

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



MADRID



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
OPCIÓN ENSEÑANZAS ACADÉMICAS

SEGUNDA CONVOCATORIA

MAYO 2021

VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.

Teoría y ejercicios de estadística.



Aprende a estudiar.



Ejercicios de estadística resueltos.



Porcentajes. Teoría y ejercicios.



Teoría y ejercicios de probabilidad.



Exámenes de años anteriores.



Ejercicio 1

Calcule el resultado de las siguientes expresiones, indicando los pasos intermedios para obtener el resultado final. Asimismo, el resultado final del apartado a) expréselo en forma de fracción simplificada y el resultado final del apartado b) expréselo en formato científico.

$$a) \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 0'2 = \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}} - 4^2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}} - \frac{16}{5} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{3}{4} - \frac{16}{5} = \frac{4}{6} - \frac{16}{5} = \frac{20 - 96}{30} = \frac{-76}{30} = \boxed{\frac{-38}{15}}$$

$$b) 2'4 \cdot 10^{-4} + 9'8 \cdot 10^{-3} - 5'1 \cdot 10^{-4} = 2'4 \cdot 10^{-4} + 98 \cdot 10^{-4} - 5'1 \cdot 10^{-4} = (2'4 + 98 - 5'1) \cdot 10^{-4} = 95'3 \cdot 10^{-4} = \boxed{9'53 \cdot 10^{-3}}$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

- 1) PARÉNTESIS
- 2) POTENCIAS Y RADICALES
- 3) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN
- 4) SUMA Y RESTA

Ejercicio 2

a) Laura va a la biblioteca cada 12 días, Sonia cada 15 días y Amanda cada 5 días. Cierta día coinciden, ¿al cabo de cuántos días volverán a coincidir?

Debemos calcular el mínimo común múltiplo de 12, 15 y 5.

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \\ 5 = 5 \end{array} \right\} \longrightarrow mcm(12,15,5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{60 \text{ días}}$$

Volverán a coincidir al cabo de **60 días**.

b) Un carpintero dispone de un tablero de 220 cm x 140 cm y quiere obtener, a partir de este, otros tableros cuadrados lo más grande que sea posible y de forma que no sobre madera. Calcule las dimensiones de estos tableros cuadrados y cuántos tableros se obtendrán.

Debemos calcular el máximo común divisor de 220 y 140.

$$\left. \begin{array}{l} 220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11 \\ 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \longrightarrow mcd(220,140) = 2^2 \cdot 5 = \mathbf{20 \text{ cm}}$$

Los tableros deben tener dimensiones **20x20 cm**.

Del lado de 220 cm, se obtienen: $220/20=11$ tableros.

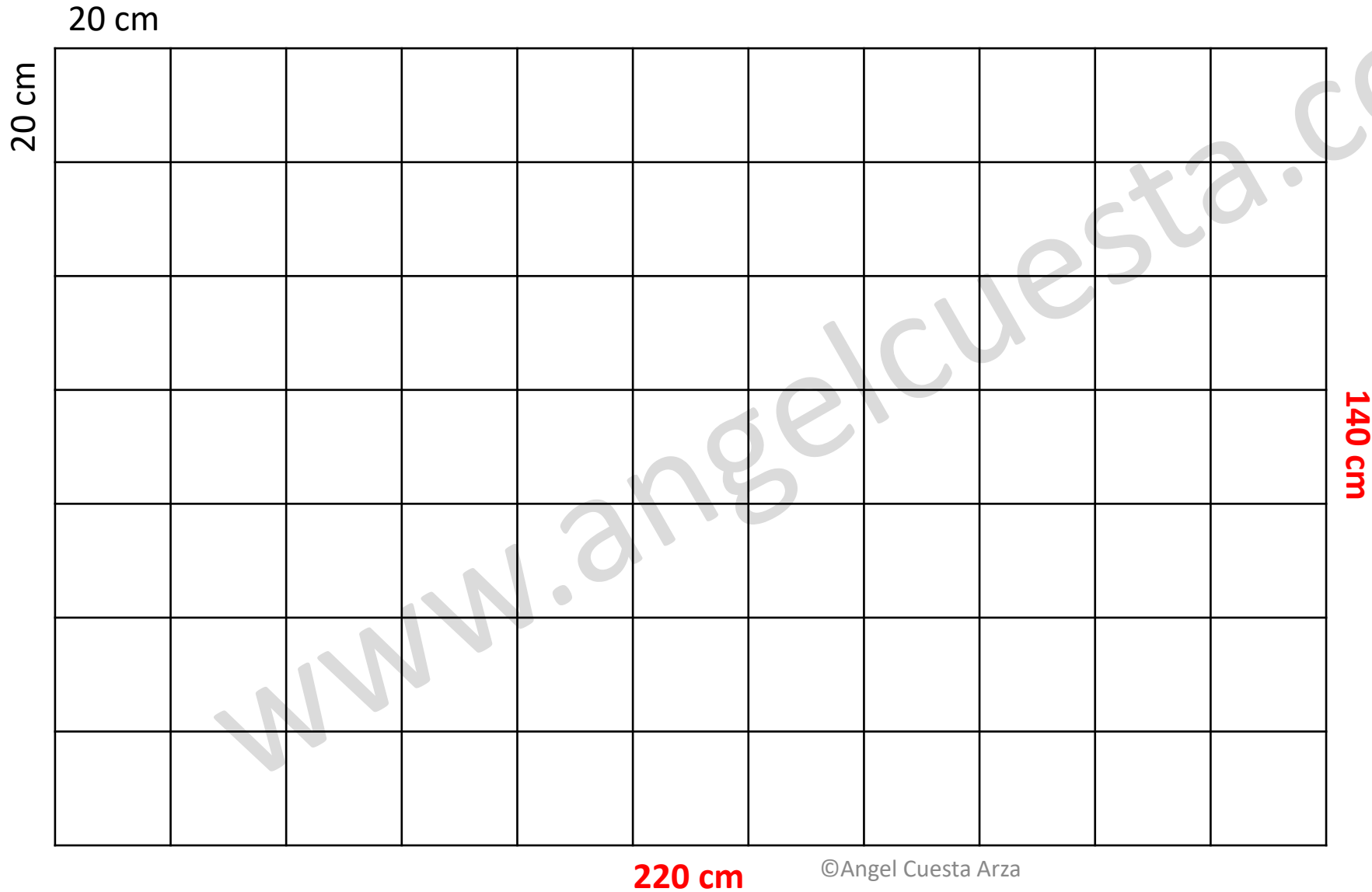
Del lado de 140 cm, se obtienen: $140/20=7$ tableros.

El total de tableros es $11 \cdot 7 = 77$ tableros.

Se obtienen en total **77 tableros**.

Ejercicio 2

Para visualizar mejor el apartado b) se puede hacer una ilustración de la situación.



Ejercicio 3

a) Realice la descomposición factorial del siguiente polinomio: $P(x) = -2x^2 + 8x - 8$

En primer lugar, puesto que todos los números son pares, extraigo factor común el **menos dos**.

$$P(x) = -2 \cdot (x^2 - 4x + 4)$$

Se observa que el término polinómico es un producto notable del tipo: $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

Por lo que el polinomio queda factorizado: $P(x) = -2 \cdot (x - 2)^2$

Este ejercicio también se puede hacer factorizando el polinomio mediante el método de Ruffini o calculando sus raíces mediante una ecuación de segundo grado. Pero, si vais a continuar estudiando matemáticas, os recomiendo memorizar los productos notables.

b) Desarrolle la siguiente expresión algebraica y exprese el resultado final en forma de polinomio ordenado:

$$\begin{aligned} P(x) &= (2x^2 - x)^2 - (x^2 - 1) \cdot (x + 2) = (2x^2)^2 - 2 \cdot 2x^2 \cdot x + x^2 - (x^3 + 2x^2 - x - 2) = \\ &= 4x^4 - 4x^3 + x^2 - x^3 - 2x^2 + x + 2 = 4x^4 - 5x^3 - x^2 + x + 2 \end{aligned}$$

Por lo que la expresión desarrollada queda: $P(x) = 4x^4 - 5x^3 - x^2 + x + 2$

Ejercicio 4

a) Calcule la longitud del lado A en el siguiente jardín rectangular:

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo que forma la mitad del rectángulo.

Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$\text{hip}^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2 \longrightarrow (\text{cateto } 1)^2 = \text{hip}^2 - (\text{cateto } 2)^2$$

$$A^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$A = \sqrt{64} = \mathbf{8 \text{ metros}}$$

La longitud del lado A es de **8 m.**

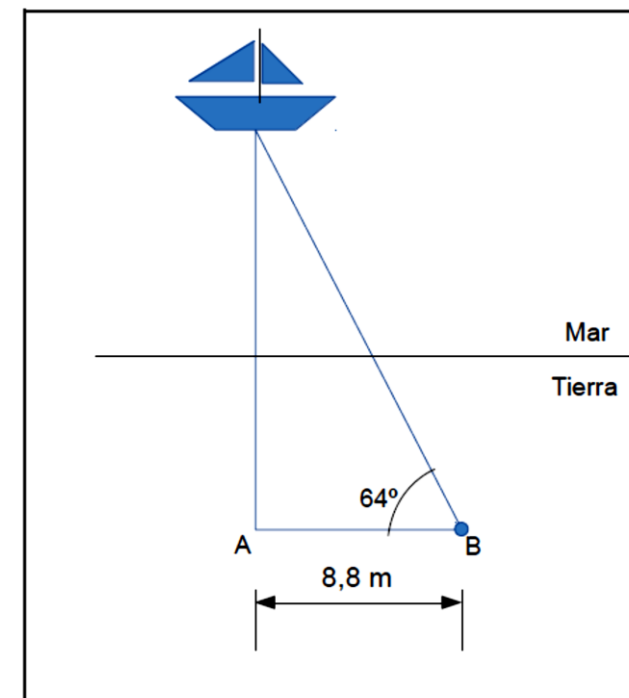
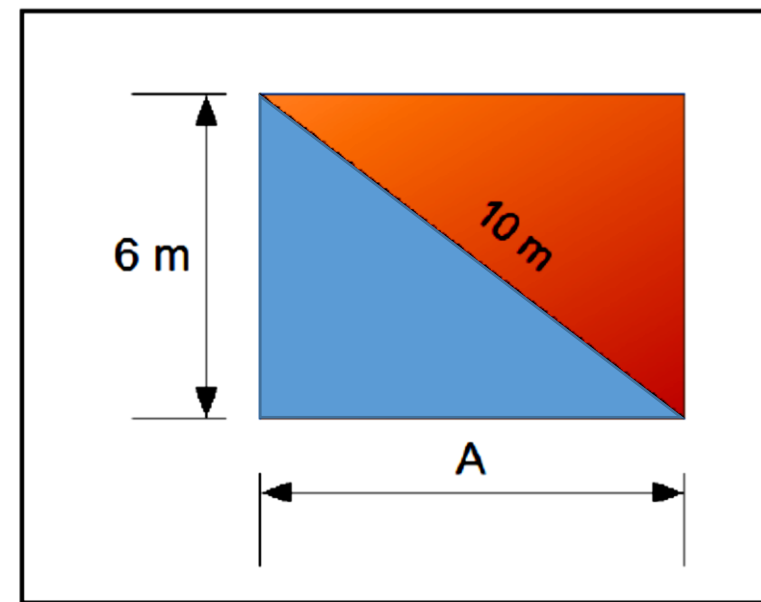
b) Sabiendo que el coseno de un ángulo de 64° tiene un valor aproximadamente igual a 0,44, obtenga la distancia del punto B al barco:

Se aplica la definición de coseno.

$$\cos 64^\circ = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} \longrightarrow \cos 64^\circ = \frac{8,8}{x} \longrightarrow x = \frac{8,8}{\cos 64^\circ}$$

$$x = \frac{8,8}{0,44} = \mathbf{20 \text{ m}}$$

La distancia del barco al punto B es **20 m.**



Ejercicio 5

Un inversor de bolsa ha registrado en la siguiente tabla estadística las ganancias y pérdidas semanales que ha obtenido durante 50 semanas:

La interpretación de esta tabla es muy sencilla, por ejemplo, de acuerdo con la tercera fila, en 20 de las semanas sometidas a estudio este inversor obtuvo un porcentaje de beneficio por sus inversiones comprendido entre el 0% y el 5% (en este intervalo el valor 0% se encuentra incluido y el valor 5% excluido).

De acuerdo con esta tabla:

a) ¿Cuál es la frecuencia relativa correspondiente al intervalo $[-5, 0)$?

Dado que hay 50 datos, la frecuencia relativa será: $f_r = \frac{f_i}{N} = \frac{15}{50} = 0'3$ La frecuencia relativa pedida es **0'3**.

b) ¿En qué porcentaje de las semanas sometidas a estudio este inversor obtuvo un beneficio comprendido entre el 5% y el 10%?

Corresponde con el porcentaje de datos en el 4º intervalo: $\% = \frac{10}{50} \cdot 100 = 20 \%$

El porcentaje pedido es el **20 %**.

<i>Beneficios semanales en % (variable estadística)</i>	<i>Número de semanas (frecuencia absoluta)</i>
$[-10, -5)$	5
$[-5, 0)$	15
$[0, 5)$	20
$[5, 10)$	10

Ejercicio 5

c) Considerando la marca de clase de cada intervalo, calcule la media aritmética de la variable estadística.

Se escribe una tabla con las columnas necesarias para resolver el apartado.

Beneficios fiscales en porcentaje	Número de semanas	Marca de clase (x_i)	$x_i \cdot f_i$
$[-10, -5)$	5	$-7'5$	$-37'5$
$[-5, 0)$	15	$-2'5$	$-37'5$
$[0, 5)$	20	$2'5$	50
$[5, 10)$	10	$7'5$	75
	50		50

Se aplica la fórmula para calcular la media:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{50}{50} = \boxed{1}$$

El beneficio medio es del **1 %**.

d) De acuerdo con esta tabla, para una semana dada futura, ¿cuál es la probabilidad de que este inversor sufra pérdidas?

Aplico la regla de Laplace: $P(\text{pérdidas}) = \frac{n^\circ \text{ de casos favorables}}{n^\circ \text{ de casos totales}} = \frac{15 + 5}{50} = \mathbf{0'4}$

La probabilidad de obtener pérdidas es de **0'4**.

Ejercicio 6

Se introducen en una urna 9 bolas de color azul y una bola roja, y se plantea el siguiente experimento:

- En primer lugar, se extrae una bola al azar, se apunta el color y se devuelve la bola a la urna.
- En segundo lugar, se extrae una segunda bola al azar de la misma urna y se apunta, de nuevo, el color.

Considerando este experimento aleatorio, calcule:

- La probabilidad de extraer dos bolas azules.
- La probabilidad de extraer al menos una bola azul.
- La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.
- La probabilidad de extraer dos bolas del mismo color.

Solución:

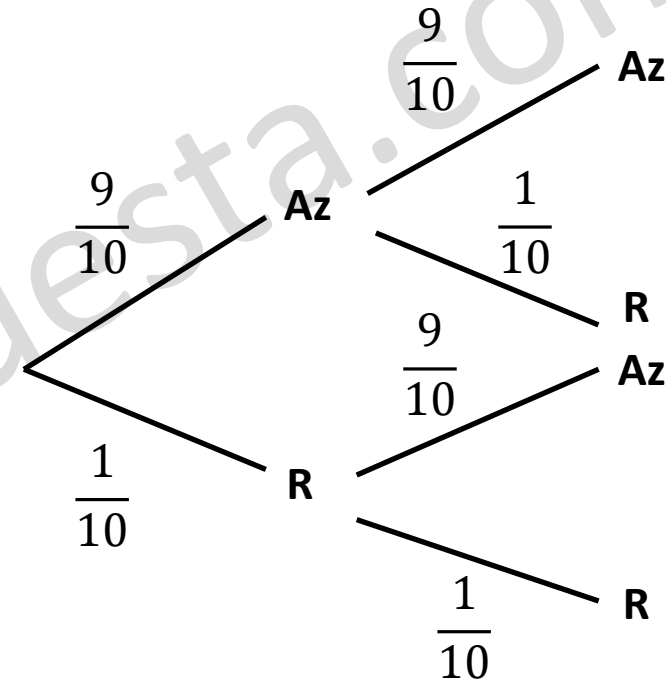
Represento el espacio muestral y las probabilidades mediante un diagrama de árbol.

- La probabilidad de extraer dos bolas azules.

Se aplica el principio de multiplicación.

$$P(Az \cap Az) = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{100} = \mathbf{0'81}$$

La probabilidad de extraer dos bolas azules es **0'81**.



Ejercicio 6

b) La probabilidad de extraer al menos una bola azul.

Se aplica el suceso contrario.

$$P(\text{al menos 1 azul}) = 1 - P(R \cap R) = 1 - \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{99}{100} = \mathbf{0'99}$$

La probabilidad de extraer al menos una bola azul es **0'99**.

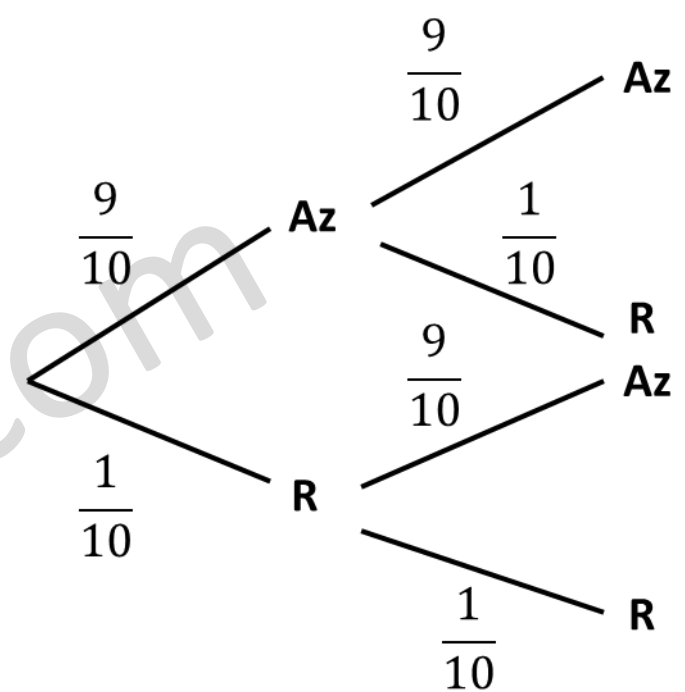
c) La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es **0'1**.

d) La probabilidad de extraer dos bolas del mismo color.

$$P(\text{mismo color}) = P(Az \cap Az) + P(R \cap R) = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{82}{100} = \mathbf{0'82}$$

La probabilidad de extraer dos bolas del mismo color es **0'82**.



Ejercicio 7

En una disolución acuosa hay 2 gramos de lactosa por cada 250 mL de disolución. La densidad de la misma es de 1'023 g/cm³. Calcule:

a) El tanto por ciento en masa de la disolución.

Se calcula la masa de la disolución a partir de la densidad y del volumen.

$$d = \frac{m}{V} \longrightarrow m = d \cdot V = 1'023 \cdot 250 = 255'75 \text{ g de disolución.}$$

Calculo el porcentaje en masa a partir de su definición.

$$\% = \frac{m_{\text{solute}}}{m_{\text{disolución}}} \cdot 100 = \frac{2}{255'75} \cdot 100 = \mathbf{0'78 \%}$$

El tanto por ciento en masa de la disolución es **0'78 %**.

b) La concentración en masa expresada en gramos por litro de disolución.

Calculo la concentración en masa a partir de su definición.

$$C = \frac{m_{\text{solute}} (g)}{V_{\text{disolución}} (L)} = \frac{2}{0'250} = 8 \text{ g/L}$$

La concentración en masa expresada en gramos por litro de disolución es **8 g/L**.



Repaso de
disoluciones

Ejercicio 8

a) Si la esfera del dibujo tiene 50 g de masa, determine la energía mecánica, la cinética y la potencial de la misma en los puntos A, B y C. Indique todos los cálculos que realice y traslade los resultados a la tabla que aparece en el ejercicio.

Dato: Considere la aceleración de la gravedad (g) igual a 10 m/s^2 .

b) ¿Qué principio de la Física se cumple en este problema? **El principio de conservación de la energía mecánica.**

Solución:

En el punto A: $E_c(A) = 0 \text{ J}$, por estar en reposo

$$E_p(A) = E_m(A) = m \cdot g \cdot h = 0'05 \cdot 10 \cdot 3 = 1'5 \text{ J}$$

En el punto B: $E_m(B) = E_m(A) = 1'5 \text{ J}$

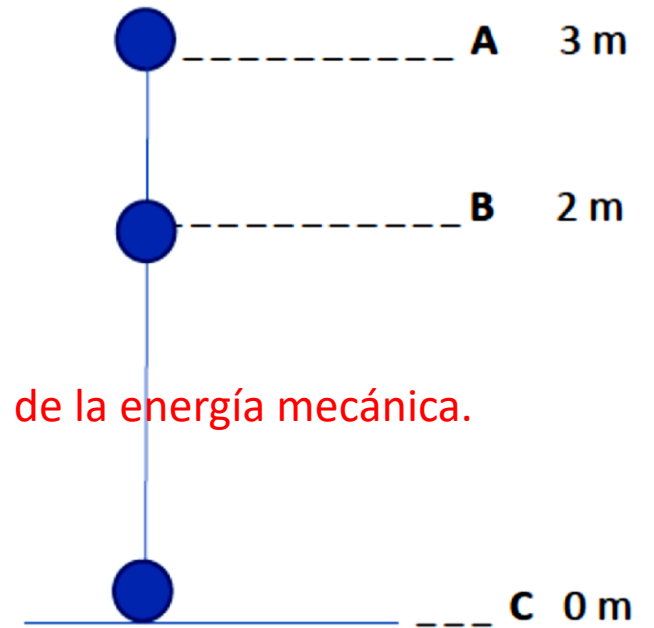
$$E_p(B) = m \cdot g \cdot h = 0'05 \cdot 10 \cdot 2 = 1 \text{ J}$$

$$E_c(B) = E_m(B) - E_p(B) = 1'5 - 1 = 0'5 \text{ J}$$

En el punto C: $E_m(C) = E_m(A) = 1'5 \text{ J}$

$$E_p(C) = m \cdot g \cdot h = 0'05 \cdot 10 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$E_c(C) = E_m(C) = 1'5 \text{ J}$$



	Energía mecánica (J)	Energía cinética (J)	Energía potencial (J)
A	1'5 J	0 J	1'5 J
B	1'5 J	0'5 J	1 J
C	1'5 J	1'5 J	0 J

Ejercicio 9

Identifique el concepto o término que corresponde a cada definición.

Definición	Concepto/ Término
Cavidades en las que se produce el paso del oxígeno del aire a la sangre y del dióxido de carbono desde la sangre al aire.	Alveolos
Órgano de 12 cm de longitud situado delante del esófago. Se divide en dos ramificaciones llamadas bronquios.	Tráquea
Acto involuntario por el que los nutrientes pasan del intestino delgado a la sangre.	Absorción
Aparato encargado de la micción, aunque en la excreción también colaboran el aparato digestivo, con la defecación, y la piel, con la sudación.	Aparato excretor
Tubo formado por la boca, la faringe, el esófago, el estómago, el intestino delgado, el intestino grueso y el ano.	Tubo digestivo
Vaso sanguíneo que extrae la sangre del corazón.	Arteria
Acto de entrada de aire con oxígeno a los pulmones.	Inspiración
Órganos encargados de limpiar la sangre de sustancias tóxicas, como la urea, que son expulsadas a través de la orina.	Riñones
Célula de la sangre que fabrica anticuerpos.	Glóbulo Blanco
Compartimentos superiores del corazón.	Aurículas

Ejercicio 10

Complete la tabla de definiciones siguiente utilizando alguno de los conceptos de la lista:

Solsticio de verano – Eje terrestre – Eclipse de Sol – Corriente marina – Rotación – Marea – Solsticio de invierno – Órbita – Traslación – Equinoccio de invierno

Definición	Concepto
Nombre que recibe el movimiento de desplazamiento de un astro alrededor de otro.	Traslación
Día del año en el hemisferio norte en el que la duración del día es mayor que la de la noche.	Solsticio de verano
Línea imaginaria alrededor de la cual gira la Tierra en su rotación.	Eje terrestre
Fenómeno astronómico que, visto desde la Tierra, se produce cuando la Luna oculta al Sol.	Eclipse de Sol
Día del año en el hemisferio norte en el que la duración del día es menor que la de la noche.	Solsticio de invierno