

PRUEBA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA



NAVARRA



ÁMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO
MATEMÁTICAS



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

www.angelcuesta.com

JUNIO 2023

©Ángel Cuesta Arza

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



Teoría y ejercicios de estadística.



Porcentajes. Teoría y ejercicios.



Ejercicios de estadística.



Teorema de Pitágoras.



Trigonometría básica.



Problemas con fracciones.



Funciones lineales.



Probabilidad básica.



1. a. Calcule y simplifique el resultado, indicando los pasos intermedios:

$$-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \right]$$

(1 punto)

$$-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \right] = -1 + \frac{2}{15} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) = -1 + \frac{2}{15} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{-60 + 4 \cdot 2 - 15 \cdot 1 - 20 \cdot 1}{60}$$

$$-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \right] = \frac{-60 + 8 - 15 - 20}{60} = \frac{-95 + 8}{60} = \frac{-87}{60} = \frac{-29}{20}$$

$$\boxed{-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \right] = -\frac{29}{20}}$$

b. Reduzca a una sola potencia, indicando los pasos intermedios:

$$\frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2 \cdot 2^6}$$

$$\frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2 \cdot 2^6} = \frac{2^{-5+4+3}}{2^{1+6}} = \frac{2^2}{2^7} = 2^{2-7} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5}$$

$$\boxed{\frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2 \cdot 2^6} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5}}$$

2. En una reunión, la sexta parte son adolescentes, las $\frac{2}{5}$ partes son mujeres adultas, y el resto son hombres adultos. Si hay 156 hombres adultos, ¿cuántas personas hay en la reunión? (2 puntos)

Se define, x =número total de personas que hay en la reunión.

Se traduce del español al lenguaje algebraico.

“La sexta parte son adolescentes”: $\frac{1}{6}x = \frac{x}{6}$ *“las $\frac{2}{5}$ partes son mujeres adultas”*: $\frac{2}{5}x = \frac{2x}{5}$

“El resto son hombres adultos. Si hay 156 hombres adultos...”: $\frac{x}{6} + \frac{2x}{5} + 156 = x$

Se resuelve la ecuación con denominadores. El mcm de 5 y 6 es 30.
$$\frac{5x + 6 \cdot 2x + 30 \cdot 156}{30} = \frac{30x}{30}$$

Se quitan denominadores y se opera. $5x + 12x + 4680 = 30x \longrightarrow 4680 = 13x \longrightarrow x = \frac{4680}{13} = 360$

En total hay **360 personas** en la reunión.

3. Resuelva la ecuación:

$$\frac{3(x+1)}{2} + 2x - 5 - \frac{x+2}{3} = \frac{1}{3}(x-1) - \frac{19}{2}$$

(3 puntos)

Se aplica la propiedad distributiva. $\frac{3x+3}{2} + 2x - 5 - \frac{x+2}{3} = \frac{x-1}{3} - \frac{19}{2}$

El mcm de 2 y 3 es 6. $\frac{3 \cdot (3x+3) + 6 \cdot 2x - 6 \cdot 5 - 2 \cdot (x+2)}{6} = \frac{2 \cdot (x-1) - 3 \cdot 19}{6}$

Se quitan denominadores y se aplica la propiedad distributiva. $9x + 9 + 12x - 30 - 2x - 4 = 2x - 2 - 57$

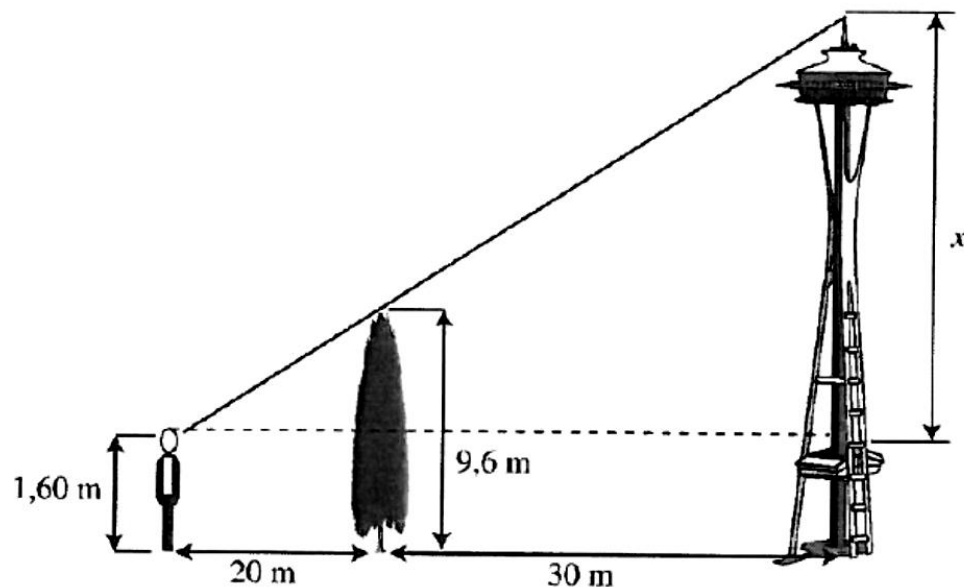
Se reordenan los términos: $9x + 12x - 2x - 2x = -2 - 57 - 9 + 30 + 4$

Se opera: $17x = -34$

Se despeja el valor de x: $x = -\frac{34}{17} = -2$

4. Observe las medidas del gráfico y calcule la altura del faro:

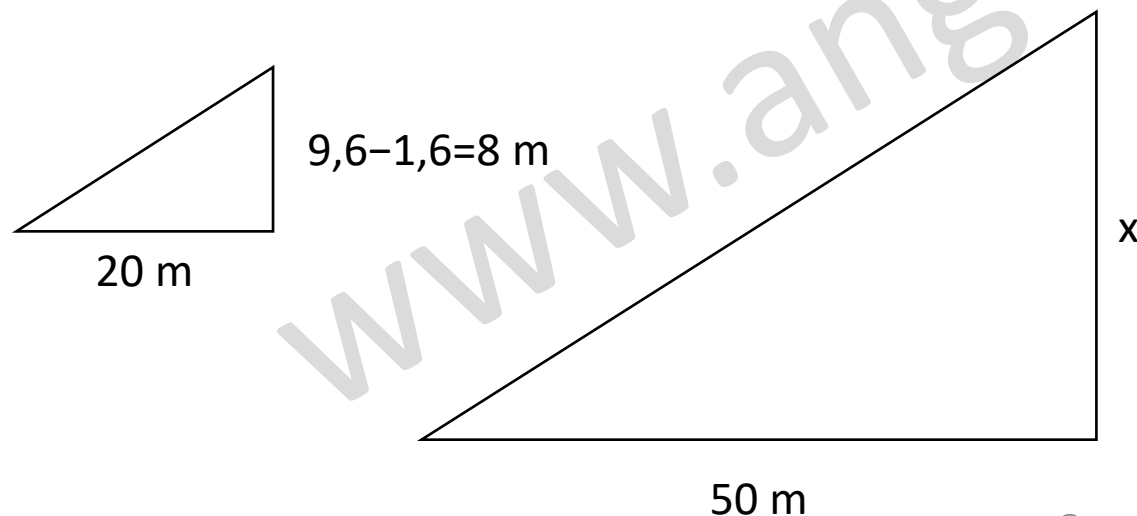
(3 puntos)



En este caso debemos utilizar el concepto de **semejanza de triángulos** para poder resolver el ejercicio. Para ello es conveniente hacer un esquema de los dos triángulos.

Se aplica la relación de semejanza.

$$\frac{8}{20} = \frac{x}{50} \longrightarrow \frac{8 \cdot 50}{20} = x \longrightarrow x = 20 \text{ m}$$

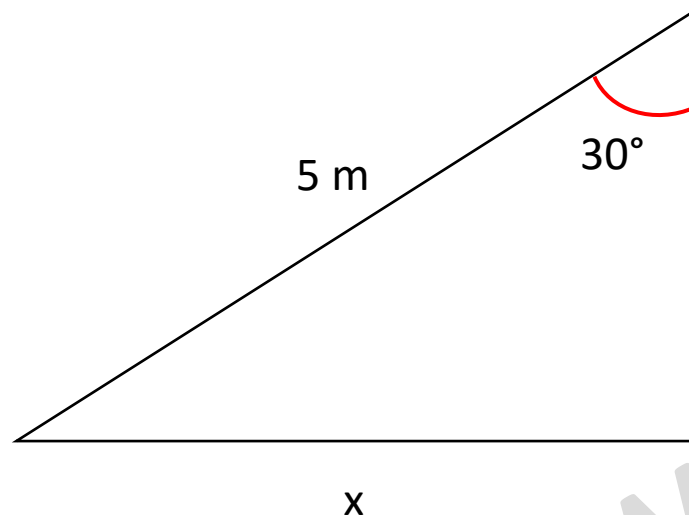


La altura del faro es 21,6 metros. Ojo, no me piden el valor de x , sino la altura del faro, por eso tengo que sumarle la altura de la persona.

5. Una escalera de 5 m. está apoyada en una pared formando un ángulo de 30° con dicha pared. Calcule la distancia entre la base de la escalera y la pared.

(2 puntos)

En este caso debemos utilizar el concepto de **razón trigonométrica** para poder resolver el ejercicio. Para ello es conveniente hacer un esquema del triángulo.



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{x}{5} \longrightarrow x = 5 \cdot \text{sen}(30^\circ) = 2,5 \text{ m}$$

La distancia entre la base de la escalera y la pared es 2,5 metros. Ojo, no me piden el valor de la altura.

6.

a. Escriba la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $(0, 5)$ y $(1, 2)$.
(1 puntos)

La pendiente de una recta se puede calcular a partir de las coordenadas de los dos puntos a partir de su definición.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow m = \frac{5 - 2}{0 - 1} = -3$$

La ordenada en el origen se calcula a partir de un punto y la ecuación explícita.

$$y = mx + n \xrightarrow{m=-3} y = -3x + n \xrightarrow{(0,5)} 5 = -3 \cdot 0 + n \longrightarrow n = 5$$

La ecuación explícita de la recta será: $y = -3x + 5$

La ecuación general de la recta será: $3x + y - 5 = 0$

b. Obtenga la ecuación explícita de la recta s paralela a $2x + y = 3$ que pasa por el punto $(-1, 1)$. (1 puntos)

La pendiente de la recta es el número que multiplica a x cuando se expresa la recta en forma explícita.

La ecuación explícita de la recta será: $y = -2x + 3$

La pendiente de la recta es: $m = -2$

La ordenada en el origen se calcula a partir de un punto y la ecuación explícita.

$$y = mx + n \xrightarrow{m=-2} y = -2x + n \xrightarrow{(-1,1)} 1 = -2 \cdot (-1) + n \longrightarrow n = -1$$

La ecuación explícita de la recta será: $y = -2x - 1$

7. La siguiente tabla refleja el gusto o no por la lectura de un grupo de alumnos de 3º ESO:

	CHICAS	CHICOS	
LES GUSTA LEER	58	36	94
NO LES GUSTA LEER	28	28	56
	86	64	150

Escogemos al azar a uno de esos alumnos. Calcule la probabilidad de que:

Podemos utilizar esta tabla de contingencia para calcular probabilidades. En primer lugar, sumamos los totales. Aplicamos la regla de Laplace.

$$a) \quad P(\text{Chica}) = \frac{N^{\circ} \text{ de chicas}}{N^{\circ} \text{ de personas}} = \frac{86}{150} = \frac{43}{75} \approx \boxed{0,573}$$

$$b) \quad P(\text{No le guste la lectura}) = \frac{N^{\circ} \text{ de no lectores}}{N^{\circ} \text{ de personas}} = \frac{56}{150} = \frac{28}{75} \approx \boxed{0,373}$$

$$c) \quad P(\text{Chica y le gusta leer}) = \frac{N^{\circ} \text{ chicas lectoras}}{N^{\circ} \text{ de personas}} = \frac{58}{150} = \frac{29}{75} \approx \boxed{0,387}$$

$$d) \quad P(\text{le gusta leer sabiendo que es chico}) = \frac{N^{\circ} \text{ chicos lectores}}{N^{\circ} \text{ de chicos}} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16} = \boxed{0,5625}$$

a. Sea chica.

b. No le guste la lectura.

c. Sea chica que le guste leer.

d. Si el escogido ha sido chico, ¿cuál es la probabilidad de que le guste leer?

8. Se pregunta a un grupo de estudiantes por el número de libros que han leído en el último mes, y se obtiene la siguiente tabla estadística:

N.º de libros x_i	N.º de estudiantes f_i
0	5
1	15
2	35
3	25
4	15
5	5

a. Halle la media aritmética.

b. ¿Cuál es la frecuencia relativa del valor 2?

c. Halle el valor del primer cuartil.

Para tener más espacio, resuelvo el ejercicio en la siguiente diapositiva.

a. Halle la media aritmética.

N.º de libros x_i	N.º de estudiantes f_i	Libros totales $x_i \cdot f_i$
0	5	0
1	15	15
2	35	70
3	25	75
4	15	60
5	5	25
TOTALES:		100 245

Debemos añadir una columna, en la que se obtiene el total de libros.

Se aplica directamente la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{245}{100} = 2,45$$

La media aritmética de libros leídos por estudiante es **2,45**.

b. ¿Cuál es la frecuencia relativa del valor 2?

N.º de libros x_i	N.º de estudiantes f_i	f_{ri}
0	5	5/100
1	15	15/100
2	35	35/100
3	25	25/100
4	15	15/100
5	5	5/100

TOTALES: 100

Debemos añadir una columna, en la que se obtiene la frecuencia relativa.

La frecuencia relativa del valor 2 es **0,35**

c. Halle el valor del primer cuartil.

N.º de libros x_i	N.º de estudiantes f_i	f_{ri}	F_{ri}
0	5	5/100	0,05
1	15	15/100	0,20
2	35	35/100	0,55
3	25	25/100	0,80
4	15	15/100	0,95
5	5	5/100	1

TOTALES: 100

El primer cuartil es el valor que divide al conjunto de datos en 25% inferior. Para calcularlo, primero se ordenan los datos de menor a mayor (ya vienen ordenados en el enunciado, por lo que no hace falta ordenar los datos) y luego se busca para que valor de la variable, la frecuencia relativa acumulada es mayor que 0,25 (que equivale al 25%)

El valor del primer cuartil es **2 libros**.