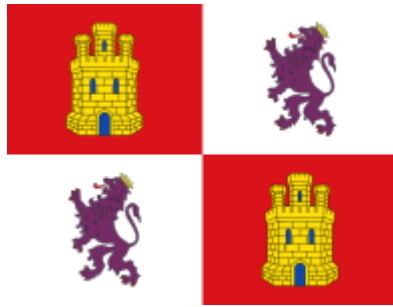


PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



CASTILLA Y LEÓN



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS

SEPTIEMBRE 2020



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

©Ange



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este examen son:

Problema de porcentajes.

Ecuaciones de primer y segundo grado.

Progresión aritmética.

Teorema de Pitágoras. Área de un cuadrado y de un círculo.

Estadística.



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.



Aprende a estudiar.



Ejercicios de estadística resueltos.



Exámenes de años anteriores.



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Ejercicio 1

En un Congreso sobre la Felicidad participan 1.200 personas. El 35% de los asistentes son palentinos y el resto son abulenses. El 20% de los palentinos y el 45% de los abulenses llevaban gafas.

- a) ¿Cuántos participantes son abulenses?
- b) ¿Cuántas personas llevan gafas?
- c) ¿Qué porcentaje de los asistentes representan las personas sin gafas?
- d) El plato del día para los asistentes cuesta 18,15€ (21% IVA incluido) ¿Cuál es el precio de este antes de aplicarle el IVA?

Solución:

Si el 35% son palentinos, los abulenses son el 65%. Calculo el 65% de 1200.

$$A = \frac{65}{100} \cdot 1200 = 780$$

780 participantes son abulenses.

Sabemos que **el número de palentinos** es: $P = 1200 - 780 = 420$

$$\text{Palentinos con gafas} = 20\% \text{ de } 420 = \frac{20}{100} \cdot 420 = 84 \quad \text{Abulenses con gafas} = 45\% \text{ de } 780 = \frac{45}{100} \cdot 780 = 351$$

$$T = 84 + 351 = 435 \text{ personas}$$

El número de personas que llevan gafas es **435**.

Ejercicio 1

c) ¿Qué porcentaje de los asistentes representan las personas sin gafas?

No llevan gafas el resto de personas. $G = 1200 - 435 = 765$

$$\text{El porcentaje es: } \% = \frac{\text{Personas sin gafas}}{\text{Total de personas}} \cdot 100 = \frac{765}{1200} \cdot 100 = 63'75 \%$$

El porcentaje de asistentes sin gafas es del **63'75 %**.

d) El plato del día para los asistentes cuesta 18,15€ (21% IVA incluido) ¿Cuál es el precio de este antes de aplicarle el IVA?

Se calcula el precio sin IVA del plato. Para ello se aplica la fórmula de aumento porcentual y se despeja.

$$P_f = P_i \cdot \left(1 + \frac{\text{IVA}}{100}\right) \longrightarrow P_i = \frac{P_f}{\left(1 + \frac{\text{IVA}}{100}\right)} = \frac{18'15}{\left(1 + \frac{21}{100}\right)} = \frac{18'15}{1'21} = 15 \text{ €}$$

El precio del plato sin el 21% de IVA es de **15 €**.

Ejercicio 2

Los/as alumnos/as de un centro educativo preguntaron a Juan, su profesor de matemáticas, cuántos años tenía él y cuántos tenía su hija. El contestó:

a) Mi edad coincide con la solución de la siguiente ecuación: ¿Cuál años tiene Juan Juan?

$$\frac{x+2}{5} - \frac{x-12}{3} = \frac{x-3}{5} - \frac{4x-27}{15} \longrightarrow \frac{3 \cdot (x+2)}{15} - \frac{5 \cdot (x-12)}{15} = \frac{3 \cdot (x-3)}{15} - \frac{4x-27}{15}$$

Se hace el mcm de los denominadores: $\text{mcm}(3,5,15)=15$ y se obtienen las fracciones equivalentes.

Podemos igualar los numeradores ya que los denominadores son iguales.

Mucho cuidado con el signo menos delante de la fracción. Se quita en el siguiente paso, no antes.

$$3 \cdot (x+2) - 5 \cdot (x-12) = 3 \cdot (x-3) - (4x-27) \longrightarrow 3x + 6 - 5x + 60 = 3x - 9 - 4x + 27$$

$$3x - 5x - 3x + 4x = -9 + 27 - 6 - 60 \longrightarrow -x = -48 \longrightarrow x = 48$$

La edad de Juan es **48 años**.

Ejercicio 2

b) La edad de mi hija coincide con la suma de las soluciones de esta ecuación: ¿Cuántos años tiene la hija de Juan?

$$(x - 5)(x + 4) = 8x + 2 \longrightarrow x^2 + 4x - 5x - 20 = 8x + 2 \longrightarrow x^2 - 9x - 22 = 0$$

Se aplica la fórmula para resolver la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22)}}{2 \cdot 1} \longrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{169}}{2} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9 + 13}{2} = 11 \\ x_2 = \frac{9 - 13}{2} = -2 \end{cases}$$

La edad de la hija de Juan es de **9 años**.

Ejercicio 3

El 1 de mayo de 2020 se ha inaugurado un Centro Cívico construido con la finalidad de favorecer la relación entre los residentes de un municipio. Se ha observado que, durante todo el mes, cada día han acudido 7 personas más que el día anterior. También sabemos que el día 9 de mayo asistieron 86 personas.

- a) Calcule cuántas personas acudieron el día 1 de mayo.
- b) Calcule cuántas personas acudieron el día 31 de mayo.
- c) Escriba la fórmula que permite calcular la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética.
- d) Si cada día que una persona acude al Centro Cívico, se toma un café, ¿cuántos cafés se han despachado a lo largo de todo el mes?

Solución:

Para que se entienda mejor el ejercicio voy a hacer una tabla.

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº de personas	30	37	44	51	58	65	72	79	86

Como se puede ver, aunque no sea la forma ideal de hacer el ejercicio, fueron 30 personas al Centro Cívico el 1 de mayo. Vamos a resolver este y los demás apartados de forma técnica utilizando las fórmulas de la progresión aritmética.

Ejercicio 3

a) Calcule cuántas personas acudieron el día 1 de mayo.

La fórmula que relaciona el término enésimo de una sucesión aritmética con el primer término y la diferencia entre términos es:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Se sustituyen los datos del enunciado. El día 9 había 86 visitantes. Y cada día hay 7 visitantes más.

$$a_9 = 86 = a_1 + (9 - 1) \cdot 7$$

Se despeja a_1 . $86 = a_1 + 56 \longrightarrow a_1 = 30$

Tal como hemos visto anteriormente, el primer día hubo **30 visitantes** en el Centro Cívico.

b) Calcule cuántas personas acudieron el día 31 de mayo.

Debemos calcular a_{31} . $a_{31} = 30 + (31 - 1) \cdot 7 = 240$

El 31 de mayo día hubo **240 visitantes** en el Centro Cívico.

c) Escriba la fórmula que permite calcular la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética.

La fórmula que permite calcular la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética es:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Ejercicio 3

d) Si cada día que una persona acude al Centro Cívico, se toma un café, ¿cuántos cafés se han despachado a lo largo de todo el mes?

La fórmula que permite calcular la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética es:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Sustituyo utilizando los datos del enunciado y del apartado b).

$$S_{31} = \frac{(a_1 + a_{31}) \cdot 31}{2} = \frac{(30 + 240) \cdot 31}{2} = \mathbf{4185}$$

Durante el mes de mayo se despacharon **4185 cafés**.

Ejercicio 4

La plaza mayor de un pueblo es el lugar de encuentro de sus vecinos. Esta tiene forma cuadrada y mide 24 metros de lado. En medio hay una fuente circular cuyo diámetro son 2,4 metros.

- a) Calcule la superficie de la plaza y exprese el resultado en dm^2 .
- b) Calcule la medida de la diagonal de la plaza (aproxime con dos decimales).
- c) Calcule la superficie que ocupa la fuente (aproxime con dos decimales).
- d) En un plano a escala 1:1200, calcule las dimensiones que tendrá la plaza.

Solución:

Hago un esquema del enunciado.

El radio de la fuente es de 1'2 m. Expresado en decímetros es 12 dm.

El lado del cuadrado expresado en decímetros es 240 dm.

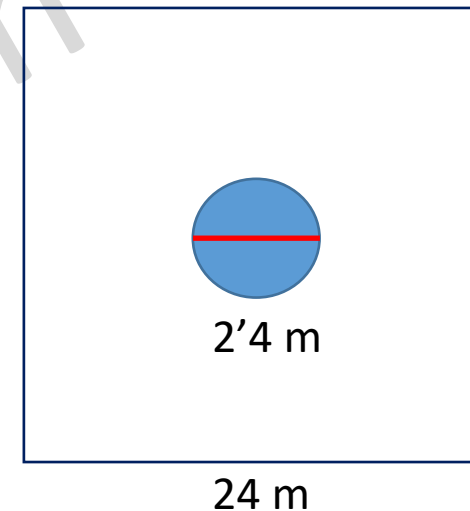
Calculo el área de la fuente y el área de la plaza cuadrada. Y luego calculo la diferencia para dar el resultado del apartado a).

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 12^2 = 452'16 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{cuadrado}} = L^2 = 240^2 = 57600 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{plaza}} = A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{círculo}} = 57600 - 452'16 = \mathbf{57147'84 \text{ dm}^2}$$

El área de la plaza es **57147'84 dm^2** .



Ejercicio 4

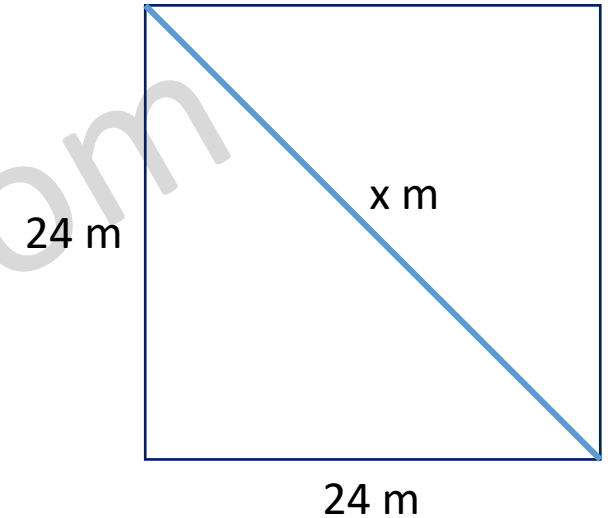
b) Calcule la medida de la diagonal de la plaza (aproxime con dos decimales).

Aplico el teorema de Pitágoras.

$$\text{hipotenusa}^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2$$

$$x^2 = 24^2 + 24^2 = 576 + 576 = 1152 \longrightarrow x = \sqrt{1152} = 33'94 \text{ metros}$$

La diagonal del patio mide **33'94 metros**.



c) Calcule la superficie que ocupa la fuente (aproxime con dos decimales).

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 12^2 = 452'16 \text{ dm}^2$$

La superficie de la fuente es de **452'16 dm²**.

d) En un plano a escala 1:1200, calcule las dimensiones que tendrá la plaza.

Podemos plantear una regla de 3 directa.

<u>Medida plano</u>	<u>Medida real</u>
---------------------	--------------------

1 cm	12 m=1200 cm
------	--------------

x cm	24 m
------	------

Calculo x: $x = \frac{24 \cdot 1}{12} = 2 \text{ cm}$

El lado de la plaza en el plano mide **2 cm** y el diámetro de la fuente **0'2 cm**, ya que es diez veces menor.

Ejercicio 5

Hemos hecho una encuesta a 40 jóvenes. La pregunta que hemos formulado a cada uno/a ha sido: ¿Cuál es el número de redes sociales que utilizas de forma habitual?

Las respuestas obtenidas han sido:

Nº de redes sociales	0	1	2	3	4
Nº de jóvenes	4	5	11	12	8

a) Con los resultados obtenidos, complete la siguiente tabla:

x_i	Frecuencia Absoluta f_i	Frecuencia Absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa fr_i	%	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	4	4	4/40	10	0	0
1	5	9	5/40	12'5	5	5
2	11	20	11/40	27'5	22	44
3	12	32	12/40	30	36	108
4	8	40	8/40	20	32	128
TOTAL:	40		1	100	95	285

Ejercicio 5

b) Calcule la media (con tres decimales), moda y mediana.

x_i	Frecuencia Absoluta f_i	Frecuencia Absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa fr_i	%	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	4	4	4/40	10	0	0
1	5	9	5/40	12'5	5	5
2	11	20	11/40	27'5	22	44
3	12	32	12/40	30	36	108
4	8	40	8/40	20	32	128
TOTAL:	40		1	100	95	285

Se aplica la fórmula para calcular la media: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{95}{40} = \boxed{2'375}$

La moda es la valor que más se repite:

Moda = 3

Puesto que el número de datos es par, la mediana será la media aritmética de los términos x_{20} y x_{21} .

Busco en la columna de F_i el primer valor superior o igual a 20 y el superior a 21, ahí están x_{20} y x_{21} .

$$Me = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = \frac{2 + 3}{2} = \boxed{2'5}$$

Ejercicio 5

c) Calcule el recorrido, la varianza (con tres decimales) y la desviación típica (con tres decimales).

x_i	Frecuencia Absoluta f_i	Frecuencia Absoluta acumulada F_i	Frecuencia relativa fr_i	%	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	4	4	4/40	10	0	0
1	5	9	5/40	12'5	5	5
2	11	20	11/40	27'5	22	44
3	12	32	12/40	30	36	108
4	8	40	8/40	20	32	128
TOTAL:	40		1	100	95	285

El recorrido es la diferencia entre el mayor valor y el menor valor.

$$\text{Recorrido} = 4 - 0 = 4$$

Se aplica la fórmula para calcular la varianza: $s^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{285}{40} - (2'375)^2 \approx \mathbf{1'484}$

Se aplica la fórmula para calcular la desviación típica: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1'484} \approx \mathbf{1'218}$