El examen del día

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

OCTUBRE 2012

A petición de Zibnaf Paladine

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

1) Sistemas de ecuaciones.
2) Volúmenes de cuerpos geométricos.
3) Ecuaciones de primer grado.
4) Estadística.
5) Probabilidad.
6) Mínimo Común Múltiplo y Máximo común divisor.

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.

Aprende a estudiar.

Porcentajes. Teoría y ejercicios.

Teorema de Pitágoras

Teoría y ejercicios de probabilidad.

Exámenes de años anteriores.

Ejercicio 1

Si compramos 1 kilo de naranjas y 3 de manzanas nos gastamos 9€. Si compramos 3 kilos de naranjas y 1 de manzanas nos gastamos 7'8€.

Plantea un sistema de ecuaciones y calcula el precio del kilo de naranjas y del kilo de manzanas.

Solución:

En primer lugar, se definen las incógnitas.

x es el precio del kilo de naranjas.

y es el precio del kilo de manzanas.

"Si compramos 1 kilo de naranjas y 3 de manzanas nos gastamos 9€":

"Si compramos 3 kilos de naranjas y 1 de manzanas nos gastamos 7'8€":

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} x + 3y = 9 \\ 3x + y = 7'8 \end{array}\right\}}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones utilizando el método de sustitución:

Se despeja de la primera ecuación la incógnita x: $x + 3y = 9 \longrightarrow x = 9 - 3y$

Se sustituye en la segunda ecuación: $3x + y = 7'8 \longrightarrow 3 \cdot (9 - 3y) + y = 7'8 \longrightarrow 27 - 9y + y = 7'8$

$$27 - 9y + y = 7'8 \longrightarrow -8y = -19'2 \longrightarrow \boxed{y = \frac{-19'2}{-8} = 2'4}$$

Se sustituye en x: $x = 9 - 3y \longrightarrow \boxed{x = 9 - 3 \cdot 2'4 = 1'8}$

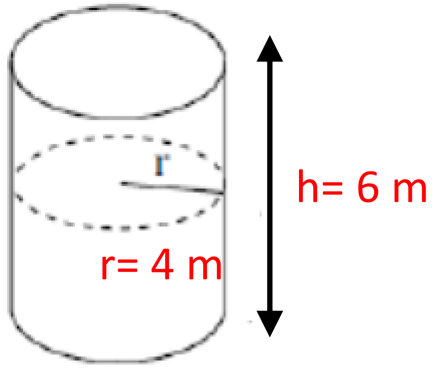
Solución:
El precio del kilo de naranjas es de 1'8€ y el de manzanas 2'4€.

Ejercicio 2

Un depósito de agua tiene forma de cilindro cuya altura mide 6 metros y el diámetro de la base 8 metros.
Calcula los litros que caben en el depósito.

Solución:

Tomamos los datos: h= 6 m D= 8 m r= 4 m El radio es la mitad del diámetro.



El volumen de un cilindro viene dado por la fórmula:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \longrightarrow V = 3'14 \cdot 4^2 \cdot 6 \longrightarrow V = 301'44\, m^3$$

Como me piden el volumen en litros, recordamos que 1 litro es igual a 1 dm^3.
Por ello, **1 m^3 son 1000 litros**.

$$\boxed{V = 301440\ litros}$$

Basta con multiplicar por 1000 el volumen en m^3.

$$\boxed{\text{En el depósito caben 301440 litros.}}$$

Ejercicio 3

Resuelve la ecuación: $\dfrac{2x-3}{3} - 2\cdot(-x+4) = 3x-6$

Solución:

En primer lugar, se opera el paréntesis. $\dfrac{2x-3}{3} + 2x - 8 = 3x - 6$ ¡OJO! Al signo menos delante del 2

Se hace el mínimo común múltiplo. $\dfrac{2x-3}{3} + \dfrac{3\cdot(2x-8)}{3} = \dfrac{3\cdot(3x-6)}{3}$

Se simplifican los denominadores. $2x - 3 + 3\cdot(2x-8) = 3\cdot(3x-6)$

Se operan los paréntesis. $2x - 3 + 6x - 24 = 9x - 18 \longrightarrow 2x + 6x - 9x = -18 + 3 + 24$

Se pasan a un lado de la ecuación todos los términos literales, y al otro los términos numéricos.

Operando: $-x = 9 \longrightarrow \boxed{x = -9}$

Ejercicio 4

En una encuesta se les pregunta a 12 personas sobre el número de televisores que tienen en casa.
Las doce respuestas son: *2,1,1,0,1,4,2,0,1,2,3,4*

Calcula:

a) La media y la moda del número de televisores por casa.

b) Si elegimos una de estas personas al azar, calcula la probabilidad de que tenga más de dos televisores en su casa.

Solución:

Agrupo los datos en una tabla de frecuencias.

Número de TVs	Número de personas	
x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
0	2	0
1	4	4
2	3	6
3	1	3
4	2	8
SUMA:	12	21

Para calcular la media, calculo el número total de televisores. Para ello, agrego la columna $x_i \cdot f_i$ y sumo los resultados.

Se calcula la media con la fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{21}{12} = 1'75}$$

El valor de la moda es el número de televisores más frecuente, es decir 1.

Solución: $\bar{x} = 1'75$ **Mo=1**

Ejercicio 4

En una encuesta se les pregunta a 12 personas sobre el número de televisores que tienen en casa.
Las doce respuestas son: *2,1,1,0,1,4,2,0,1,2,3,4*

b) Si elegimos una de estas personas al azar, calcula la probabilidad de que tenga más de dos televisores en su casa.

Solución:

Recordamos la tabla de frecuencia.

Número de TVs	**Número de personas**
x_i	f_i
0	2
1	4
2	3
3	1
4	2
SUMA:	12

Aplicando la regla de Laplace:

$$P = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ totales} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = 0'25$$

La probabilidad de que una persona elegida al azar tenga más de 2 televisores **es 0'25**.

Ejercicio 5

Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 84 y 120.
Una vez calculados, comprueba la siguiente propiedad: *"El producto de dos números es igual a la de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo".*

Solución:

En primer lugar se factorizan los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Se expresan los números como producto de sus factores:

$84= 2^2·3·7$

$120= 2^3·3·5$

El **máximo común divisor** es el producto de los factores comunes elevados al menor exponente.

$\boxed{M.C.D\ (84,120)=2^2·3=12}$

El **mínimo común múltiplo** es el producto de los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

$\boxed{m.c.m\ (84,120)=2^3·3·5·7=840}$

Comprobamos ahora la afirmación del enunciado:

$$\left.\begin{array}{l} 84·120= 10080 \\ 12·840= 10080 \end{array}\right\} \text{En efecto, se cumple.}$$