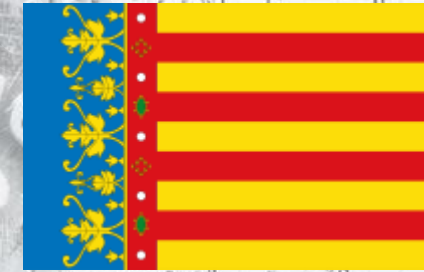


PAU Comunidad Valenciana



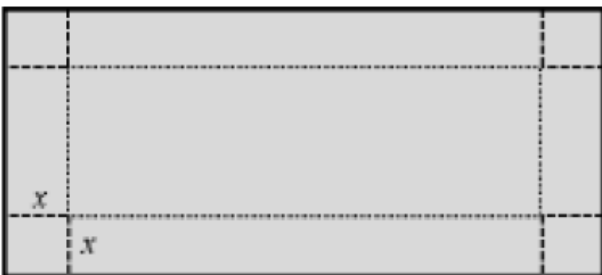
Matemáticas II  
Julio 2024



Problema 6

Problema de optimización

©Angel Cuesta Ariza





Aprende a resolver problemas  
de optimización de funciones.  
**Teoría y ejercicios.**



# PROBLEMA 6

Se construye una caja de cartón sin tapa a partir de una hoja rectangular de 16 cm por 10 cm. Esto se hace recortando un cuadrado de longitud  $x$  en cada esquina, doblando la hoja y levantando los cuatro laterales de la caja. Calcular:



a) Las dimensiones de la caja para que tenga el mayor volumen posible.

b) Dicho volumen.

**Solución:** Se definen los lados de la caja:  $x$ =altura de la caja;  $10 - 2x$ =anchura de la base del rectángulo de la caja;  
 $16 - 2x$ =longitud de la base del rectángulo de la caja.

Se expresa el volumen de la caja en función de  $x$ .  $V(x) = x \cdot (10 - 2x) \cdot (16 - 2x)$ ;  $0 < x < 5$

Se calcula el máximo relativo de la función en su dominio de definición. Antes de derivar, se opera para obtener una expresión más sencilla de derivar.

$$V(x) = x \cdot (10 - 2x) \cdot (16 - 2x) = (10x - 2x^2) \cdot (16 - 2x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x; \quad 0 < x < 5$$

$$V'(x) = 12x^2 - 104x + 160 \quad \text{Se iguala a cero y se resuelve la ecuación de segundo grado.}$$

$$12x^2 - 104x + 160 = 0 \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{20}{3} \end{cases} ; \text{No pertenece al dominio.}$$

# PROBLEMA 6

a) Las dimensiones de la caja para que tenga el mayor volumen posible.

Vamos a comprobar si  $x_1 = 2$  cm maximiza el volumen de la caja utilizando el **criterio de la segunda derivada**.

Se calcula la segunda derivada y se sustituye el valor de  $x$  obtenido anteriormente.  $V''(x) = 24x - 104$

$V''(2) = 24 \cdot 2 - 104 < 0$  Como la segunda derivada es negativa, eso significa que en el valor de  $x$  obtenido hay un máximo relativo.

Base del rectángulo de la caja:  **$16 - 2x = 12$  cm**

Anchura de rectángulo de la caja:  **$10 - 2x = 6$  cm**

Altura de la caja:  **$x = 2$  cm**

# PROBLEMA 6

b) Dicho volumen.

Se sustituye el valor de  $x$  en la función obtenida en el apartado a).  $V(x) = x \cdot (10 - 2x) \cdot (16 - 2x); \quad x = 2$

$$V(2) = 2 \cdot (10 - 2 \cdot 2) \cdot (16 - 2 \cdot 2) = 2 \cdot 6 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^3$$

El volumen máximo es:  **$144 \text{ cm}^3$**