

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 1 & 1 & a+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, donde a es un parámetro real:

- a) Discutir el sistema en función del parámetro a . (6 puntos)
- b) Obtener las soluciones del sistema cuando éste sea compatible indeterminado. (4 puntos)

Problema 2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, obtener:

- a) La matriz $M = (A - \alpha I)^2$, donde α es un parámetro real. (6 puntos)
- b) El valor de α , si existe, para el cual la matriz M es la matriz nula. (4 puntos)

Problema 3. Dados los puntos $A = (2, -1, 0)$, $B = (1, 2, 3)$ y $C = (-1, 0, 0)$:

- a) Hallar la ecuación implícita de la recta r que contiene a los puntos A y B . (3 puntos)
- b) Hallar la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta anterior r y que contiene al punto C . (4 puntos)
- c) Calcular la distancia del punto A al plano π . (3 puntos)

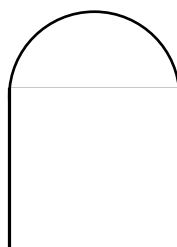
Problema 4. Dada la recta $r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$ y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$:

- a) Obtener la posición relativa de r y π en función de m . (6 puntos)
- b) Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π . (4 puntos)

Problema 5. Consideramos la función $f(x) = \frac{-2x^2+x+1}{2x^2+5x+2}$.

- a) Comprobar que $x = -\frac{1}{2}$ es una discontinuidad evitable. (2 puntos)
- b) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (4 puntos)
- c) Obtener $\int f(x) dx$. (4 puntos)

Problema 6. Una ventana rectangular está coronada por un semicírculo tal y como se indica en la siguiente figura.



Sabiendo que el perímetro de la ventana es de 20 metros:

- a) Calcular el área de la ventana en función de su anchura x . (3 puntos)
- b) Calcular las dimensiones que ha de tener la ventana para que permita la máxima entrada de luz. (5 puntos)
- c) Calcular el valor de dicha área máxima. (2 puntos)

Problema 7. Una urna tiene tres bolas verdes, cuatro rojas y cinco amarillas. Todas de igual tamaño.

- a) Se extrae una bola de la urna, se mira su color y se devuelve a la urna. Se repite de nuevo, una vez más, esta operación. ¿Cuál es la probabilidad de que los colores de las dos bolas extraídas sean el mismo? ¿Y la probabilidad de que sean distintos? (5 puntos)
- b) Se extraen al mismo tiempo tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean de distinto color? (5 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.

Problema 8. Una empresa tiene dos plantas de producción de teléfonos móviles. La primera planta produce móviles defectuosos con probabilidad 0,02 y la segunda planta con probabilidad 0,06. Al comprar un móvil de esa empresa, la probabilidad de que sea de la primera planta es de 0,7. Compramos un móvil. Se pide determinar:

- a) La probabilidad de que proceda de la segunda planta de producción y sea defectuoso. (4 puntos)
- b) Sabiendo que el móvil comprado es defectuoso, la probabilidad de que lo haya fabricado la primera planta de producción. (6 puntos)

Los resultados han de expresarse en forma de fracción o en forma decimal con cuatro decimales de aproximación.