Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas II
Julio 2022

www.angelcuesta.com

Problema 4
Geometría

©Angel Cuesta Arza

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

Teoría de Matrices y Geometría

PAU Julio 2021 Problema 2

PAU Julio 2021 Problema 5

PAU Junio 2021 Problema 2

PAU Junio 2021 Problema 5

PAU Septiembre 2020 Problema 2

PAU Septiembre 2020 Problema 5

PAU Julio 2020 Problema 2

www.angelcuesta.com

En mi página web podrás encontrar muchos más ejercicios de este tema angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 4

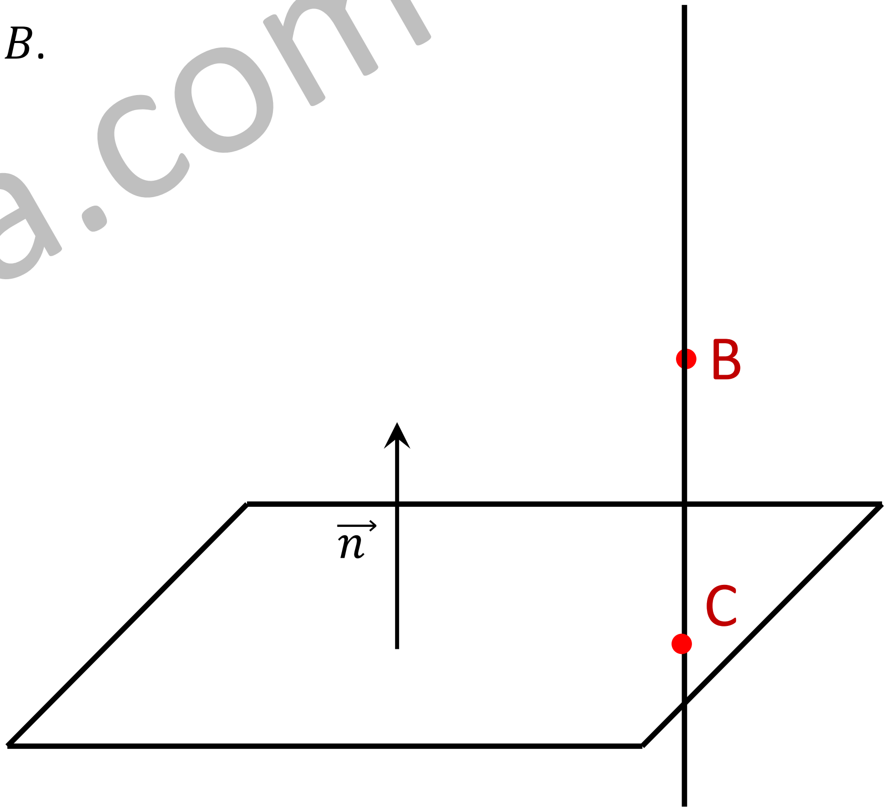
Dados los puntos $A = (2,1,-2)$ y $B = (3,2,3)$, y el plano π definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

a) El punto de corte C entre el plano π y la recta perpendicular a π que pasa por B.

b) El área del triángulo cuyos vértices son A, B y C.

Solución:

Hacemos un esquema de la situación e indicamos los pasos que seguiremos:



1) Anotamos el vector normal del plano. $\vec{n} = (2,2,1)$

2) Definimos una recta que pasa por B y tiene por vector director al normal del plano.

$$r: \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$$

3) Se calcula la intersección entre la recta y el plano.

Se sustituye r en π:

$$2x + 2y + z = 3 \longrightarrow 2 \cdot (3 + 2\lambda) + 2 \cdot (2 + 2\lambda) + 3 + \lambda = 3$$

$$6 + 4\lambda + 4 + 4\lambda + 3 + \lambda = 3 \longrightarrow 9\lambda = -10 \longrightarrow \lambda = -\frac{10}{9}$$

Se sustituye el valor de λ en la ecuación de la recta y se obtienen las coordenadas del punto C.

$$\boxed{\boldsymbol{C = \left(\frac{7}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{17}{9}\right)}}$$

©Angel Cuesta Arza

www.angelcuesta.com

PROBLEMA 4

Dados los puntos A = (2,1, −2) y B = (3,2,3) , y el plano π definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

b) El área del triángulo cuyos vértices son A, B y C.

Recordamos las coordenadas del punto C: $\boldsymbol{C = \left(\frac{7}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{17}{9}\right)}$

Se calcula el área del triángulo mediante la fórmula correspondiente. $A_{triángulo} = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|$

Calculo los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (3,2,3) - (2,1-2) = (1,1,5)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = \left(\frac{7}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{17}{9}\right) - (2,1-2) = \left(\frac{-11}{9}, \frac{-11}{9}, \frac{35}{9}\right)$$

Calculo primero el producto vectorial: $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 5 \\ \frac{-11}{9} & \frac{-11}{9} & \frac{35}{9} \end{vmatrix} = 10\vec{\imath} - 10\vec{\jmath}$

Calculo el módulo: $\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{10^2 + 10^2 + 0^2} = \sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2}$

Siendo el área: $\boxed{A_{triángulo} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{2} = \boldsymbol{5 \cdot \sqrt{2}\ u.a. \approx 7'07\ u.a}}$

©Angel Cuesta Arce.

www.angelcuesta.com