

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas II

Julio 2023



Problema 4

Geometría

REPASA LAS MATEMÁTICAS DE 2º DE BACHILLERATO



Matrices y determinantes
Geometría
Probabilidad



Nuevo temario Matemáticas II en
la Comunidad Valenciana



PROBLEMA 4

Dada la recta $r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$, y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$

a) Obtener la posición relativa de r y π en función de m .

b) Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π .

Solución:

Para comprobar la posición relativa podemos utilizar las propiedades del producto escalar, ya que el ángulo que formen el vector director de la recta y el normal del plano, nos darán información acerca de la posición relativa de ambos.

Necesitaremos un punto y el vector director de la recta. $P = (1, 1, 0); \vec{u} = (-1, -1, 2)$

Necesitaremos conocer el vector normal del plano. $\vec{n} = (5, m, 1)$

Se hace el producto escalar de los dos vectores. Si es distinto de CERO, los vectores no son perpendiculares y la recta y el plano son secantes. Si es igual a CERO, recta y plano son paralelos o la recta está contenida en el plano.

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = (-1, -1, 2) \cdot (5, m, 1) = -5 - m + 2 = 0 \longrightarrow m = -3$$

Si $m \neq -3$ la recta y el plano son secantes.

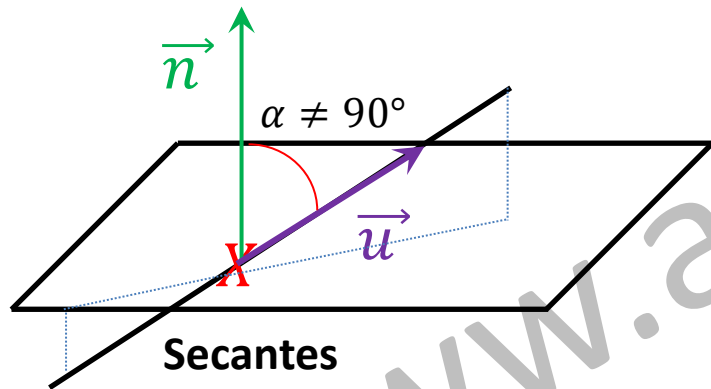
Si $m = -3$ debemos comprobar si la recta y el plano son paralelos o si la recta está contenida en el plano. Se hace a continuación.

PROBLEMA 4

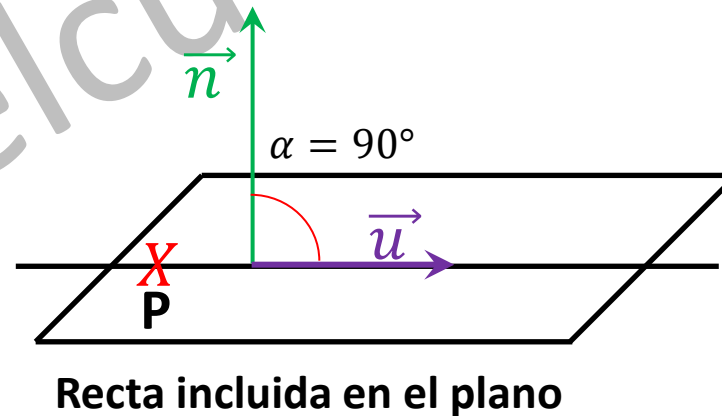
Sustituyo el punto P en la ecuación del plano para comprobar si para el valor de $m = -3$, $P = (1,1,0)$ pertenece al plano. En caso afirmativo, la recta estará incluida en el plano.

$$5 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 0 = 2 \longrightarrow 2 = 2$$

Si $m \neq -3$ la recta y el plano son secantes.



Si $m = -3$ la recta está contenida en el plano.



$$r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$$

$$P = (1, 1, 0)$$

$$\pi: 5x + my + z = 2$$

PROBLEMA 4

$$r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$$

$$P = (1, 1, 0); \vec{u} = (-1, -1, 2)$$

$$\pi: 5x + y + z = 2$$

b) Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π .

Hacemos un esquema de la situación e indicamos los pasos que seguiremos:

1) El vector director de la recta, debe ser uno de los vectores directores del plano π' , ya que la recta está contenida en dicho plano. $\vec{u} = \vec{v} = (-1, -1, 2)$

2) El vector normal del plano π , es director del plano π' , ya que ambos son perpendiculares. $\vec{n} = \vec{w} = (5, 1, 1)$

3) Puesto que el plano pasa por P y tiene por vectores directores $\vec{v}$ y $\vec{w}$, podemos obtener la ecuación del plano con el determinante siguiente:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & z - z_0 & y - y_0 \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} = 0 \longrightarrow \begin{vmatrix} x - 1 & y - 1 & z \\ -1 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$-(x - 1) + 10 \cdot (y - 1) - z - [-5z - (y - 1) + 2 \cdot (x - 1)] = 0$$

$$-3x + 11y + 4z - 8 = 0$$

La ecuación del plano es $\pi': -3x + 11y + 4z - 8 = 0$

