

PAU Comunidad Valenciana



Matemáticas II
Julio 2024



Problema 7
Probabilidad

PREPÁRATE BIEN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlace para que puedas acceder al vídeo correspondiente.



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

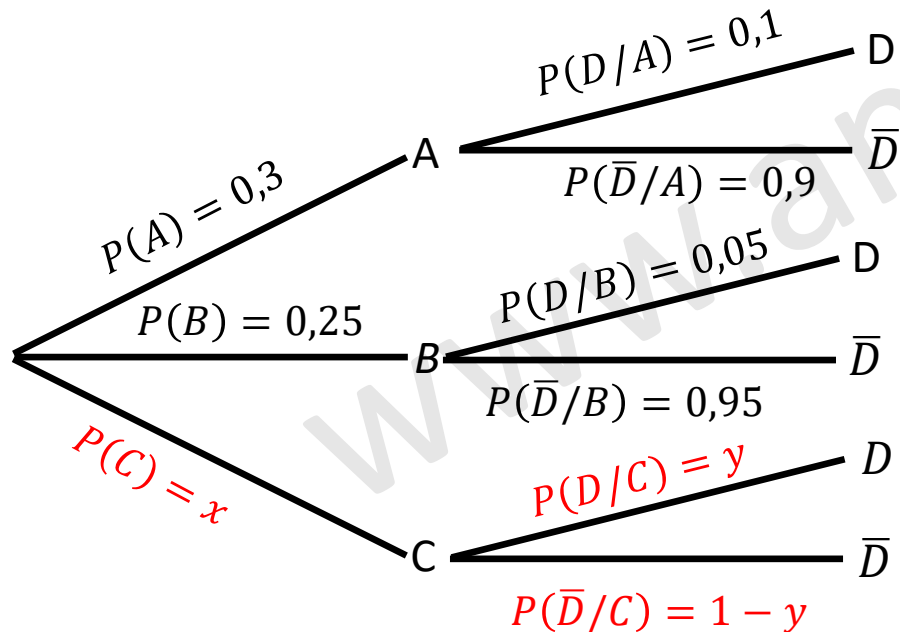
<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

PROBLEMA 7

Una empresa tiene 3 máquinas de fabricación de latas de refresco. El 10.25% de las latas que fabrica la empresa son defectuosas. El 30% de las latas las fabrica en la primera máquina, siendo el 10% defectuosas. El 25% de las latas las fabrica en la segunda máquina, siendo el 5% defectuosas. El resto de las latas las fabrica en la tercera máquina.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa?
- b) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina?
- c) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina?

Solución: Se construye el diagrama de árbol.



Se definen los sucesos:

A=Lata fabricada por la primera máquina.

B= Lata fabricada por la segunda máquina.

C= Lata fabricada por la tercera máquina.

D= La lata es defectuosa.

PROBLEMA 7

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa?

Puesto que sólo hay tres máquinas, la suma de las probabilidades de elegir una de ellas es igual a 1.

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \rightarrow 0,3 + 0,25 + x = 1 \rightarrow x = 0,45$$

Por otro lado, disponemos del dato de la probabilidad total de que una lata sea defectuosa.

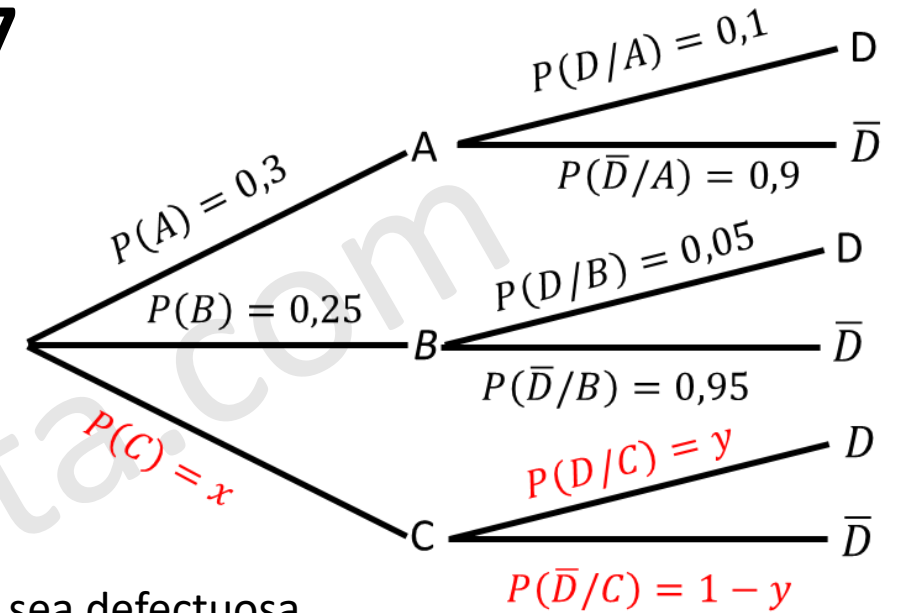
Se aplica el teorema la probabilidad total para calcular la probabilidad pedida.

“El 10.25% de las latas que fabrica la empresa son defectuosas.” $P(D) = 0,1025$

$$P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C) = 0,3 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,05 + 0,45 \cdot y = 0,1025$$

$$\text{Se despeja } y: 0,3 \cdot 0,1 + 0,0125 + 0,45 \cdot y = 0,1025 \rightarrow y = \frac{2}{15}$$

La probabilidad de que una lata fabricada por la tercera máquina sea defectuosa es **2/15**.



PROBLEMA 7

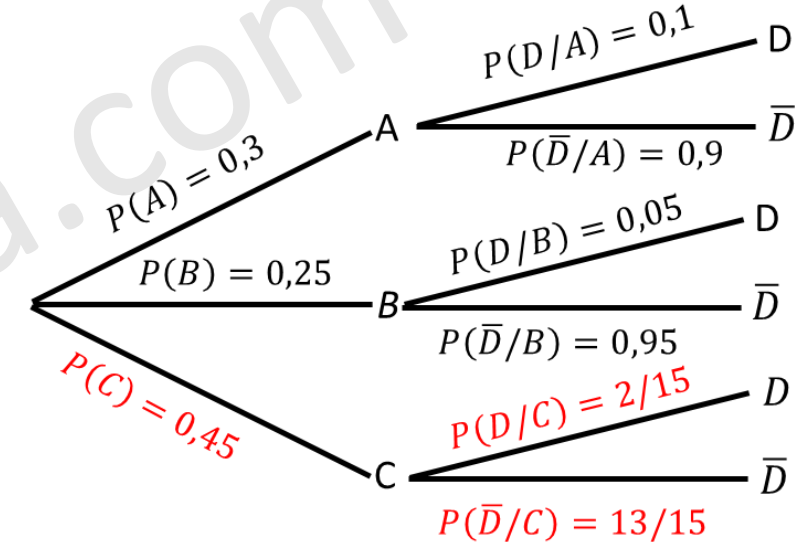
b) Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la primera máquina?

Se sustituyen los datos obtenidos en el apartado a) en el diagrama de árbol.

Nos piden una probabilidad condicionada a posteriori, por ello utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(A/\bar{D}) = \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(A) \cdot P(\bar{D}/A)}{1 - P(D)} = \frac{0,3 \cdot 0,9}{1 - 0,1025} = \frac{108}{359}$$

Si se escoge una lata al azar y no es defectuosa la probabilidad de que proceda de la primera máquina es **108/359 ≈ 0,3008**.



PROBLEMA 7

c) Si se escoge una lata al azar y es defectuosa ¿Cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina?

Nos piden una probabilidad condicionada a posteriori, por ello utilizamos el teorema de Bayes. Debemos tener en cuenta que los sucesos A y C son incompatibles entre sí.

$$P(\bar{B}/D) = P(A \cup C/D) = \frac{P(A \cap D) + P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D/A) + P(C) \cdot P(D/C)}{P(D)}$$

$$P(\bar{B}/D) = \frac{0,3 \cdot 0,1 + 0,45 \cdot 2/15}{0,1025} = \frac{36}{41}$$

Si se escoge una lata al azar y es defectuosa, la probabilidad de que no haya sido fabricada en la segunda máquina es **36/41 $\approx$ 0,8780**.

