Selectividad Comunidad Valenciana

Física

www.angelcuesta.com

Problema 1

Julio 2020

©Angel Cuesta Arza

Interacción gravitatoria

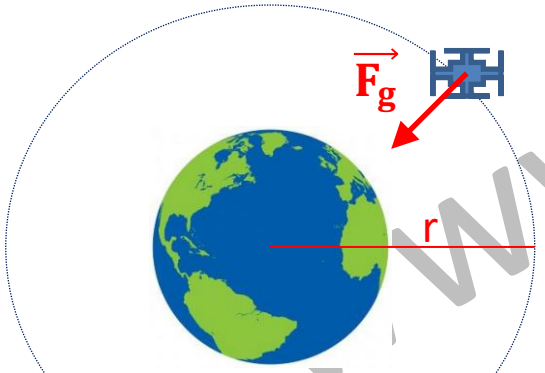
Syncom 3 fue un satélite de telecomunicaciones de masa 40 kg, que describía órbitas circulares a una altura de 35800 km sobre la superficie terrestre.

a) Deduce la expresión de la velocidad orbital de un satélite y calcula el valor en este caso, así como el periodo de la órbita (en horas).

b) Calcula las energías potencial y cinética del satélite en su movimiento por dicha órbita. Calcula la energía que se debe aportar al satélite para que se sitúe en una órbita en la que su energía mecánica sea E=−9,5·10^7 J.

Datos: constante de gravitación universal, G=6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}; masa de la Tierra, M_T=6·10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T=6,4·10^6 m

Solución: La única fuerza que actúa sobre el satélite es la fuerza gravitatoria.



Fuente: Wikipedia

Puesto que el movimiento del satélite es circular uniforme, según el segundo principio de la dinámica de Newton, podemos escribir:

$$F_g = m \cdot a_c \longrightarrow \frac{G \cdot M_T \cdot \cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{r}$$

Simplificando:

$$\frac{G \cdot M_T}{r} = v^2 \longrightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}}$$

Que es lo primero que piden.

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza

Interacción gravitatoria

El valor de r se obtiene sumándole al radio de la Tierra la altura sobre la superficie terrestre. $r = R_T + h$

$h = 35800\ km = 3'58 \cdot 10^7\ m \longrightarrow r = 6'4 \cdot 10^6 + 3'58 \cdot 10^7 = 4'22 \cdot 10^7 m$

G=6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}
M_T=6·10^{24} kg
R_T=6,4·10^6 m

$$\longrightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4'22 \cdot 10^7}} = 3079'51\ m/s$$

Para relacionar el período con r, podemos escribir:

$v = \frac{2\pi r}{T}$ Puesto que es un Movimiento circular uniforme

Despejando: $T = \frac{2\pi r}{v} \longrightarrow T = \frac{2\pi \cdot 4'22 \cdot 10^7}{3079'51} = 86101'5\ s \longrightarrow T = 23'92$ horas

La velocidad del satélite en dicha órbita es **3079'51 m/s** y su período es **23'92 horas**.

a) Deduce la expresión de la velocidad orbital de un satélite y calcula el valor en este caso, así como el periodo de la órbita (**en horas**).

Datos: constante de gravitación universal, G=6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}; masa de la Tierra, M_T=6·10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T=6,4·10^6 m

www.angelcuesta.com

© Angel Cuesta Arza

Interacción gravitatoria

Se calculan las energías cinética y potencial aplicando las fórmulas correspondientes. $m = 40\ kg$ $v = 3079'51\ m/s$

$r = 4'22 \cdot 10^7 m$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{orb}^2 \longrightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 3079'51^2 = 1'897 \cdot 10^8\ J$$

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r} \longrightarrow E_p = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 40}{4'22 \cdot 10^7} = -3'798 \cdot 10^8\ J$$

La energía cinética es $1'897 \cdot 10^8\ J$ y su energía potencial es $-3'798 \cdot 10^8\ J$.

Al ser el campo gravitatorio un campo conservativo

Aplico el principio de conservación de la energía mecánica: $E_{m1} + E_{c,extra} = E_{m2} \longrightarrow E_{c1} + E_{p1} + E_{c,extra} = E_{c2} + E_{p2}$

Sustituimos las expresiones las energías cinética y potencial: $1'897 \cdot 10^8 + -3'798 \cdot 10^8 + E_{c,extra} = -9'5 \cdot 10^7$

Despejando: $E_{c,extra} = 9'47 \cdot 10^7\ J$

La energía cinética extra es $9'47 \cdot 10^7\ J$.

b) Calcula las energías potencial y cinética del satélite en su movimiento por dicha órbita. Calcula la energía que se debe aportar al satélite para que se sitúe en una órbita en la que su energía mecánica sea E=−9,5·10^7 J.

Datos: constante de gravitación universal, G=6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2};
masa de la Tierra, M_T=6·10^{24} kg; radio de la Tierra, R_T=6,4·10^6 m.

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza