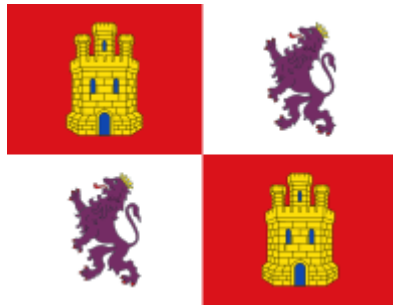
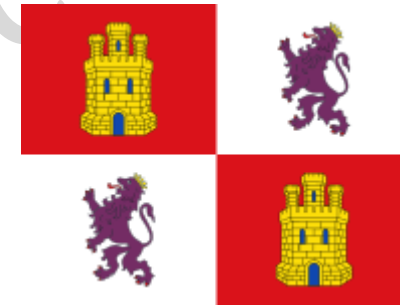


PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



CASTILLA Y LEÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS

MAYO 2021



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Ange



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Problema de porcentajes.

Problema de reglas de 3.

Teorema de Pitágoras.

Volumen de un cilindro

Estadística



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.



Aprende a estudiar.



Ejercicios de estadística resueltos.



Exámenes de años anteriores.



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Ejercicio 1

En una tienda se realizan dos rebajas consecutivas en la temporada de verano. En el mes de junio se realiza una primera rebaja del 15% y en el mes de julio una segunda rebaja del 20%. Resuelva las siguientes cuestiones:

- a) Si el precio de un pantalón en el mes de mayo es de 35€, ¿cuánto costará el pantalón una vez aplicadas las dos rebajas?
- b) Si compramos un pantalón en el mes de agosto por 35€, ¿cuánto costaba el pantalón antes de aplicar las dos rebajas?
- c) Sabiendo que el porcentaje de IVA que se aplica al pantalón es del 21% y que lo hemos vendido por 35€, cuando hagamos caja, ¿a cuánto dinero corresponde el IVA?

Solución:

Para calcular el precio final, aplico la fórmula de porcentajes sucesivos.

$$P_f = P_i \cdot \left(1 - \frac{\%_1}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\%_2}{100}\right)$$

$$P_f = 35 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 35 \cdot 0'85 \cdot 0'8 = \mathbf{23'8 \text{ €}}$$

El precio es de **23'8 €** después de las dos rebajas.

Para calcular el precio inicial, aplico la misma fórmula que antes, pero despejando el precio inicial.

$$P_i = \frac{P_f}{\left(1 - \frac{\%_1}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{\%_2}{100}\right)} = \frac{35}{\left(1 - \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right)} = \frac{35}{0'85 \cdot 0'8} \approx \mathbf{51'47 \text{ €}}$$

El precio es de **51'47 €** antes de las dos rebajas.

Ejercicio 1

c) Sabiendo que el porcentaje de IVA que se aplica al pantalón es del 21% y que lo hemos vendido por 35€, cuando hagamos caja, ¿a cuánto dinero corresponde el IVA?

Solución:

Para calcular el precio inicial, aplico la misma fórmula que en el apartado b), pero solo con el porcentaje de IVA.

$$P_i = \frac{P_f}{\left(1 + \frac{\%(\text{IVA})}{100}\right)} = \frac{35}{\left(1 + \frac{21}{100}\right)} = \frac{35}{1,21} \approx \mathbf{28'93 \text{ €}}$$

El IVA es la diferencia entre el precio con IVA (precio final) y precio sin IVA (precio inicial).

$$\text{IVA} = P_f - P_i = 35 - 28,93 = \mathbf{6'07 \text{ €}}$$

El IVA es de **6'07 €**.

Ejercicio 2

El tántalo es un elemento químico que se utiliza para fabricar teléfonos móviles y se extrae del mineral coltán. Supongamos que para fabricar 50.000 teléfonos móviles utilizamos 45 gramos de tántalo. Una multinacional de telefonía quiere fabricar 80 millones de teléfonos móviles.

a) Calcule cuántos gramos de tántalo se usarán para fabricar esos 80 millones de móviles y conviértalos a kilogramos.

Solución:

Calculo los gramos de tántalo con una regla de 3 directa, ya que los gramos necesarios de tántalo son directamente proporcionales al número de teléfonos móviles. Si se quiere duplicar la producción de teléfonos móviles, se necesitará una cantidad doble de tántalo.

<u>Nº de móviles</u>	<u>gramos Ta</u>
50.000	45
80.000.000	x

$$\longrightarrow x = \frac{80.000.000 \cdot 45}{50.000} = 72.000 \text{ g}$$

$$72.000 \cancel{\text{ g}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1.000 \cancel{\text{ g}}} = 72 \text{ kg}$$

Serán necesarios **72 kg de tántalo.**

Ejercicio 2

El tántalo es un elemento químico que se utiliza para fabricar teléfonos móviles y se extrae del mineral coltán. Supongamos que para fabricar 50.000 teléfonos móviles utilizamos 45 gramos de tántalo. Una multinacional de telefonía quiere fabricar 80 millones de teléfonos móviles.

b) Supongamos que vamos a extraer coltán de una mina en la que dicho mineral posee un 4% de tántalo. Teniendo en cuenta que necesitamos 200 gramos de tántalo para hacer las pruebas de laboratorio, ¿cuántos kg de coltán necesitaremos extraer de la mina para poder fabricar los 80 millones teléfonos móviles? Plantee una ecuación lineal de primer grado para resolver el problema.

Solución:

Del apartado anterior, sabemos que se necesitan 72 kg de tántalo para fabricar los teléfonos móviles. A ellos, debemos sumarle los 200 gramos para las pruebas de laboratorio. En total se necesitan 72'2 kg de tántalo.

Nos obligan a plantear una ecuación (hay otras formas de hacer el ejercicio, pero no lo permiten).

Sea x la cantidad en kg de coltán que necesitamos extraer de la mina.

El 4% del coltán serán 72'2 kg de tántalo.

$$\frac{4}{100} \cdot x = 72'2 \longrightarrow x = \frac{72'2 \cdot 100}{4} = 1.805 \text{ kg de coltán}$$

Serán necesarios **1.805 kg de coltán.**

Ejercicio 3

Quiero fabricar una piscina en mi jardín, que tiene la siguiente forma observándola desde mis ventanas del segundo piso:

a) Puesto que quiero instalar una valla alrededor de la piscina para evitar accidentes, ¿cuánto debería medir dicha valla en metros?

Redondee el resultado a las décimas

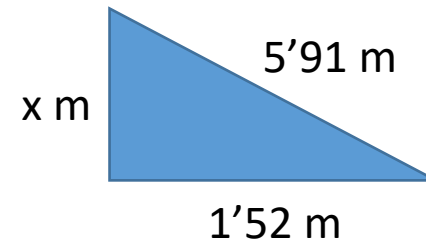
b) Necesito alicatar el suelo de la piscina porque era de cemento liso y se está degradando. ¿Cuánta superficie debo alicatar? Redondee todos los números decimales a las centésimas.

Solución:

El largo vale 6'57 m, pero el ancho no lo conozco. Utilizaré el triángulo rectángulo del lado derecho del jardín. Para ello, calculo su base, restando las longitudes de los lados horizontales.

$$L = 8'09 - 6'57 = 1'52 \text{ m}$$

Hacemos una representación del triángulo rectángulo.



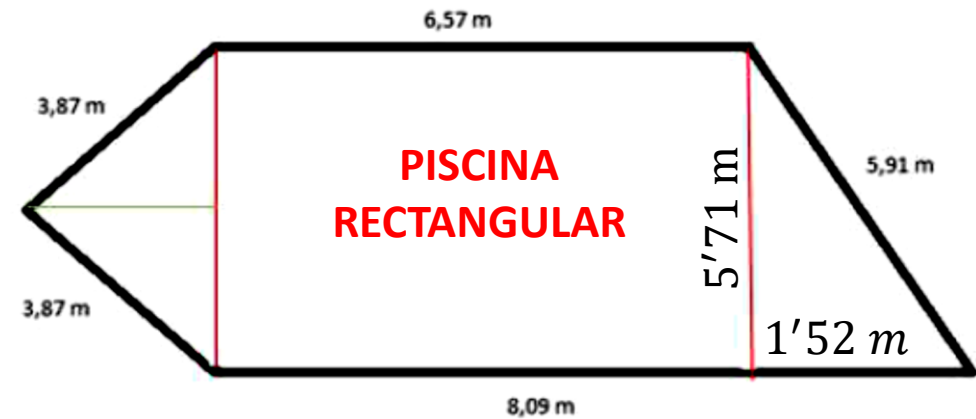
Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$\text{hipotenusa}^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2 \longrightarrow (\text{cateto } 1)^2 = \text{hipotenusa}^2 - (\text{cateto } 2)^2$$

$$x^2 = (5'91)^2 - (1'52)^2 = 34'9281 - 2'3104 = 32'6177 \longrightarrow x = \sqrt{32'6177} \approx 5'71 \text{ metros}$$

Calculo el perímetro del rectángulo: $P = 2 \cdot 6'57 + 2 \cdot 5'71 = 24'56 \approx 24'6 \text{ m}$

La valla medirá **24'6 metros.**

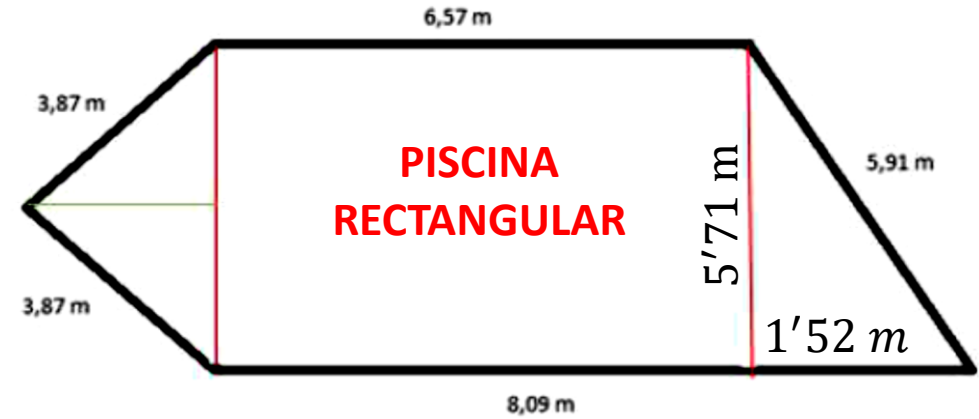


Ejercicio 3

b) Necesito alicatar el suelo de la piscina porque era de cemento liso y se está degradando. ¿Cuánta superficie debo alicatar? Redondee todos los números decimales a las centésimas.

Calculo el área del rectángulo: $A = 6'57 \cdot 5'71 = 37'51 \text{ m}^2$

Debo alicatar **37'51 metros cuadrados**.



Ejercicio 4

Calcule el volumen de cemento gastado para construir una tubería cilíndrica de 5 metros de largo, de diámetro interior 150 centímetros y de diámetro exterior 180 centímetros. Redondee a las centésimas y exprese el resultado final en litros y en notación científica.

(PISTA: tenga en cuenta que una tubería se puede considerar como dos cilindros, uno interior y otro exterior).

Solución:

Hacemos una representación de la tubería cilíndrica

El cemento se gastará en rellenar el volumen entre los dos cilindros.

Para ello, debemos calcular la diferencia entre los volúmenes de los dos cilindros.

Recordamos que el radio de un cilindro es la mitad del diámetro, por ello los radios tienen un valor de 90 y 75 cm, es decir, 0'9 y 0'75 m respectivamente.

Calculo el volumen de ambos cilindros y calculo la diferencia.

$$V_{grande} = \pi \cdot r_{grande}^2 \cdot h = 3'14 \cdot 0'9^2 \cdot 5 = 12'72 \text{ m}^3$$

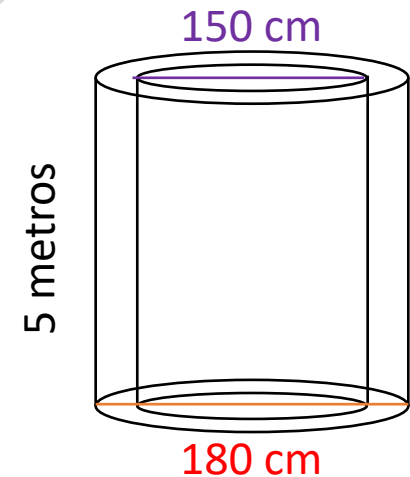
$$V_{pequeño} = \pi \cdot r_{pequeño}^2 \cdot h = 3'14 \cdot 0'75^2 \cdot 5 = 8'83 \text{ m}^3$$

$$V_{cemento} = V_{grande} - V_{pequeño} = 12'72 - 8'83 = 3'89 \text{ m}^3$$

$$3'89 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 3.890 \text{ L} = 3'89 \cdot 10^3 \text{ L}$$

Serán necesarios $3'89 \cdot 10^3$ litros de cemento.

©Angel Cuesta Arza



Ejercicio 5

Utilizando las siguientes dos tablas de datos extraídas del INE (Instituto Nacional de Estadística), relativas a la demografía y el gasto en enseñanza de los ciudadanos de Castilla y León y sus regiones limítrofes en el año 2015, responda a las siguientes preguntas (tenga en cuenta que el dato de gasto en enseñanza viene expresado en miles de euros):

Gasto total y gastos medios por grupos de gasto, según comunidad autónoma de residencia

	Grupo 10. Enseñanza
	2015
	Dato base
	Gasto total
02 Aragón	197.516,55
03 Asturias, Principado de	121.119,36
06 Cantabria	64.687,92
07 Castilla y León	251.823,50
08 Castilla - La Mancha	162.237,58
11 Extremadura	80.725,62
12 Galicia	306.766,89
13 Madrid, Comunidad de	1.525.387,18
16 País Vasco	489.188,64
17 Rioja, La	31.905,32

Población por comunidades y ciudades autónomas y tamaño de los municipios.

	Total
	2015
02 Aragón	1.317.847
03 Asturias, Principado de	1.051.229
06 Cantabria	585.179
07 Castilla y León	2.472.052
08 Castilla - La Mancha	2.059.191
11 Extremadura	1.092.997
12 Galicia	2.732.347
13 Madrid, Comunidad de	6.436.996
16 País Vasco	2.189.257
17 Rioja, La	317.053

- Tomando como variable estadística el gasto total en enseñanza en el año 2015 (datos de la primera tabla) y como frecuencia absoluta la población del año 2015 (datos de la segunda tabla) elabore un polígono de frecuencias. Ordene primero los datos de la variable de menor a mayor.
- Con la misma variable estadística y frecuencia absoluta del apartado a), elabore una tabla de frecuencias que incluya la variable, la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y el porcentaje.
- Calcule la media, la mediana y la moda de la variable estadística del apartado a).

Ejercicio 5

Escribo los datos tal como me los dan.

Comunidad Autónoma	x_i	f_i
Aragón	197.516,55	1.317.847
Asturias	121.119,36	1.051.229
Cantabria	64.687,92	585.179
Castilla y León	251.823,50	2.472.052
Castilla La Mancha	163.237,58	2.059.191
Extremadura	80.725,62	1.092.997
Galicia	306.766,89	2.732.347
Madrid	1.525.387,18	6.436.996
País Vasco	489.188,64	2.189.257
La Rioja	31.905,32	317.053

Y los ordeno de menor a mayor, según x_i .

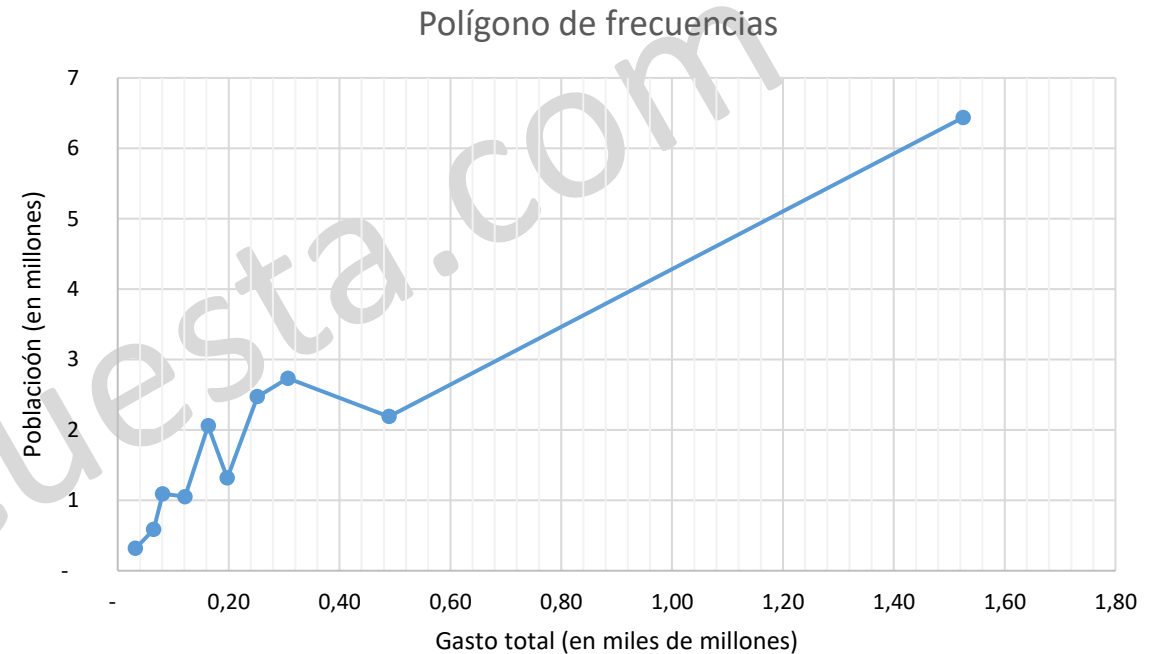
Comunidad Autónoma	x_i	f_i
La Rioja	31.905,32	317.053
Cantabria	64.687,92	585.179
Extremadura	80.725,62	1.092.997
Asturias	121.119,36	1.051.229
Castilla La Mancha	163.237,58	2.059.191
Aragón	197.516,55	1.317.847
Castilla y León	251.823,50	2.472.052
Galicia	306.766,89	2.732.347
País Vasco	489.188,64	2.189.257
Madrid	1.525.387,18	6.436.996

Ejercicio 5

Y elaboro el polígono de frecuencias.

Comunidad Autónoma	x_i	f_i
La Rioja	31.905,32	317.053
Cantabria	64.687,92	585.179
Extremadura	80.725,62	1.092.997
Asturias	121.119,36	1.051.229
Castilla La Mancha	163.237,58	2.059.191
Aragón	197.516,55	1.317.847
Castilla y León	251.823,50	2.472.052
Galicia	306.766,89	2.732.347
País Vasco	489.188,64	2.189.257
Madrid	1.525.387,18	6.436.996

Expreso los valores en millones para que los números sean más pequeños. Por otro lado, en el eje X se coloca la variable y en el eje Y, la frecuencia absoluta. Se unen los puntos para obtener el polígono de frecuencias.



Ejercicio 5

Y completo la tabla tal como me piden en el apartado b).

Comunidad Autónoma	x_i	f_i	n_i	%
La Rioja	31.905,32	317.053	0,016	1,6
Cantabria	64.687,92	585.179	0,029	2,9
Extremadura	80.725,62	1.092.997	0,054	5,4
Asturias	121.119,36	1.051.229	0,052	5,2
Castilla La Mancha	163.237,58	2.059.191	0,102	10,2
Aragón	197.516,55	1.317.847	0,065	6,5
Castilla y León	251.823,50	2.472.052	0,122	12,2
Galicia	306.766,89	2.732.347	0,135	13,5
País Vasco	489.188,64	2.189.257	0,108	10,8
Madrid	1.525.387,18	6.436.996	0,318	31,8

TOTAL: 20.254.148

Calculo la frecuencia relativa con la fórmula: $n_i = \frac{f_i}{N}$

El porcentaje se calcula multiplicando la frecuencia relativa por 100.

Ejercicio 5

Y hago los cálculos que piden en el apartado c). Media, moda y mediana. Para ello completo la tabla, pero primero expreso la variable (en miles de millones) y la frecuencia en millones (para que los números sean más manejables).

Comunidad Autónoma	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	F_i
La Rioja	0,03	0,32	0,01012	0'32
Cantabria	0,06	0,59	0,03785	0'91
Extremadura	0,08	1,09	0,08823	2
Asturias	0,12	1,05	0,12732	3'05
Castilla La Mancha	0,16	2,06	0,33614	5'11
Aragón	0,20	1,32	0,26030	6'43
Castilla y León	0,25	2,47	0,62252	8'9
Galicia	0,31	2,73	0,83819	11'63
País Vasco	0,49	2,19	1,07096	13'82
Madrid	1,53	6,44	9,81891	20'26

TOTAL: 20'26 13'21

La mediana es el valor que está en el medio. Calculo $N/2$. $\frac{N}{2} = \frac{20'26}{2} = 10'13 \text{ millones}$

Busco en la columna de F_i el primer valor superior a 10'13, ahí está la mediana.

$Me = 0'31$

Se aplica la fórmula para calcular la media:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{13'21}{20'26} = \boxed{0'65}$$

La moda es la valor que más se repite:

$Moda = 1'53$