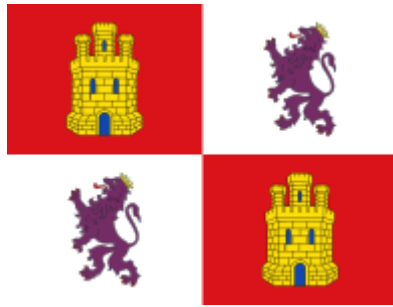
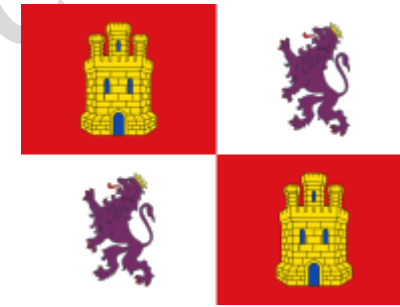


PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



CASTILLA Y LEÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS

SEPTIEMBRE 2019



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Ange



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Problema de fracciones.

Dos problemas de sistemas de ecuaciones.

Cálculo de la longitud de una circunferencia.

Regla de 3 compuesta

Estudia de una gráfica espacio-tiempo (física)



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

Ejercicio 1

1. Carlos y su madre han hecho en bicicleta y en cuatro etapas, el recorrido desde Alar del Rey hasta Valladolid siguiendo el Canal de Castilla.

a) Calcule la distancia total del recorrido, sabiendo que el primer día hicieron $\frac{3}{8}$ partes del mismo, el segundo día $\frac{1}{6}$ del recorrido, el tercer día $\frac{1}{7}$ del recorrido y el cuarto día, los 53 km restantes.

Solución:

En primer lugar se calcula la fracción total recorrida durante los 3 primeros días.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{63}{168} + \frac{28}{168} + \frac{24}{168} = \frac{115}{168}$$

Se calcula la fracción pendiente de recorrer restándole a 1 la fracción obtenida.

$$1 - \frac{115}{168} = \frac{168}{168} - \frac{115}{168} = \frac{53}{168}$$

Por lo tanto los $\frac{53}{168}$ del total son 53 km. Lo expreso en forma de ecuación.

$$\frac{53}{168} \cdot x = 53 \longrightarrow x = \frac{\cancel{53} \cdot 168}{\cancel{53}}$$

La distancia total recorrido en los 4 días será de 168 km.

$$\text{mcm}(8,6,7) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

$\left. \begin{array}{l} 8=2^3 \\ 6=2 \cdot 3 \\ 7=7 \end{array} \right\}$ Se toman los elementos comunes y no comunes elevados **al mayor exponente**.

Ejercicio 1

b) Plantee y resuelva una ecuación o un sistema, que nos permita conocer las edades actuales de Carlos y de su madre, sabiendo que hace 3 años la edad de la madre era triple que la edad de su hijo y que dentro de 4 años la suma de sus edades será 66 años.

Solución: Para el problema de las edades, lo mejor es plantear los datos en una tabla.

	Edad hoy	Edad hace 3 años	Dentro de 4 años
Edad de Carlos	x	$x-3$	$x+4$
Edad de su madre	y	$y-3$	$y+4$

$$\left. \begin{array}{l} \text{"hace 3 años la edad de la madre era triple que la edad de su hijo"} \longrightarrow y - 3 = 3 \cdot (x - 3) \\ \text{"dentro de 4 años la suma de sus edades será 66 años"} \longrightarrow x + 4 + y + 4 = 66 \end{array} \right\} \longrightarrow \left. \begin{array}{l} y - 3 = 3x - 9 \\ x + y = 66 - 8 \end{array} \right\}$$
$$\left. \begin{array}{l} -3x + y = -6 \\ x + y = 58 \end{array} \right\} \longrightarrow \left. \begin{array}{l} y = -6 + 3x \\ y = 58 - x \end{array} \right\} \longrightarrow 58 - x = -6 + 3x \longrightarrow 64 = 4x \longrightarrow \boxed{x = \frac{64}{4} = 16}$$

Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando el método de igualación:

Ahora sustituyo en una de las dos ecuaciones: $y = 58 - x \longrightarrow \boxed{y = 58 - 16 = 42}$

Carlos tiene 16 años y su madre tiene 42 años.

Ejercicio 2

Consideramos que la rueda de una bicicleta es una circunferencia de radio 40 cm.

a) Si durante un paseo dicha rueda ha dado 6.500 vueltas completas, ¿cuál es la distancia que ha recorrido dicha bicicleta? Exprese el resultado en km (con 2 cifras decimales)

b) Si con la misma bicicleta queremos recorrer 24 km., ¿cuántas vueltas dará cada rueda? (Aproxime el resultado obtenido al entero más próximo)

Solución:

Calculo la distancia que recorre con cada vuelta.

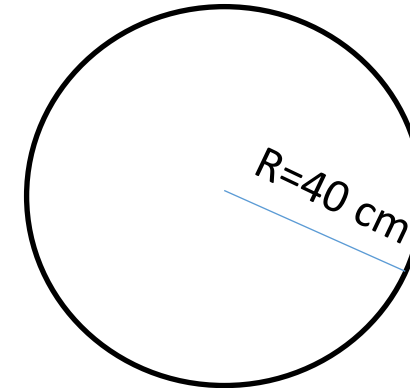
Dicha distancia es igual a la longitud de la circunferencia.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R$$

Aproximando π por 3'14. $L = 2 \cdot 3'14 \cdot 40 = 251'2 \text{ cm} = 2'512 \text{ m}$

Calculo la distancia total: $D = 6500 \cdot 2'512 = 16328 \text{ m} = 16'33 \text{ km}$

Durante el paseo ha recorrido 16'33 km aproximadamente.



Para calcular el número de vueltas, basta con dividir la distancia total entre la longitud de la circunferencia de la rueda.

$$N = \frac{24000}{2'512} = 9554 \text{ vueltas}$$

Durante el paseo de 24 km cada rueda dará 9554 vueltas.

Ejercicio 3

En una empresa de prendas deportivas se necesitan 15 personas para fabricar 480 camisetas en 8 días.

a) ¿Cuántas personas hacen falta para fabricar 600 camisetas en 6 días?

b) ¿Cuántas camisetas fabrica una persona cada día en dicha empresa?

Solución: Se plantea una regla de 3 compuesta.

Personas		camisetas		días
15	D	480		8
x		600		6

I

Para calcular el número de personas necesarias manteniendo el número de días.
 Por ello la relación entre el número de camisetas fabricadas y el número de personas es **directamente proporcional**.

A mayor número de días menor número de personas se necesitará para fabricar una cantidad concreta de camisetas.

Por ello la relación entre el número de días y el número de personas es **inversamente proporcional**.

$N = 4 \text{ camisetas por persona y día}$

Se plantea la ecuación de la regla de 3 compuesta.

$$\frac{6}{8} \cdot \frac{480}{600} = \frac{15}{x} \longrightarrow \frac{2880}{4800} = \frac{15}{x} \longrightarrow x = \frac{15 \cdot 4800}{2880} \longrightarrow x = 25 \text{ personas}$$

25 personas tardarán 6 días en fabricar 600 camisetas.

1 persona fabricará en 1 día **4 camisetas**.

Ejercicio 4

4. Esta gráfica muestra el recorrido hecho por un ciclista desde que ha salido de su casa, a las ocho y veinte de la mañana hasta que ha regresado. En el eje X aparece el tiempo transcurrido expresado en minutos y en el eje Y se indica la distancia a su domicilio expresada en kilómetros.

a) ¿A qué hora ha vuelto a casa?

A los 140 minutos (2 horas y 20 minutos). A las 10:40 de la mañana.

b) ¿Cuánto tiempo ha estado pedaleando y por tanto desplazándose? Los tramos 1, 2, 3 y 4. Tramo 1: 40 minutos

Tramo 2: 20 minutos

Tramo 3: 10 minutos

Tramo 4: 20 minutos

En total 90 minutos.

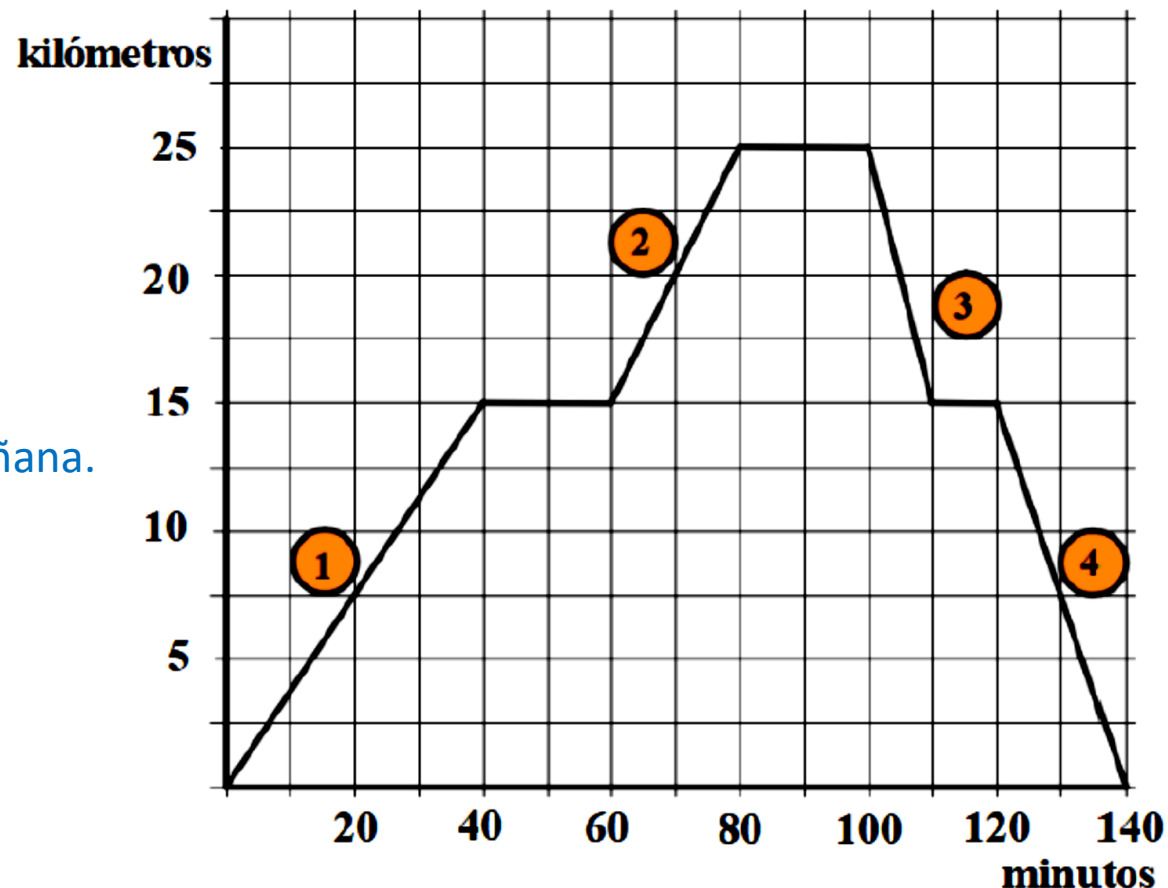
c) ¿Cuántas paradas ha hecho para descansar, a qué horas y con qué duración? Ha hecho tres paradas.

Entre los tramos 1 y 2: 20 minutos (9:00 a 9:20)

Entre los tramos 2 y 3: 20 minutos (9:40 a 10:00)

Entre los tramos 3 y 4: 10 minutos (10:10 a 10:20)

En total 50 minutos.



d) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en total?

Ha recorrido 25 km de ida y 25 km de vuelta.
En total ha recorrido 50 km.

Ejercicio 4

e) Calcule la velocidad a la que ha circulado en cada uno de los cuatro tramos del recorrido y exprésela en km/h.

TRAMO 1. $v_1 = \frac{e_B - e_A}{t_B - t_A} \longrightarrow v_1 = \frac{15 - 0}{40 - 0} = 0'375 \text{ km/min}$

$0'375 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}} = \frac{0'375 \cdot 60}{1} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \boxed{22'5 \text{ km/h}}$

TRAMO 2. $v_2 = \frac{e_D - e_C}{t_D - t_C} \longrightarrow v_2 = \frac{25 - 15}{60 - 40} = 0'25 \text{ km/min}$

$0'25 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}} = \frac{0'25 \cdot 60}{1} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \boxed{15 \text{ km/h}}$

TRAMO 3. $v_3 = \frac{e_F - e_E}{t_F - t_E} \longrightarrow v_3 = \frac{15 - 25}{110 - 100} = -1 \text{ km/min}$

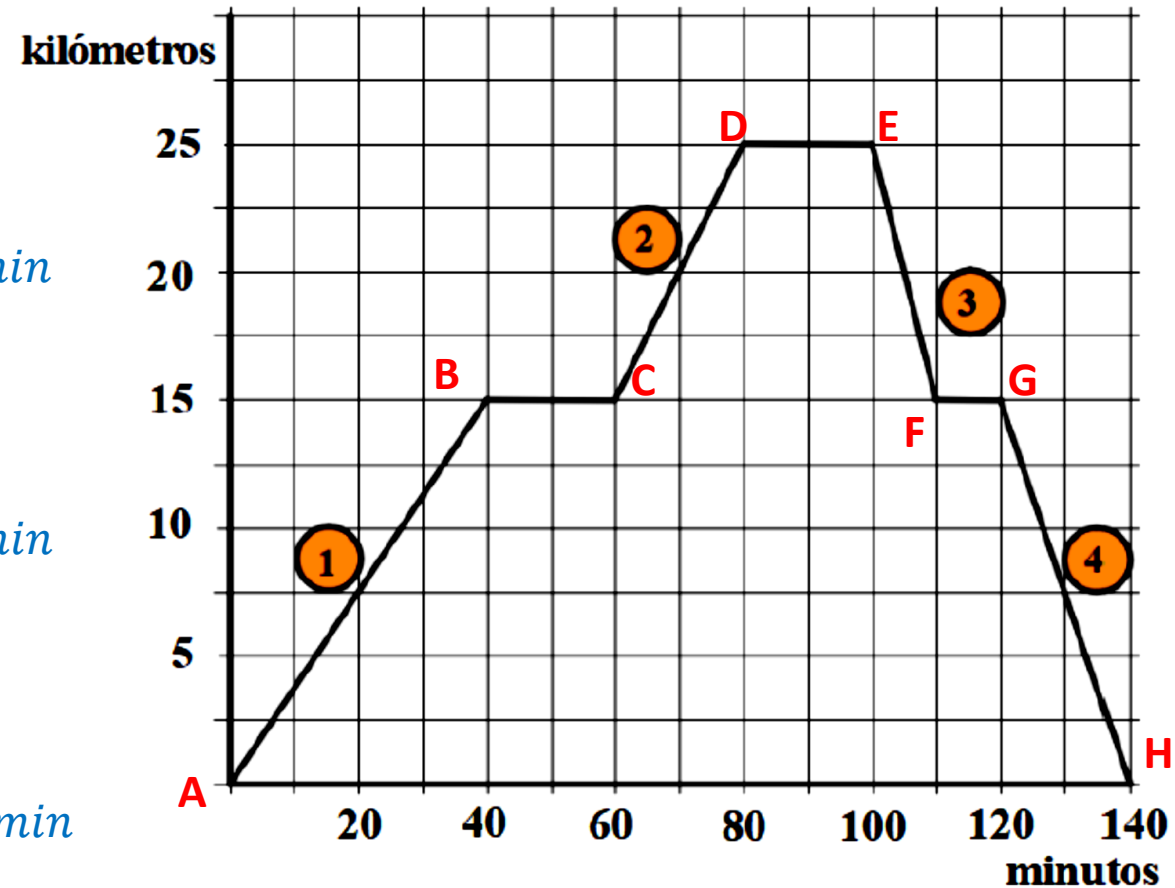
$1 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}} = \frac{1 \cdot 60}{1} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \boxed{60 \text{ km/h}}$

TRAMO 4. $v_4 = \frac{e_H - e_G}{t_H - t_G} \longrightarrow v_4 = \frac{0 - 15}{140 - 120} = -0'75 \text{ km/min}$

$0'75 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \text{ h}} = \frac{0'75 \cdot 60}{1} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \boxed{45 \text{ km/h}}$

La velocidad sale negativa porque se está acercando al punto de partida. Pero la ponemos positiva en la solución, porque el consideramos positivo el sentido de avance del ciclista.

La velocidad sale negativa porque se está acercando al punto de partida. Pero la ponemos positiva en la solución, porque el consideramos positivo el sentido de avance del ciclista.



Ejercicio 4

f) Si va y vuelve por el mismo camino, con los datos obtenidos, ¿cree que en el recorrido de ida la carretera va ascendiendo o por el contrario va descendiendo?

Los tramos 1 y 2 son de ascenso porque las velocidades son menores que los tramos 3 y 4.

g) ¿A qué velocidad circula a las 10h. 05 m.?

Entre las 8:20 y las 10:05 han transcurrido 105 minutos.

Esto ocurre en el tramo 3, justo a la mitad.

En el tramo 3 está regresando a una velocidad de 60 km/h.



Ejercicio 5

5. Calcule el precio de un casco de ciclismo y el de una luz para la bicicleta, elementos imprescindibles para circular con seguridad, sabiendo que Marta ha comprado 7 cascos y 8 luces y ha pagado 427€ y Juan ha adquirido 6 cascos y 9 luces y ha abonado 396€.

Solución: Para este problema, lo mejor es plantear un sistema de ecuaciones.

Definimos: x = precio del casco de ciclismo y = precio de la luz para la bicicleta

$$\begin{array}{lcl} \text{"sabiendo que Marta ha comprado 7 cascos y 8 luces y ha pagado 427€"} & \longrightarrow & 7x + 8y = 427 \\ \text{"Juan ha adquirido 6 cascos y 9 luces y ha abonado 396€"} & \longrightarrow & 6x + 9y = 396 \end{array} \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{x6} \\ \xrightarrow{x(-7)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 42x + 48y = 2562 \\ -42x - 63y = -2772 \end{array}$$

Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando el método de reducción:

$$\begin{array}{rcl} & \xrightarrow{\quad} & \\ -15y = -210 & \longrightarrow & y = \frac{-210}{-15} = 14 \end{array}$$

Sustituyo la " y " en la primera ecuación y calculo " x ":

$$7x + 8 \cdot 14 = 427$$

$$7x + 112 = 427$$

$$7x = 315 \longrightarrow x = \frac{315}{7} = 45$$

El casco cuesta 45 € y la luz 14 €