El problema del día

Selectividad C. Valenciana

FÍSICA

Opción A, CUESTIÓN 6

Julio 2019

FÍSICA MODERNA

www.angelcuesta.com

© Angel Cuesta Arza

Cuestión 6

Escribe la expresión de la longitud de onda de De Broglie y explica su significado. Calcula la longitud de onda de De Broglie de una bacteria que se mueve a una velocidad de 66 µm/s, sabiendo que la masa de un millón de bacterias es de 1 µg.
Dato: constante de Planck, h= $6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s,

Solución:

La hipótesis de De Broglie dice lo siguiente: "*Toda la materia presenta características tanto ondulatorias como corpusculares comportándose de uno u otro modo dependiendo del experimento específico*."

Esto significa, que la materia, además de tener propiedades propias de la materia, tiene propiedades ondulatorias. Eso se ha demostrado mediante el experimento en el cual se observó la difracción de los electrones. La difracción es una propiedad ondulatoria, y se daba por hecho que no podrían difractarse.

La expresión matemática es: $\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}}$

h= constante de Planck
m= masa de la partícula
v= velocidad de la partícula

Como se puede ver en la fórmula, un objeto con una masa m y una velocidad v, podría tener asociada una longitud de onda.

La ecuación de De Broglie se puede aplicar a toda la materia. Los cuerpos macroscópicos, también tendrían asociada una onda, pero, dado que su masa es muy grande, la longitud de onda resulta tan pequeña que en ellos se hace imposible apreciar sus características ondulatorias.

www.angelcuesta.com

© Ángel Cuesta Arza

Cuestión 6

Datos: v=66 µm/s=6'6·10^{-5} m/s m=1 ·10^{-6} µg=1 ·10^{-15} kg h= 6,6·10^{-34} J·s

Puesto que 1 millón de bacterias tienen una masa de 1 µg, una bacteria tendrá una masa un millón de veces menor. Basta dividir la masa que nos dan entre 1 millón.

$$m(1\ Bacteria) = \frac{m(1\ millon\ bacterias)}{10^6} = \frac{1\ \mu g}{10^6} = 10^{-6}\ \mu g = 10^{-15}\ kg$$

Aplicamos la fórmula para calcular la longitud de onda de la bacteria:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \longrightarrow \lambda = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^{-15} \cdot 6'6 \cdot 10^{-5}} \longrightarrow \boxed{\lambda = 1 \cdot 10^{-14}\ \text{m}}$$

La longitud de onda de esa bacteria sería de 1 ·10^{-14} m

Esta longitud de onda, ¿es grande o pequeña?

Rayos X: 10^{-8} –10^{-11} m

Rayos γ : 10^{-12} m

Protón: 1'75^{-15} m

Calcula la longitud de onda de De Broglie de una bacteria que se mueve a una velocidad de 66 µm/s, sabiendo que la masa de un millón de bacterias es de 1 µg.
Dato: constante de Planck, h= 6,6·10^{-34} J·s,

www.angelcuesta.com

© Angel Cuesta Arza

BONUS (para entusiastas de la física)

Calculo de la energía total de una partícula en función de su masa en reposo y de su cantidad de movimiento.

(luego calcularemos la energía de un objeto en reposo y el momento lineal de un fotón)

A partir de los conceptos de cantidad de movimiento y energía relativista se puede deducir una ecuación que relaciona las magnitudes Energía (E), masa (m_0) y cantidad de movimiento (p).

$$\boxed{E^2 = (p \cdot c)^2 + (m_0 \cdot c^2)^2}$$

¡Vamos a demostrarlo!

Partimos de la Ecuación de la energía de Einstein: $E = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$

Y del momento lineal relativista: $p = \gamma \cdot m_0 \cdot v$

Siendo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, el coeficiente de Lorentz .

Si operamos:

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{(m_0 \cdot c^2)^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{(m_0 \cdot v)^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot c^2 \longrightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{{m_0}^2 \cdot c^4 - {m_0}^2 \cdot v^2 \cdot c^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = \frac{{m_0}^2 \cdot c^2 \cdot \cancel{(c^2 - v^2)}}{\frac{\cancel{c^2 - v^2}}{c^2}}$$

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = {m_0}^2 \cdot c^4 \longrightarrow E^2 = p^2 \cdot c^2 + {m_0}^2 \cdot c^4 \longrightarrow \boxed{E^2 = (p \cdot c)^2 + (m_0 \cdot c^2)^2}$$

www.angelcuesta.com

© Angel Cuesta Arza

Energía de una partícula en reposo y momento lineal de un fotón.

$$\boxed{E^2 = (p \cdot c)^2 + (m_0 \cdot c^2)^2}$$

Se puede observar, que si la partícula está en reposo, la energía de la misma será:

$\mathbf{E = m_0 \cdot c^2}$ Ya que p=0 cuando una partícula está en reposo.

Aunque los fotones no tienen masa (y por eso se pueden desplazar a la velocidad de la luz), si tienen asociado un momento lineal.

En el caso de los fotones, podemos sustituir m_0=0 (ya que el fotón no tiene masa en reposo) entonces se deduce:

$\mathbf{E = p \cdot c} \longrightarrow \boxed{\mathbf{p = \frac{E}{c}}}$ Este sería el momento lineal de un fotón.

www.angelcuesta.com

© Angel Cuesta Arza