

Se resolverá el sistema por el método de sustitución.

$$x = 40 - y$$

$$5 * (40 - y) + 9y = 320$$

$$200 - 5y + 9y = 320$$

$$4y = 120$$

$$y = 30$$

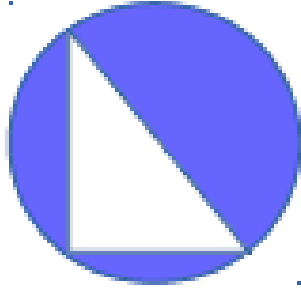
$$x = 40 - 30$$

$$x = 10$$

Tiene que mezclar 10 kilos de miel de azahar con 30 kilos de miel de eucalipto

Ejercicio 4

Dada la siguiente figura, contesta las preguntas: (Considera $\pi = 3,14$)



- Si el perímetro de la circunferencia mide 31,4 cm. Calcula su área.
- Teniendo en cuenta que la hipotenusa del triángulo rectángulo inscrito en la circunferencia pasa por el centro de la misma, ¿cuánto mide su hipotenusa?
Si la base de este triángulo mide 6 cm, ¿cuánto mide su altura?
- Calcula el área de la zona sombreada.

Solución:

A partir del perímetro puedo calcular el radio de la circunferencia.

$$\begin{aligned} \text{a) } P &= 2\pi \cdot R \\ R &= P/2\pi \\ R &= 31,4 \text{ cm} / 2\pi \\ R &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ A &= \pi 5^2 \text{ cm}^2 \\ A &= 78,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

b) La hipotenusa sería igual al diámetro del círculo, es decir el doble del radio.

$$\text{Hipotenusa} = 2 \cdot 5 \text{ cm}$$

$$\text{Hipotenusa} = 10 \text{ cm}$$

La altura se calcula por el **teorema de Pitágoras**:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Base}^2 + \text{Altura}^2$$

$$\text{Altura}^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\text{Altura} = \sqrt{64}$$

$$\text{Altura} = 8 \text{ cm}$$

c) El área sombreada es el área del círculo menos el área del triángulo.

La del círculo: 78,5 cm²

$$A_{\text{trian}} = \text{Base} \cdot \text{altura} / 2$$

$$A_{\text{trian}} = 6 \cdot 8 / 2$$

$$A_{\text{trian}} = 24 \text{ cm}^2$$

$$A = 78,5 - 24$$

$$A = 54,5 \text{ cm}^2$$

Ejercicio 5

En uno de los estudios del CIS sobre la población se hizo a 72 personas la siguiente pregunta: ¿cuántas personas en su entorno se encuentran en paro y buscando trabajo en la actualidad? Obteniéndose los siguientes resultados:

X_i (número de personas en paro)	0	1	2	3	4
f_i (frecuencia)	33	14	10	8	7

- Calcula la media y la moda del número de personas en paro.
- Si elegimos una de estas personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que conozca menos de 2 personas en paro?

Solución:

La media se calcula mediante la fórmula:

$$\bar{X} = \frac{\sum xi fi}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{0 * 33 + 1 * 14 + 2 * 10 + 3 * 8 + 4 * 7}{72}$$

$$\bar{X} = 1,19$$

La media es 1,19

La moda es el valor de X que tiene la frecuencia más alta. En este ejercicio el valor de 0 tiene la frecuencia mas alta.

Moda = 0

Ejercicio 5

b) Si elegimos una de estas personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que conozca menos de 2 personas en paro?

X_i (número de personas en paro)	0	1	2	3	4
f_i (frecuencia)	33	14	10	8	7

Se aplicará la regla de Laplace. $P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}$

Para calcular la probabilidad tenemos que sumar las frecuencias de 0 y 1 parados y dividirla por el número de entrevistados (N=72)

$$P = \frac{33 + 14}{72}$$

$$P = \frac{47}{72}$$

La probabilidad de elegir una persona al azar y que conozca menos de 2 personas en paro es de 47/72

Al hacer la división no da un número exacto, por lo que dejamos el resultado en fracción.