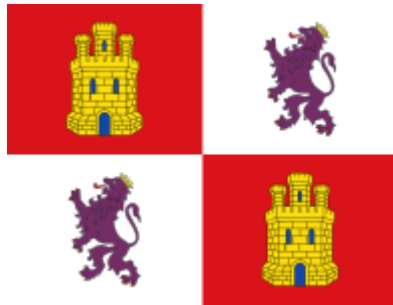
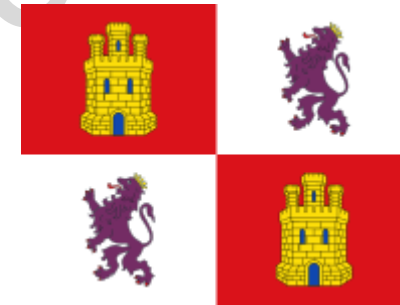


PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



CASTILLA Y LEÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS

MAYO 2019 (Parte 1 de 2)



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Ange



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Áreas y volúmenes

Porcentajes

Regla de 3 compuesta

Ecuaciones de primer grado



Ejercicio 1

1. Dado un hexágono regular cuyo lado mide 18 cm.
 - a) Calcule su perímetro y exprese el resultado en metros.
 - b) Calcule su área y exprese el resultado en dm^2 .
 - c) Calcule el volumen de un prisma cuya base es el hexágono anterior sabiendo que su altura son 0,4 metros. Exprese el resultado en litros.

Solución:

Se expresa la longitud del lado en metros. $L=0'18 \text{ m}$.

El perímetro es la suma de los 6 lados, que son iguales por ser regular el hexágono.

$$P = 6 \cdot L \longrightarrow P = 6 \cdot 0'18 \longrightarrow P = 1'08 \text{ m}$$

El perímetro del hexágono regular será de **1'08 m**.

Se expresa la longitud del lado en decímetros. $L=1'8 \text{ dm}$.

El área de un polígono regular se calcula con la fórmula: $A = \frac{P \cdot a}{2}$

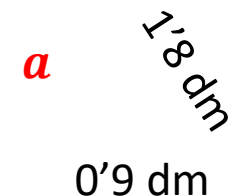
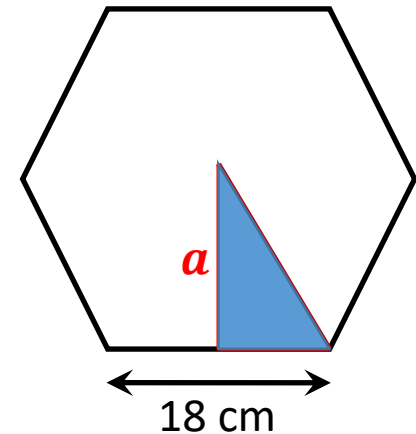
Para calcular la apotema del hexágono regular se debe aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo.

$$\text{hipotenusa}^2 = (\text{cateto1})^2 + (\text{cateto2})^2$$

$$1'8^2 = 0'9^2 + (\text{cateto2})^2 \longrightarrow 3'24 = 0'81 + a^2 \longrightarrow 3'24 - 0'81 = a^2$$

$$2'43 = a^2 \longrightarrow a = \sqrt{2'43} \approx 1'56 \text{ dm}$$

©Angel Cuesta Arza



Ejercicio 1

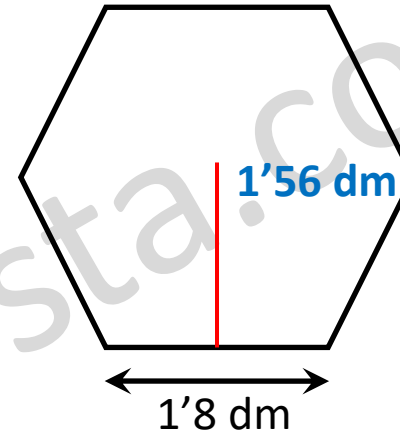
b) Calcule su área y exprese el resultado en dm^2 .

El área de un polígono regular se calcula con la fórmula: $A = \frac{P \cdot a}{2}$

El perímetro del hexágono regular es de **1'08 m=10'8 dm**.

$$A = \frac{P \cdot a}{2} \longrightarrow A = \frac{10'8 \cdot 1'56}{2} \approx 8'424 \text{ dm}^2$$

El área del hexágono regular será de **8'424 dm^2** .



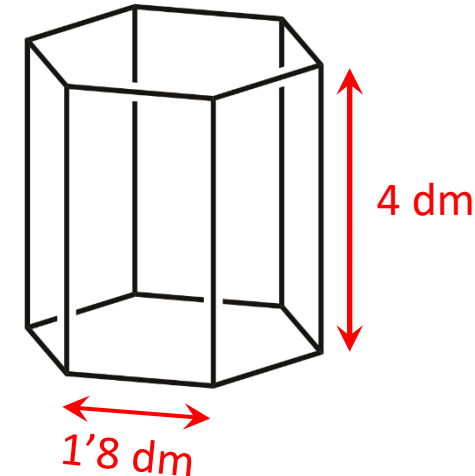
c) Calcule el volumen de un prisma cuya base es el hexágono anterior sabiendo que su altura son 0'4 metros. Exprese el resultado en litros.

La altura expresada en dm es 4 dm. 0'4 m=4 dm.

El volumen del prisma será: $V = A \cdot h$

$$V = 8'424 \cdot 4 \approx 33'696 \text{ dm}^3 = 33'696 \text{ litros}$$

El volumen del prisma hexagonal será de **33'696 litros**.



Ejercicio 2

En 2018 un apicultor de Castilla y León recogió 4.440 kg de miel.

- a) Sabiendo que en 2018 se incremento un 20% la cantidad de miel recogida con respecto a 2017, cuantos kg obtuvo en 2017?
- b) La densidad de la miel es 1'4 g/cm³ ¿Cuanto pesa la miel contenida en un bote que tiene una capacidad de 500 cm³?
- c) Si trabajando 5 personas envasaron los 4.440 kilos de miel en 4 días, ¿cuántos días habrían tardado 7 personas en envasar 12.432 kilos?

Solución:

Una de las formas de resolver el problema sería aplicar la fórmula que relaciona la cantidad final (año 2018) y la cantidad inicial (año 2017).

$$\text{Cantidad Final} = \text{Cantidad Inicial} \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)$$

$$\text{Sustituyendo: } 4440 = x \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) \longrightarrow 4440 = x \cdot 1'2$$

$$x = \frac{4440}{1'2} = 3700$$

En 2017 había recogido 3700 kg de miel.

Ejercicio 2

b) Si la cantidad de personas es 5 personas en 4 días, ¿cuántos días se tardarían en envasar 12.432 kilos?

Se aplica la fórmula de la densidad. $d = \frac{m}{V}$ $\xrightarrow{\text{Personas}} \frac{5}{4}$ $m = d \cdot V$ $\xrightarrow{\text{Kg de miel}} \frac{4440 \text{ kg}}{4 \text{ días}}$ $m = 1'4 \cdot 500 = 700 \text{ gramos}$

La masa de la miel contenida en el bote es de 700 gramos. — 12432 kg — x

A mayor número de personas trabajando, menor número de días se tardará en envasar una cantidad concreta de miel. Por ello la relación entre el número de personas y el número de días es **inversamente proporcional**.

A mayor número de Kg de miel envasados, mayor número de días se serán necesarios manteniendo el número de trabajadores. Por ello la relación entre el número de personas y el número de días es **directamente proporcional**.

Se plantea la ecuación de la regla de 3 compuesta.

$$\frac{7}{5} \cdot \frac{4440}{12432} = \frac{4}{x} \longrightarrow \frac{31080}{62160} = \frac{4}{x} \longrightarrow x = \frac{4 \cdot 62160}{31080} \longrightarrow x = 8 \text{ días}$$

7 personas habrían tardado **8 días** en envasar 12432 kg de miel.

Ejercicio 3

Resuelva correctamente la siguiente ecuación para saber cuántos días vive, como media, una abeja obrera en tiempo de floración.

Solución:

$$\frac{2x - 30}{4} - \frac{3x - 20}{3} = \frac{x + 50}{4} - \frac{11x + 70}{12}$$

SIGNO NEGATIVO delante de ambas fracciones.
En primer lugar, se hace el **mínimo común múltiplo** de 3, 4 y 12. En este caso, **su valor es 12**.

$$\frac{3 \cdot (2x - 30)}{12} - \frac{4 \cdot (3x - 20)}{12} = \frac{3 \cdot (x + 50)}{12} - \frac{11x + 70}{12}$$

Como todos los denominadores son iguales, los simplificamos.

$$3 \cdot (2x - 30) - 4 \cdot (3x - 20) = 3 \cdot (x + 50) - (11x + 70)$$

Se operan los paréntesis. Atento a los signos.

$$6x - 90 - 12x + 80 = 3x + 150 - 11x - 70$$

Se agrupan las x a un lado. Los números al otro.

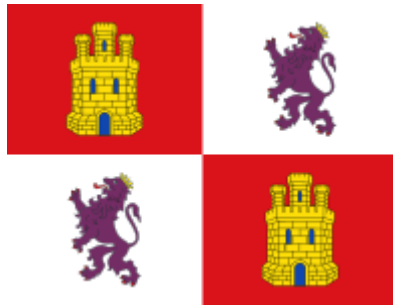
$$6x - 12x - 3x + 11x = 150 - 70 + 90 - 80$$

Operamos a ambos lados de la igualdad.

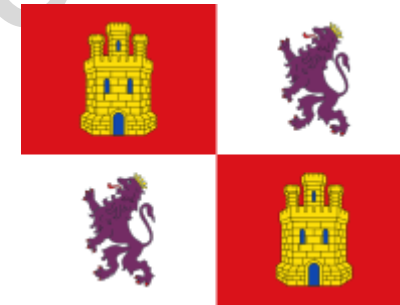
$$17x - 15x = 240 - 150 \longrightarrow 2x = 90 \longrightarrow x = \frac{90}{2} = 45$$

Una abeja obrera vive como media 45 días.

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



CASTILLA Y LEÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS

MAYO 2019 (Parte 2 de 2)



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Ange



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Estadística

Función cuadrática: representación de una parábola.



Ejercicio 4

Después de acudir a una conferencia sobre los beneficios de la práctica del deporte de forma habitual, hemos hecho una encuesta en clase. La pregunta ha sido: ¿Cuántos días a la semana haces deporte?

Las respuestas son las que aparecen recogidas en la siguiente tabla:

0	2	3	2	1	5	4	6
2	4	4	5	3	6	0	3
1	4	3	5	6	4	5	3
2	3	1	5	3	4	2	6

- a) ¿Cuántos alumnos somos en clase?
- b) ¿Cuántos practican deporte al menos dos días a la semana?
- c) ¿Cuál es la variable estadística en este estudio?
¿Es cuantitativa o cualitativa?

Solución:

En total somos 32 alumnos en clase. Basta con contar el número de respuestas.

Si contamos los que practican menos de 2 días terminamos antes. Como 5 personas practican menos de dos días deporte, **en total 27 son los que practican deporte 2 o más días a la semana.**

La variable de estudio es el **número de días que hacen deporte los alumnos de esta clase.** Es una **variable cuantitativa discreta.**

Ejercicio 4

Las respuestas son las que aparecen recogidas en la siguiente tabla:

0	2	3	2	1	5	4	6
2	4	4	5	3	6	0	3
1	4	3	5	6	4	5	3
2	3	1	5	3	4	2	6

d) Complete la siguiente tabla estadística:

e) Con los datos anteriores, calcule el valor de cada una de las medidas de centralización: la media, la mediana y la moda.

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	2	2/32=0'0625	0	0
1	3	3/32=0'09375	3	3
2	5	5/32=0'15625	10	20
3	7	7/32=0'21875	21	63
4	6	6/32=0'1865	24	96
5	5	5/32=0'15625	25	125
6	4	4/32=0'125	24	144
TOTALES: 32			107	451

Calculo la media utilizando la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} \longrightarrow \bar{x} = \frac{107}{32} \approx \boxed{3'34 \text{ días.}}$$

La moda es el valor que más se repite:

$$\boxed{Mo = 3 \text{ días}}$$

Ejercicio 4

x_i	<i>Frecuencia absoluta</i> f_i	<i>Frecuencia relativa</i> h_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	<i>Frecuencia acumulada</i> F_i	
0	2	2/32=0'0625	0	0	2	2<16 y 2<17
1	3	3/32=0'09375	3	3	5	5<16 y 5<17
2	5	5/32=0'15625	10	20	10	10<16 y 10<17
3	7	7/32=0'21875	21	56	17	17>16 y 17=17
4	6	6/32=0'1865	24	96	23	
5	5	5/32=0'15625	25	125	28	
6	4	4/32=0'125	24	144	32	
TOTALES: 32			107	451		

Para calcular la mediana, debo calcular una columna con la frecuencia acumulada.

Como el número de datos es par, la mediana será la media de los datos situados en las posiciones 16 y 17.

$$Me = \frac{x_{16} + x_{17}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = \boxed{3 \text{ días.}}$$

Ejercicio 4

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	2	2/32=0'0625	0	0
1	3	3/32=0'09375	3	3
2	5	5/32=0'15625	10	20
3	7	7/32=0'21875	21	56
4	6	6/32=0'1865	24	96
5	5	5/32=0'15625	25	125
6	4	4/32=0'125	24	144

TOTALES: 32

107

451

f) Calcule el valor de las siguientes medidas de dispersión: varianza y desviación típica.

Calcule la varianza utilizando la fórmula:

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \longrightarrow V = \frac{451}{32} - (3'34)^2 \approx 2'94$$

La varianza es 2'94.

Calcule la desviación típica: $s = \sqrt{V} \longrightarrow s = \sqrt{2'94} \approx 1'71$

La desviación típica es 1'71.

Ejercicio 5

Observando el vuelo que describe una abeja desde lo alto de un árbol hasta el suelo, comprobamos que la altura a la que se encuentra desde que sale del árbol hasta que aterriza, se puede calcular por medio de la función:

$A(t) = -t^2 + 6t + 16$, donde " t " es el *tiempo en segundos* y $A(t)$ nos da la *altura expresada en metros en función del tiempo*.

a) Calcule la altura a la que se encuentra cuando va a salir desde el árbol.

Se sustituye por $t=0$. **$A(0) = -0^2 + 6 \cdot 0 + 16 = 16$**

La altura cuando va a salir del árbol es 16 metros.

b) Calcule cuanto tiempo tarda en llegar al suelo.

Llegará al suelo cuando la altura sea cero, es decir, $A=0$ **$-t^2 + 6t + 16 = 0$** Se debe resolver la ecuación de segundo grado.

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Siendo: $a=-1$, $b=6$, $c=16$. Aplicamos la fórmula:

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 16}}{2 \cdot (-1)} \longrightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{-2} \longrightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{-2}$$

$$t = \frac{-6 \pm 10}{-2} \begin{cases} t_1 = \frac{4}{-2} = -2 \\ t_2 = \frac{-16}{-2} = 8 \end{cases}$$

Se toma la solución de tiempo positiva, ya que no tiene sentido físico un tiempo negativo.

El tiempo que tarda en llegar al suelo es 8 segundos.

Ejercicio 5

c) ¿Qué nombre recibe la grafica de la función A(t)? El nombre de la gráfica es **parábola**.

d) ¿En qué instante se encuentra la abeja a la máxima altura y a cuantos metros del suelo esta en ese momento?

En una función cuadrática, si el término que multiplica a t^2 es negativo, el máximo se encuentra situado en el **vértice** de la parábola.

La primera componente del vértice se calcula con la fórmula:

$$v_t = \frac{-b}{2a}$$

Siendo: $a=-1$, $b= 6$, $c= 16$.

Aplicamos la fórmula: $v_t = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$

Ahora se debe calcular la otra componente del vértice. Para ello se sustituye el valor de v_t en la función A(t).

$$A(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 + 16 = 25$$

Y ya podemos decir que la máxima altura se alcanza a los 3 segundos, y la altura máxima será de 25 metros.

Ejercicio 5

e) Represente la función $A(t)$ en el intervalo desde que sale del árbol hasta que aterriza escribiendo las coordenadas de al menos 5 puntos por los que pasa.

De los apartados anteriores disponemos de 3 puntos. Vértice: **$V=(3,25)$**

Punto de corte con el eje Y: **$H=(0,16)$**

Punto de corte con el eje X: **$K=(8,0)$**

Se dan dos valores más a la función:

Si $t=6$; $A(6)=-6^2+6\cdot6+16=16$ **$A=(6,16)$**

Si $t=4$; $A(4)=-4^2+6\cdot4+16=24$ **$B=(4,24)$**

