



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

PROBLEMA 1A

JULIO 2025

Campo gravitatorio



CAMPO GRAVITATORIO

En el año 1969 el módulo de mando Columbia de la misión Apolo 11, tripulada por el astronauta Michael Collins, orbitaba con trayectoria circular, a 100 km de altura sobre la superficie de la Luna y con un periodo de 118 minutos. Mientras, Neil Armstrong y Edwin Aldrin, los otros dos tripulantes, caminaban sobre la Luna. Determina razonadamente:

- La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.
- La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

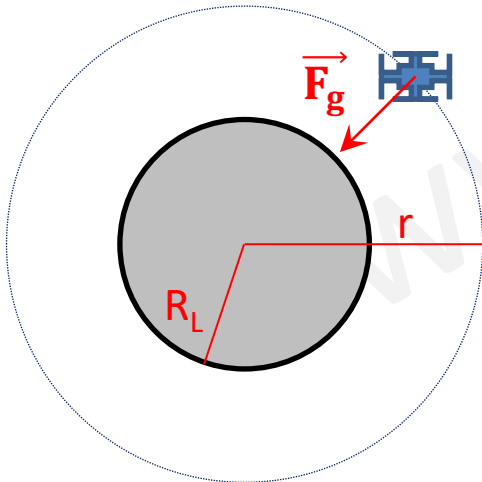
Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

Solución: La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria.

Puesto que el movimiento del satélite es circular uniforme, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m \cdot a_c \longrightarrow \frac{G \cdot M_L \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \longrightarrow M_L = \frac{v^2 \cdot r}{G}$$

Debo expresar la masa de la Luna en función del período orbital. Se hace en la siguiente diapositiva.



CAMPO GRAVITATORIO

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

$$M_L = \frac{v^2 \cdot r}{G} \xrightarrow{v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}} M_L = \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2 \cdot r}{G} \longrightarrow M_L = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \boxed{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (R_L + h)^3}{G \cdot T^2}}$$

Se sustituyen los datos del enunciado y se obtiene la masa de la Luna. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m} \quad h = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m} \quad T = 118 \text{ min} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 7080 \text{ s}$$

$$M_L = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,74 \cdot 10^6 + 10^5)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7080^2} = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

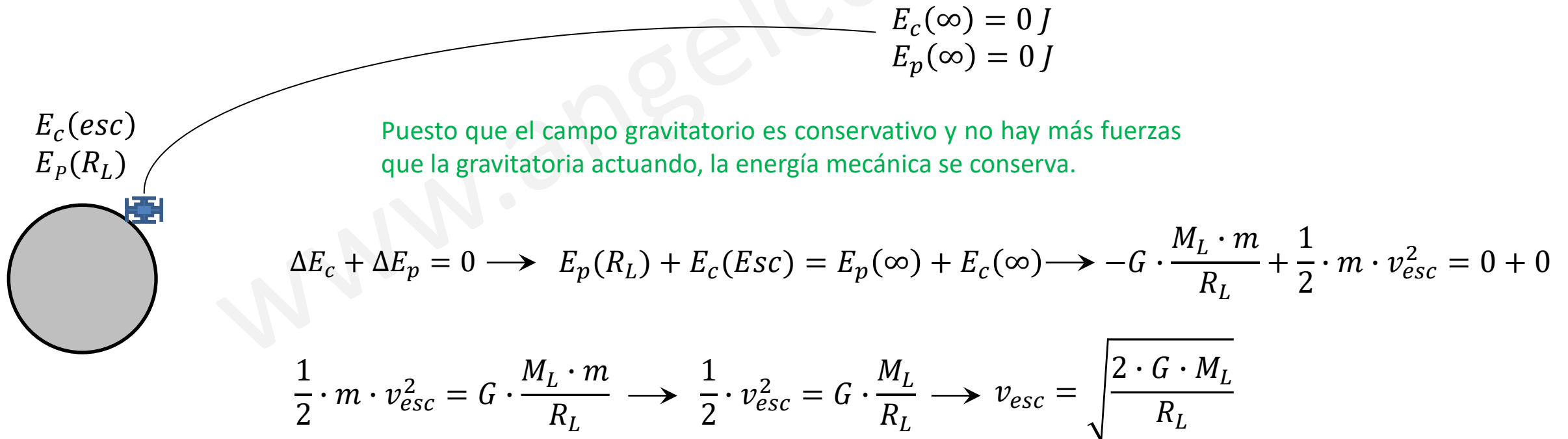
La masa de la Luna es $7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. **Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.**

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

La velocidad de escape es la mínima velocidad que debe tener un objeto para que escape del campo gravitatorio, es decir, para que llegue al "infinito" con una velocidad de 0 m/s.

Cuando un objeto está en reposo en la superficie de un planeta, para que pueda escapar del campo gravitatorio hay que comunicarle energía. Al comunicarle energía, de una forma o de otra, esta se transformará en energía cinética. Si esa energía cinética es lo suficientemente grande, el objeto escapará del campo gravitatorio.



$E_c(\infty) = 0 \text{ J}$
 $E_p(\infty) = 0 \text{ J}$

Puesto que el campo gravitatorio es conservativo y no hay más fuerzas que la gravitatoria actuando, la energía mecánica se conserva.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \longrightarrow E_p(R_L) + E_c(Esc) = E_p(\infty) + E_c(\infty) \longrightarrow -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{esc}^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{esc}^2 = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} \longrightarrow \frac{1}{2} \cdot v_{esc}^2 = G \cdot \frac{M_L}{R_L} \longrightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_L}{R_L}}$$

a) La expresión para calcular la masa de la Luna y obtén su valor. **Determina la velocidad de escape desde la superficie lunar.**

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

Se sustituyen los datos del enunciado. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m} \quad M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,36 \cdot 10^{22}}{1,74 \cdot 10^6}} = 2,38 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2,38 \text{ km/s}$$

La velocidad de escape desde la superficie de la Luna es: **2,38 km/s.**

CAMPO GRAVITATORIO

b) La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

La velocidad de satelización es la velocidad que debe tener un objeto para colocarlo en órbita a una cierta altura.

Cuando un objeto está en reposo en la superficie de un planeta, para colocarlo en órbita hay que comunicarle energía. Al comunicarle energía, de una forma o de otra, esta se transformará en energía cinética. Si esa energía cinética es la necesaria, el objeto establecerá una órbita a cierta altura.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0 \rightarrow E_p(R_L) + E_c(\text{sat}) = E_p(r) + E_c(r) \rightarrow -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{sat}}^2 = -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{orb}}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{sat}}^2 = \frac{G \cdot M_L \cdot m}{R_L} - \frac{G \cdot M_L \cdot m}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\sqrt{\frac{G \cdot M_L}{R_L + h}} \right)^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot v_{\text{sat}}^2 = \frac{G \cdot M_L}{R_L} - \frac{G \cdot M_L}{R_L + h} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_L}{R_L + h}$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_{\text{sat}}^2 = \frac{G \cdot M_L}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot M_L}{R_L + h} \rightarrow v_{\text{sat}} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_L \cdot \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_L + h} \right)}$$

CAMPO GRAVITATORIO

b) La velocidad con la que el módulo de aterrizaje Eagle, tripulado por Aldrin y Armstrong, debe despegar de la superficie lunar para llegar a la órbita del módulo Columbia y con la misma velocidad a la que orbita el Columbia.

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; radio de la Luna, $R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km}$

Se sustituyen los datos del enunciado. Se expresan en unidades del sistema internacional.

$$R_L = 1,74 \cdot 10^3 \text{ km} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m} \quad M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg} \quad h = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

$$v_{sat} = \sqrt{2 \cdot G \cdot M_L \cdot \left(\frac{1}{R_L} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_L + h} \right)} = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,36 \cdot 10^{22} \cdot \left(\frac{1}{1,74 \cdot 10^6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1,74 \cdot 10^6 + 10^5} \right)}$$

$$v_{sat} = 1,72 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 1,72 \text{ km/s}$$

La velocidad de satelización es: **1,72 km/s.**



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

PROBLEMA 1B

JULIO 2025

Campo gravitatorio



CAMPO GRAVITATORIO

Un nanosatélite artificial, de masa 1 kg, gira alrededor de la Tierra describiendo una órbita elíptica. Sabiendo que la Tierra está situada en uno de los focos de la elipse y que en el punto de la órbita más lejano (apogeo) el módulo del momento angular del nanosatélite vale $5,6 \cdot 10^{10} \text{ kg m}^2/\text{s}$:

a) Calcula razonadamente el módulo de su velocidad en dicho punto. En el punto de la órbita más cercano a la Tierra (perigeo). ¿la velocidad es mayor o menor que en el apogeo? Justifica la respuesta.

b) Determina las energías cinética y potencial gravitatoria del satélite en el apogeo, así como la energía mecánica del satélite. Supón que el nanosatélite solo se ve afectado por el campo gravitatorio terrestre.

Datos: distancia del apogeo al centro de la Tierra, $r_a = 7000 \text{ km}$; constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Solución: La definición de momento angular es: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v})$

En un movimiento bajo fuerza central, el momento angular se conserva y, en apogeo/perigeo, $\vec{v} \perp \vec{r}$. Por tanto,

El módulo del momento angular del satélite se calcula con la fórmula: $L_a = r_a \cdot m \cdot v_a \longrightarrow v_a = \frac{L_a}{r_a \cdot m}$

Se expresa la distancia del apogeo al centro de la Tierra en unidades del sistema internacional. $r_a = 7000 \text{ km} = 7 \cdot 10^6 \text{ m}$

Se sustituyen los datos y se calcula la velocidad pedida. $v_a = \frac{5,6 \cdot 10^{10}}{7 \cdot 10^6 \cdot 1} = 8000 \text{ m/s}$

El módulo de la velocidad del nanosatélite artificial en el apogeo es **8000 m/s**.

CAMPO GRAVITATORIO

a) Calcula razonadamente el módulo de su velocidad en dicho punto. **En el punto de la órbita más cercano a la Tierra (perigeo). ¿la velocidad es mayor o menor que en el apogeo? Justifica la respuesta.**

Dado que el módulo del momento angular del satélite es igual a: $v = \frac{L}{r \cdot m}$

Teniendo en cuenta que el momento angular se conserva y la masa no varía, es fácil comprobar que, a mayor valor de r , menor valor de la velocidad. Por ello, podemos afirmar que la velocidad es mayor en el perigeo que en el apogeo. Para que no quede duda, se demuestra de forma matemática.

$$r_p < r_a \longrightarrow \frac{1}{r_p} > \frac{1}{r_a} \longrightarrow \frac{1}{r_p \cdot m} > \frac{1}{r_a \cdot m} \longrightarrow \frac{L}{r_p \cdot m} > \frac{L}{r_a \cdot m} \longrightarrow v_p > v_a$$

Con lo que queda demostrado que **la velocidad en el perigeo es mayor que en el apogeo.**

CAMPO GRAVITATORIO

b) Determina las energías cinética y potencial gravitatoria del satélite en el apogeo, así como la energía mecánica del satélite. Supón que el nanosatélite solo se ve afectado por el campo gravitatorio terrestre.

Datos: distancia del apogeo al centro de la Tierra, $r_a=7000$ km ; constante de gravitación universal, $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻² ; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg

Calculo el valor de la energía cinética del satélite en el apogeo. $E_c(\text{apogeo}) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8000^2 = 3,2 \cdot 10^7$ J

Calculo el valor de la energía potencial gravitatoria del satélite en el apogeo.

$$E_p(\text{apogeo}) = -\frac{G \cdot M_T \cdot m}{r_a} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 1}{7 \cdot 10^6} = -5,72 \cdot 10^7$$

Calculo el valor de la energía mecánica del satélite en el apogeo.

$$E_m(\text{apogeo}) = E_c(\text{apogeo}) + E_p(\text{apogeo}) = 3,2 \cdot 10^7 - 5,72 \cdot 10^7 = -2,52 \cdot 10^7$$

La energía cinética del satélite en el apogeo es $3,2 \cdot 10^7$ J, la energía potencial es $-5,72 \cdot 10^7$ J y la energía mecánica es $-2,52 \cdot 10^7$ J.



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 2A

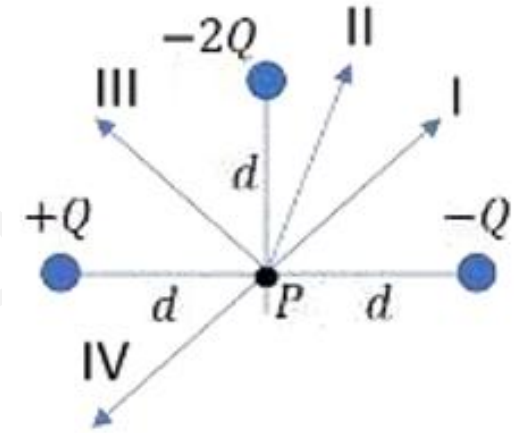
JULIO 2025

Campo eléctrico



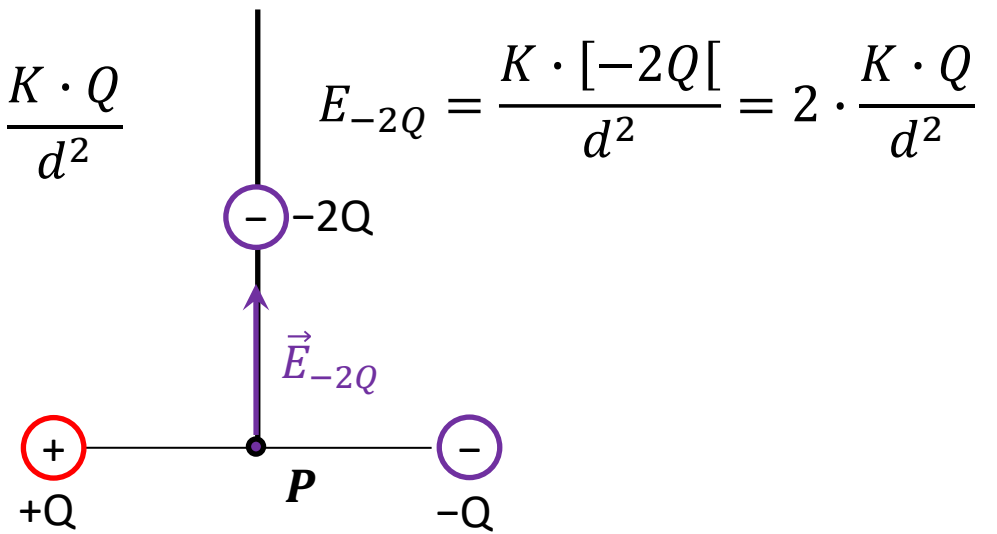
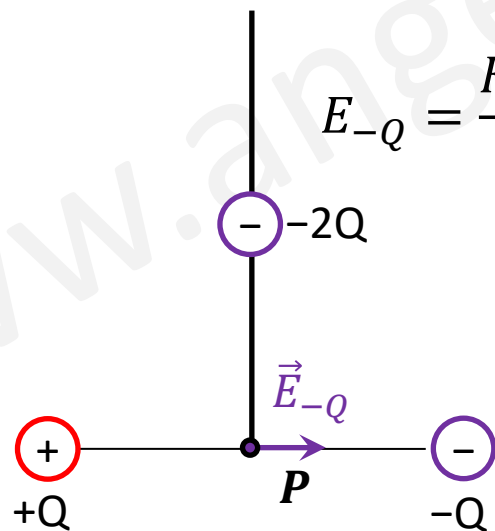
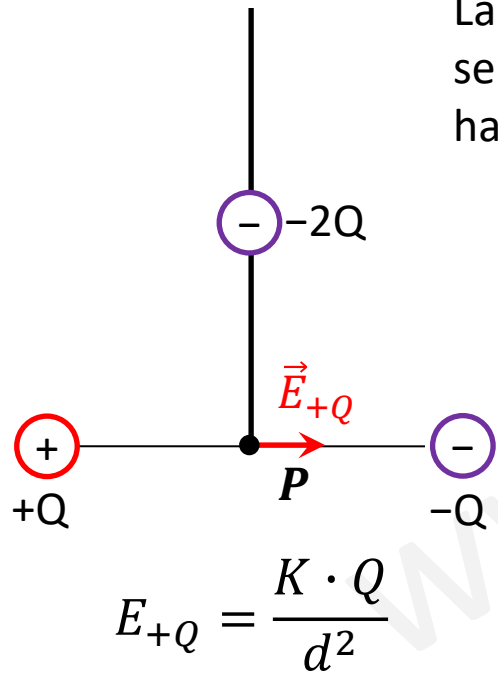
Campo eléctrico

Representa razonadamente los vectores campo eléctrico que generan en el punto P cada una de las tres cargas indicadas en la figura. Razona qué vector de la figura representa el campo eléctrico total en dicho punto P . Si se conoce que el potencial eléctrico que produce la carga positiva $+Q$ en el punto P es de 100 V, ¿cuál es el potencial eléctrico en P ?



Solución: En primer lugar, se hace un estudio gráfico de la situación:

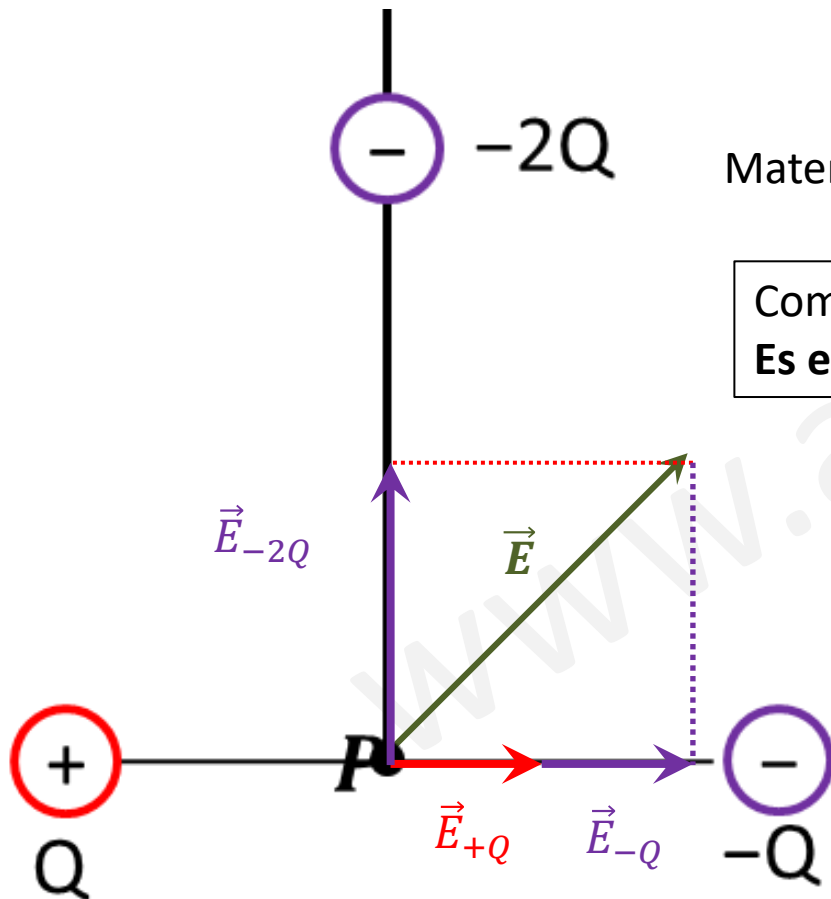
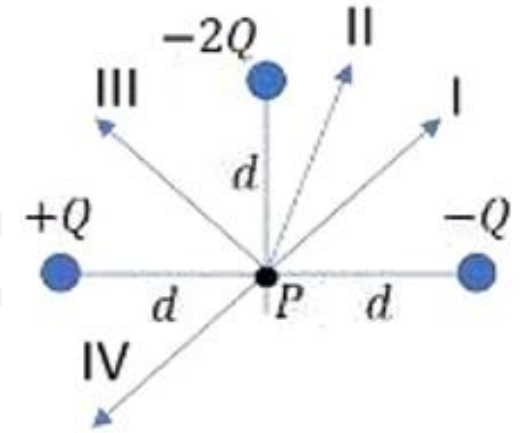
La dirección y sentido del vector campo eléctrico en un punto vienen dados por la dirección y sentido de la fuerza que experimentaría una carga de prueba positiva colocada en ese punto. Se hace un esquema para cada carga.



Campo eléctrico

Razona qué vector de la figura representa el campo eléctrico total en dicho punto P .

Para calcular el valor del campo eléctrico gráficamente se aplica el principio de superposición. Para ello, basta con sumar vectorialmente los 3 vectores.



Matemáticamente:
$$\vec{E} = \vec{E}_{+Q} + \vec{E}_{-Q} + \vec{E}_{-2Q} = 2 \cdot \frac{K \cdot Q}{d^2} (\vec{i} + \vec{j})$$

Como puede observarse, el vector campo eléctrico se corresponde con el **vector I**.
Es el que forma un ángulo de **45°** con el eje X

Campo eléctrico

Si se conoce que el potencial eléctrico que produce la carga positiva $+Q$ en el punto P es de 100 V , ¿cuál es el potencial eléctrico en P ?

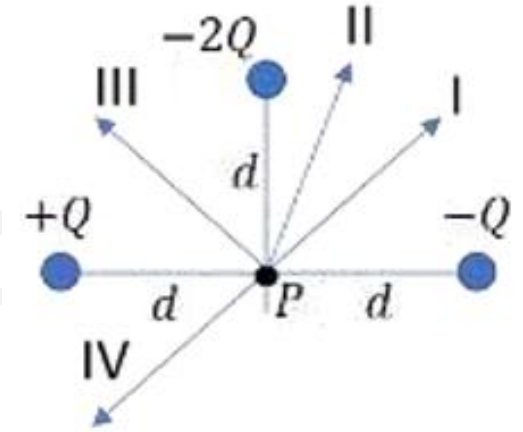
El potencial eléctrico total es la suma de los potenciales eléctricos.

$$V = V_{+Q} + V_{-Q} + V_{-2Q}$$

Es fácil comprobar que: $V_{+Q} + V_{-Q} = 0$, ya que: $V_{+Q} = \frac{K \cdot Q}{d}$ $V_{-Q} = -\frac{K \cdot Q}{d}$

$$V = 0 + V_{-2Q} = -\frac{K \cdot 2Q}{d} = -2 \cdot \frac{K \cdot Q}{d} = -2 \cdot V_{+Q} = -2 \cdot 100 = -200\text{ V}$$

El potencial eléctrico en el punto P es -200 V tomando $V = 0$ en el infinito.





PAU COMUNIDAD VALENCIANA

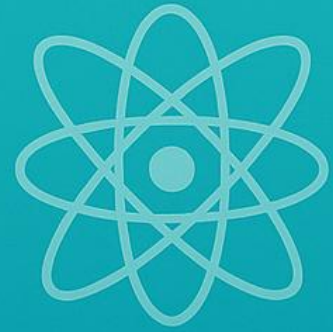


FÍSICA

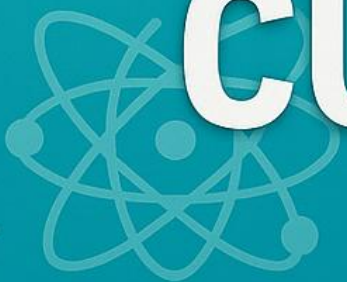
CUESTIÓN 2B

JULIO 2025

Campo electromagnético



$Q =$



K

Campo electromagnético

Una partícula con carga $q = -10^{-6} \text{ C}$ tiene un movimiento rectilíneo uniforme en sentido positivo del eje x , en una región en la que actúan un campo eléctrico y un campo magnético. La velocidad de la partícula es $v=15 \text{ km/s}$ y el campo magnético es $\vec{B} = -0,8 \vec{k} \text{ (T)}$. Calcula razonadamente la fuerza eléctrica, \vec{F}_E , que actúa sobre la partícula y el vector campo eléctrico \vec{E} . Representa las fuerzas que actúan sobre la partícula y los vectores campo eléctrico y magnético.

Solución: Una carga en movimiento que entra en una zona en la cual hay un campo magnético, sufre una fuerza que viene dada por la ley de Lorentz.

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Una carga en el interior de un campo eléctrico sufre una fuerza que viene dada por:

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

Según la primera ley de Newton (inercia), para que el movimiento de una partícula sea rectilíneo y uniforme, la suma de las fuerzas debe ser cero.

$$\vec{F}_m + \vec{F}_E = \vec{0} \longrightarrow \vec{F}_E = -\vec{F}_m$$

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_m \longrightarrow \vec{F}_E = -q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -(-10^{-6}) \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 15000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 \end{vmatrix} = 0,012 \vec{j} \text{ (N)}$$

La fuerza eléctrica, \vec{F}_E , que actúa sobre la partícula es **$0,012 \vec{j} \text{ (N)}$** .

Campo electromagnético

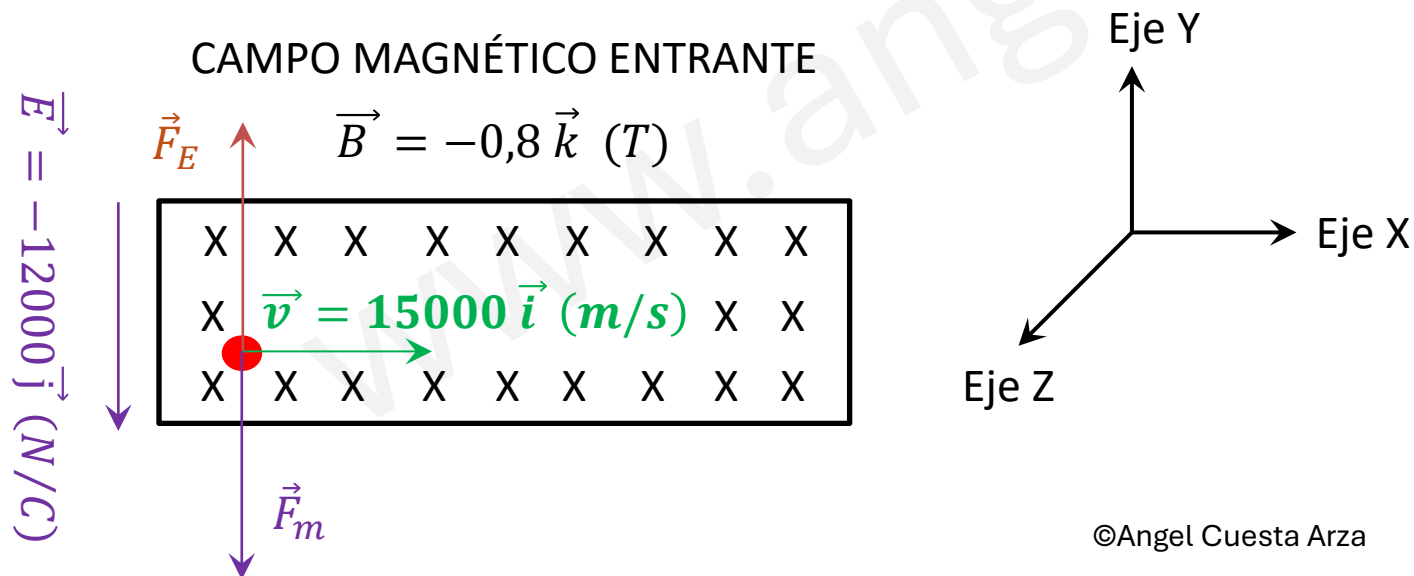
Calcula razonadamente la fuerza eléctrica, \vec{F}_E , que actúa sobre la partícula y el vector campo eléctrico \vec{E} . Representa las fuerzas que actúan sobre la partícula y los vectores campo eléctrico y magnético.

Calculo el vector campo eléctrico a partir de la fuerza eléctrica calculada anteriormente. $\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \longrightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} = \frac{0,012 \vec{j}}{-10^{-6}} = -12000 \vec{j} \text{ (N/C)}$$

El valor del vector \vec{E} necesario para que el movimiento de la partícula sea rectilíneo y uniforme es de $-12000 \vec{j} \text{ (N/C)}$.

Se representa el esquema de fuerzas y los vectores campo eléctrico y campo magnético.





PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

PROBLEMA 3A

JULIO 2025

Campo eléctrico

Campo eléctrico

Dos cargas puntuales q_A y q_B se sitúan en los puntos $A(-1,0) \text{ m}$ y $B(1,0) \text{ m}$, respectivamente. Sabiendo que el vector campo eléctrico en el punto $C(0,1) \text{ m}$ es $\vec{E} = 1,1 \vec{j} \text{ kN/C}$, calcula razonadamente:

a) El valor de ambas cargas.

b) La energía potencial eléctrica de una carga $q' = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ situada en el punto C y el trabajo realizado al desplazar dicha carga desde el punto C al punto $D(0, -1) \text{ m}$.

Dato: constante de Coulomb: $k=9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

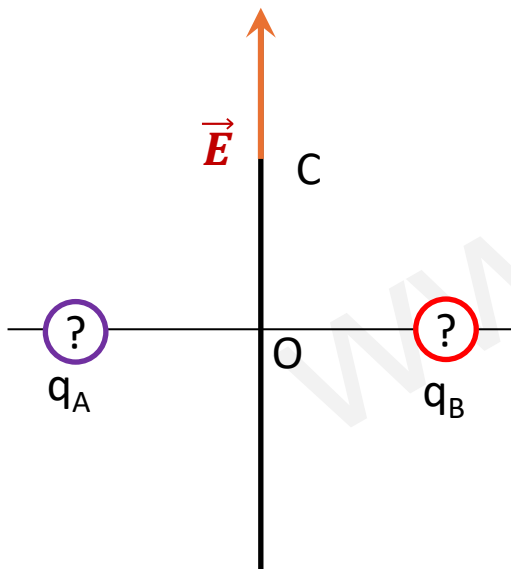
Solución: En primer lugar, se hace un estudio gráfico de la situación:

La dirección y sentido del vector campo eléctrico en un punto vienen dados por la dirección y sentido de la fuerza que experimentaría una carga positiva colocada en ese punto.

Para relacionar el valor del campo eléctrico con el valor de las cargas utilizaremos la fórmula del campo eléctrico y el principio de superposición.

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Calculo a continuación el valor de las cargas.



Campo eléctrico

a) El valor de ambas cargas.

El vector campo eléctrico se calcula con la fórmula: $\vec{E} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$

Se calcula el vector unitario: $\vec{r}_A = C - A = (0,1) - (-1,0) = (1,1) = \vec{i} + \vec{j} \text{ (m)}$

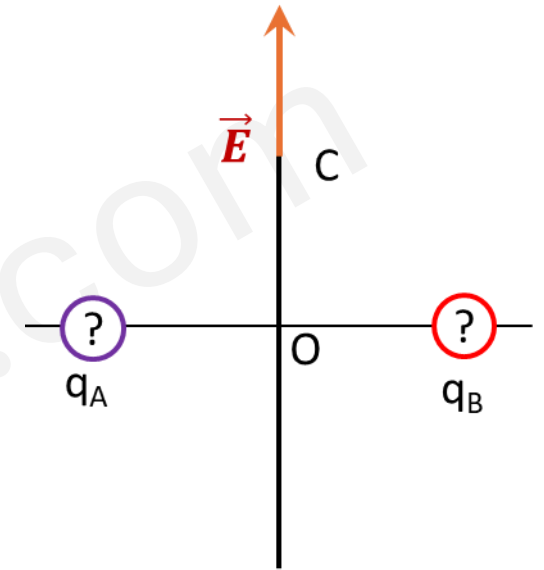
$$|\vec{r}_A| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m} \longrightarrow \vec{u}_{rA} = \frac{\vec{r}_A}{|\vec{r}_A|} = \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j}$$

$$\vec{E}_A = k \cdot \frac{q_A}{r_A^2} \cdot \vec{u}_{rA} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_A}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \right) = 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{i} + 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{j} \text{ (N/C)}$$

Se calcula el vector unitario: $\vec{r}_B = C - B = (0,1) - (1,0) = (-1,1) = -\vec{i} + \vec{j} \text{ (m)}$

$$|\vec{r}_B| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m} \longrightarrow \vec{u}_{rB} = \frac{\vec{r}_B}{|\vec{r}_B|} = \frac{-\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j}$$

$$\vec{E}_B = k \cdot \frac{q_B}{r_B^2} \cdot \vec{u}_{rB} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_B}{(\sqrt{2})^2} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \right) = -3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{i} + 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{j} \text{ (N/C)}$$



Campo eléctrico

a) El valor de ambas cargas.

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

$$1100 \vec{j} = 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{i} + 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{j} - 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{i} + 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{j}$$

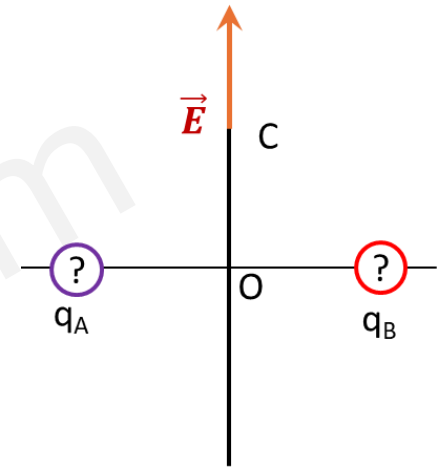
Se igualan las componentes x e y.

$$0 \vec{i} = 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{i} - 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{i} \longrightarrow q_A = q_B$$

$$1100 \vec{j} = 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_A \cdot \vec{j} + 3,18 \cdot 10^9 \cdot q_B \cdot \vec{j} \longrightarrow 1100 = 3,18 \cdot 10^9 \cdot (q_A + q_B) \xrightarrow{q_A = q_B = q} 1100 = 6,36 \cdot 10^9 \cdot q$$

$$q_A = q_B = q = \frac{1100}{6,36 \cdot 10^9} = 1,73 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

El valor de ambas cargas es: $q_A = q_B = q = 1,73 \cdot 10^{-7} \text{ C}$



Campo eléctrico

b) La energía potencial eléctrica de una carga $q' = 5,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ situada en el punto C y el trabajo realizado al desplazar dicha carga desde el punto C al punto $D(0, -1) \text{ m}$.

Calcularemos el potencial eléctrico en C . Se aplica el principio de superposición

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = k \cdot \frac{q_A}{r_{AC}} + k \cdot \frac{q_B}{r_{BC}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,73 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,73 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{2}} = 2200 \text{ V}$$

Se calcula la energía potencial eléctrica: $E_p(C) = q' \cdot V_C = 5,0 \cdot 10^{-6} \cdot 2200 = 0,011 \text{ J}$

La energía potencial eléctrica de una carga q' situada en C es: **0,011 J**

Puesto que el punto D está a la misma distancia de A y de B que el punto C , su potencial eléctrico es el mismo. $V_C = V_D$

Se calcula el trabajo para trasladar la carga desde el punto C al punto D . $W_{campo} = -q \cdot (V_D - V_C) = -q \cdot 0 = 0 \text{ J}$

El trabajo para llevar una carga q' desde el punto C al punto D , es **NULO**.



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

PROBLEMA 3B

JULIO 2025

Campo magnético



Campo magnético

Dos conductores largos y rectilíneos situados en los ejes x e y , transportan las corrientes $I_1 = 15\text{ A}$ e $I_2 = 10\text{ A}$ respectivamente, como se muestra en la figura. Calcula:

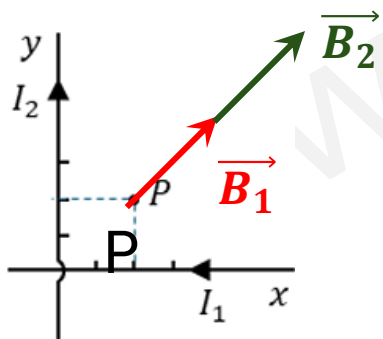
- El campo magnético en el punto $P(2,2,0)\text{ cm}$.
- La fuerza magnética (módulo, dirección y sentido) sobre un protón, que en el punto P , se mueve con una velocidad de $5,0 \cdot 10^6\text{ m/s}$ paralela y del mismo sentido que la corriente eléctrica I_2 .

Datos: permeabilidad magnética en el vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ T m/A}$; carga eléctrica del protón $q = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.

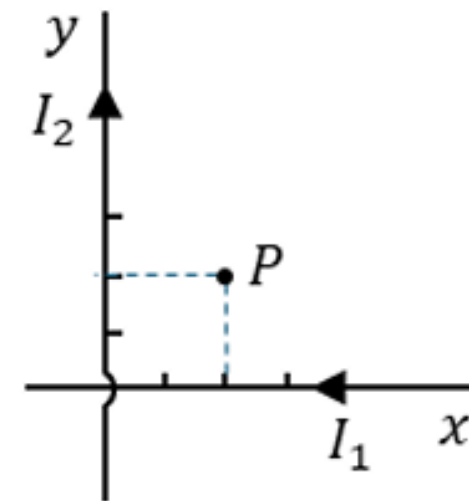
Solución: Aplicando la ley de Biot-Savart, se puede demostrar que, un hilo conductor rectilíneo por el que circula una corriente eléctrica genera un campo magnético de módulo:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Antes de resolver la cuestión, se hace un esquema de la situación para determinar cuál es el sentido del campo magnético creado por cada hilo conductor en el punto P . Se aplica la regla de la mano derecha.



Se comprueba que el campo magnético creado por ambos hilos conductores tiene el sentido negativo del eje z .



Campo magnético

Dos conductores largos y rectilíneos situados en los ejes x e y , transportan las corrientes $I_1 = 15\text{ A}$ e $I_2 = 10\text{ A}$ respectivamente, como se muestra en la figura. Calcula:

a) El campo magnético en el punto $P (2,2,0)\text{ cm}$.

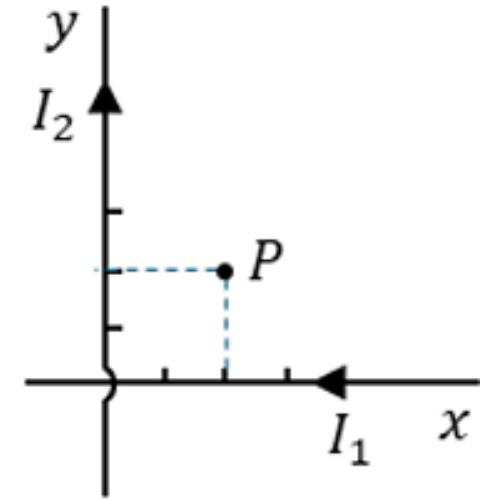
Se aplica la ley de Biot-Savart:

$$\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} \vec{k} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2\pi \cdot 0,02} \vec{k} = -1,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ (T)}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} \vec{k} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,02} \vec{k} = -1,0 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ (T)}$$

Se aplica el principio de superposición: $\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -1,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} + -1,0 \cdot 10^{-4} \vec{k} = -2,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ (T)}$

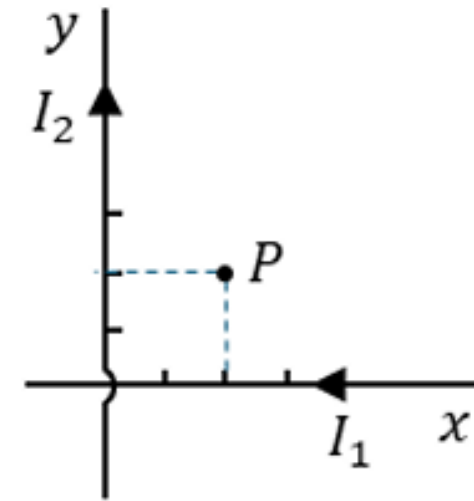
El campo magnético en el punto $P (2,2,0)\text{ cm}$ es: $\vec{B}_T = -2,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ (T)}$.



Campo magnético

Dos conductores largos y rectilíneos situados en los ejes x e y , transportan las corrientes $I_1 = 15 A$ e $I_2 = 10 A$ respectivamente, como se muestra en la figura. Calcula:

b) La fuerza magnética (módulo, dirección y sentido) sobre un protón, que en el punto P , se mueve con una velocidad de $5,0 \cdot 10^6$ m/s paralela y del mismo sentido que la corriente eléctrica I_2 .



Una carga en movimiento que entra en una zona en la cual hay un campo magnético, sufre una fuerza que viene dada por la **ley de Lorentz**.

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_m = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(5 \cdot 10^6 \vec{j} \times \left(-2,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \right) \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & -2,5 \cdot 10^{-4} \end{vmatrix} = -2,0 \cdot 10^{-16} \vec{i} \text{ (N)}$$

La fuerza en el punto P que recibirá el protón será de $-2,0 \cdot 10^{-16} \vec{i}$ (N)

Su módulo es $2,0 \cdot 10^{-16}$ N, su dirección la del eje x y su sentido el negativo (hacia la izquierda)



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 4

JULIO 2025

Ondas sonoras



Ondas sonoras

Al explotar el último de los petardos de una mascletà que se disparó en Alicante con motivo de Les Fogueres de Sant Joan, se midió un nivel sonoro de 90 dB a una distancia de 75 m del petardo. Suponiendo que las ondas sonoras son esféricas, calcula razonadamente la intensidad de la onda sonora a dicha distancia, la potencia sonora del petardo y la intensidad de la onda sonora a 125 m.

Dato: intensidad umbral de referencia $I_0=10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

Solución:

La expresión del nivel sonoro (en dB) en función de la intensidad de un sonido es: $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Siendo: β = nivel sonoro (unidad, dB, decibelio) I = Intensidad del sonido (W/m^2) I_0 = Intensidad umbral de referencia (W/m^2).

Para calcular el nivel sonoro basta sustituir en la fórmula. $90 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \longrightarrow 9 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^9 \longrightarrow I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

La intensidad sonora a 75 m será **10^{-3} W/m^2** .

Ondas sonoras

La intensidad de una onda esférica se define como la potencia por unidad de superficie.

$$I = \frac{P}{S}$$

La onda sonora se transmite de forma que se reparte toda su energía de forma homogénea. Por eso la superficie de la onda es esférica.

$$I = \frac{P}{4\pi \cdot r^2}$$

Se calcula la potencia: $P = I \cdot 4\pi \cdot r^2 = 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 75^2 = 70,7 \text{ W}$

La potencia sonora del petardo será **70,7 W**.

Como la potencia es constante, puedo calcular la intensidad sonora a 125 m.

$$I = \frac{P}{4\pi \cdot r^2} = \frac{70,7}{4\pi \cdot 125^2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

La intensidad sonora a 125 m será **$3,6 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$** .



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 5A

JULIO 2025

Movimiento armónico simple



Movimiento armónico simple

En la figura adjunta se representa la posición de una partícula de masa 1 kg que describe un movimiento armónico simple sobre el eje x . Obtén razonadamente la frecuencia angular, la energía mecánica de la partícula y su velocidad en el instante $t = 2 \text{ s}$.

Solución:

De la gráfica podemos deducir que: $A = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$ $T = 2 \text{ s}$

La frecuencia angular y el período se relacionan mediante una fórmula: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$

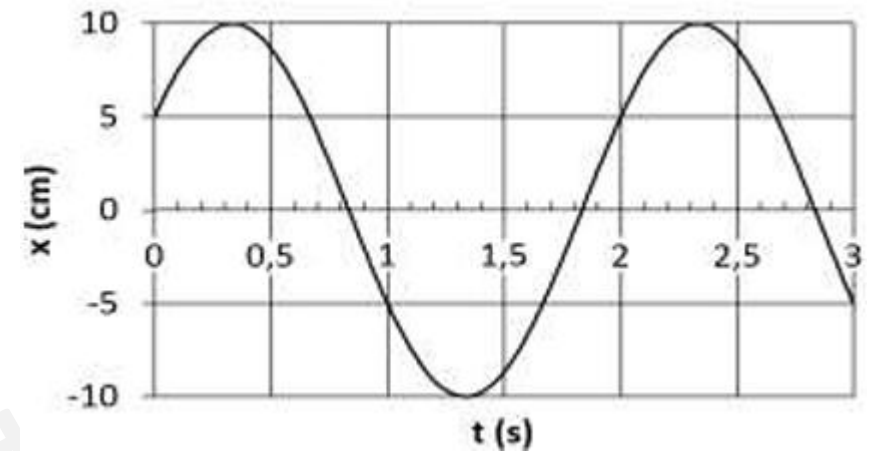
La energía mecánica es: $E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \pi^2 \cdot (0,10)^2 = 0,049 \text{ J}$

Se puede utilizar la fórmula que relaciona la velocidad con la posición de la partícula.

$$v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} = \pm \pi \cdot \sqrt{(0,10)^2 - (0,05)^2} = \pm 0,27 \text{ m/s}$$

En la gráfica se observa que la pendiente en $t = 2$ de la curva es positiva. Dicha pendiente está asociada a la velocidad, por lo que la velocidad debe ser positiva. $v = 0,27 \text{ m/s}$

La frecuencia angular es $\omega = \pi \text{ rad/s}$, la energía mecánica es $E_m = 0,049 \text{ J}$ y la velocidad de la partícula a los dos segundos es $v = 0,27 \text{ m/s}$.



Movimiento armónico simple (BONUS)

Al ser la pregunta una cuestión, es conveniente deducir las fórmulas utilizadas. Por ello, voy a deducirlas ahora.

La ecuación de una partícula que describe un MAS puede escribirse como: $x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

La velocidad de una partícula que describe un MAS es: $v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Se despejan el seno y el coseno de las ecuaciones: $\text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{x}{A}$ $\text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{v}{A \cdot \omega}$

A partir de la igualdad trigonométrica: $\text{sen}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \text{cos}^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1 \longrightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A \cdot \omega}\right)^2 = 1$

$$\frac{x^2 \cdot \omega^2}{A^2 \cdot \omega^2} + \frac{v^2}{A^2 \cdot \omega^2} = \frac{A^2 \cdot \omega^2}{A^2 \cdot \omega^2} \longrightarrow x^2 \cdot \omega^2 + v^2 = A^2 \cdot \omega^2 \longrightarrow v^2 = A^2 \cdot \omega^2 - x^2 \cdot \omega^2 \longrightarrow \boxed{v = \pm \sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - x^2)}}$$

Que es la fórmula que queremos demostrar.

Movimiento armónico simple (BONUS)

Se calcula ahora la fórmula que nos proporciona el valor de la energía mecánica.

$$v = \pm\sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - x^2)}$$

La velocidad máxima, y por lo tanto la energía cinética máxima se alcanza en $x = 0$, por lo tanto, la velocidad máxima será:

$$v_{max} = \pm\sqrt{\omega^2 \cdot (A^2 - 0^2)} = \pm\omega \cdot A$$

Dado que la energía mecánica es constante, podemos decir que es igual a la energía cinética máxima.

$$E_m = E_{c,max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{max})^2$$

$$E_m = E_{c,max} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\pm\omega \cdot A)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Que es la fórmula que queríamos demostrar.



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 5B

JULIO 2025

Ley de Snell



LEY DE SNELL

En la imagen de la derecha, un haz láser que se propaga por el aire incide sobre la cara plana de un vidrio cuyo índice de refracción es n . Utilizando la información de la imagen, determina n y la velocidad de la luz en ese medio.

Datos: velocidad de la luz en el aire, $c=3 \cdot 10^8$ m/s, índice de refracción del aire, $n_a = 1,00$.

Solución:

Se calcula en primer lugar el ángulo de refracción. $\theta = 90 - 64,63^\circ = 25,37^\circ$

Para calcular n basta con utilizar la ley de Snell.

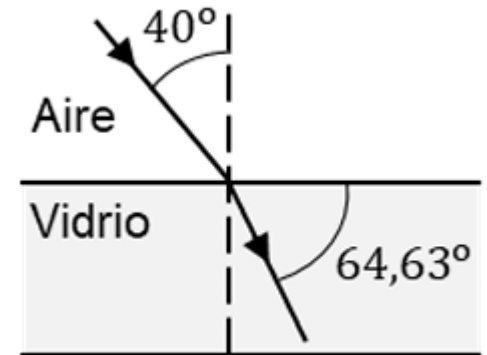
$$n_a \cdot \text{sen}(\theta_a) = n \cdot \text{sen}(\theta) \longrightarrow 1 \cdot \text{sen}(40^\circ) = n \cdot \text{sen}(25,37^\circ) \longrightarrow n = \frac{\text{sen}(40^\circ)}{\text{sen}(25,37^\circ)} = 1,5$$

El índice de refracción del vidrio es **1,5**.

Se calcula la velocidad de la luz cuando atraviesa el vidrio.

$$n = \frac{c}{v} \longrightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

La velocidad de la luz en el vidrio es **$2 \cdot 10^8$ m/s**.





PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 6A

JULIO 2025

Efecto fotoeléctrico



Efecto fotoeléctrico

Se ilumina la superficie de un metal con luz monocromática y se comprueba que este emite electrones. Nombra y explica el fenómeno ¿Cómo varía la energía cinética de los electrones emitidos si se aumenta la frecuencia de la luz incidente? ¿Qué cambia si se aumenta la intensidad de dicha luz sin modificar la frecuencia? Razona las respuestas.

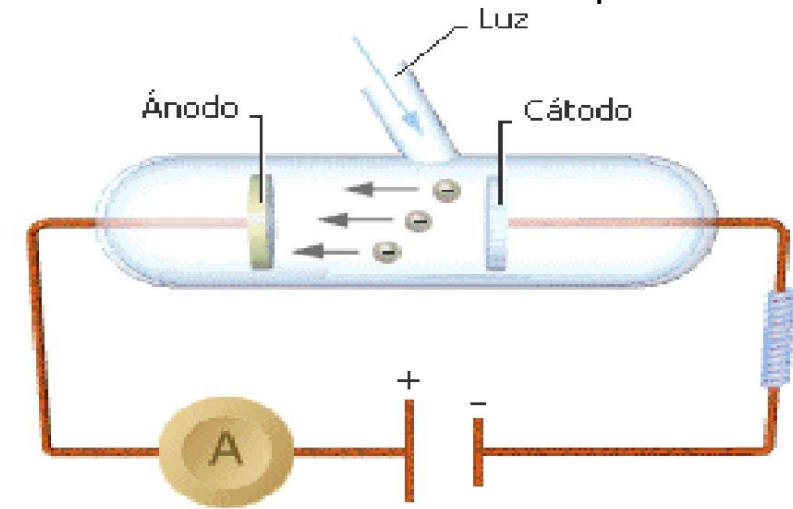
Solución:

El fenómeno se llama **efecto fotoeléctrico**. Dicho fenómeno consiste en la emisión de electrones producida por determinadas sustancias, principalmente metales, cuando sobre ellas incide radiación electromagnética. Para que se desencadene el fenómeno, la luz incidente sobre el metal debe contar, al menos, con una determinada frecuencia umbral

Escribimos la ecuación del efecto fotoeléctrico. $E_f - W_{ext} = E_c$

Se expresa la energía cinética en función de la frecuencia de la luz incidente. $E_c = h \cdot f - W_{ext}$

A mayor valor de la frecuencia, mayor valor de la energía cinética de los electrones emitidos. La energía cinética aumenta de forma lineal respecto de la frecuencia.



Efecto fotoeléctrico

Se ilumina la superficie de un metal con luz monocromática y se comprueba que este emite electrones. Nombra y explica el fenómeno ¿Cómo varía la energía cinética de los electrones emitidos si se aumenta la frecuencia de la luz incidente? **¿Qué cambia si se aumenta la intensidad de dicha luz sin modificar la frecuencia?** Razona las respuestas.

Solución:

Un aumento en la intensidad de la luz provoca un aumento en el número de fotones incidentes, lo cual provoca una mayor emisión de fotoelectrones. **Eso se traduce en una mayor intensidad de corriente.** La energía cinética de los electrones y su velocidad máxima no se ve afectada.



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



FÍSICA

CUESTIÓN 6B

JULIO 2025

Teoría de la relatividad



Teoría de la relatividad

El hipotético módulo espacial de la figura tiene una masa en reposo $M_0=10^4$ kg y una longitud propia $L_0=11,0$ m. Se mueve en una dirección a lo largo de su longitud con una velocidad v relativa a la base de control situada en la Tierra. Respecto a dicha base, se mide la longitud del módulo espacial y su resultado es $L=10,0$ m. ¿Cuál es la velocidad v con la que se mueve el módulo espacial respecto a la base de control? ¿Y su energía total, relativista?



Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución: La longitud medida desde un sistema de referencia inercial de un objeto que se mueve a velocidades relativistas es menor que la longitud de dicho objeto cuando está en reposo. Este fenómeno se conoce como contracción de la longitud.

La fórmula que relaciona ambas longitudes es: $L_0 = \gamma \cdot L$ Siendo γ el factor de Lorentz. $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

Se calcula el valor del factor de Lorentz: $\gamma = \frac{L_0}{L} = \frac{11,0}{10,0} = 1,1$

Se despeja la velocidad y se calcula.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \longrightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \longrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} \longrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

Teoría de la relatividad

El hipotético módulo espacial de la figura tiene una masa en reposo $M_0=10^4$ kg y una longitud propia $L_0=11,0$ m. Se mueve en una dirección a lo largo de su longitud con una velocidad v relativa a la base de control situada en la Tierra. Respecto a dicha base, se mide la longitud del módulo espacial y su resultado es $L=10,0$ m. **¿Cuál es la velocidad v con la que se mueve el módulo espacial respecto a la base de control? ¿Y su energía total, relativista?**

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \longrightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \longrightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\text{Se sustituye: } v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{1,1^2}} = 0,417c = 0,417 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

La velocidad v con la que se mueve el módulo espacial respecto a la base de control es **$1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$**

La fórmula que relaciona ambas longitudes es: $E = M \cdot c^2 = \gamma \cdot M_0 \cdot c^2$

$$\text{Se sustituye: } E = 1,1 \cdot 10^4 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 9,90 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

Su energía total relativista es **$9,90 \cdot 10^{20} \text{ J}$**