



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Geometría en el espacio

$$\pi: 2x + 3y - z = 0$$

$$r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = 1 \end{cases}$$

JULIO 2025 EXTRA DANA - PROBLEMA 3.2



REPASA LAS MATEMÁTICAS DE 2º DE BACHILLERATO



Matrices y determinantes
Geometría
Probabilidad



Nuevo temario Matemáticas II en
la Comunidad Valenciana



Ejercicio 3.2

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + y - 3 = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = 1 \end{cases}$, se pide:

3.2.1 (1.25 puntos) Obtener la ecuación del plano perpendicular a π y que contiene a r .

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular, si existe, un plano paralelo a π y que contenga a r .

Se hace un esquema de la situación.

El vector normal de π , será director del plano pedido.

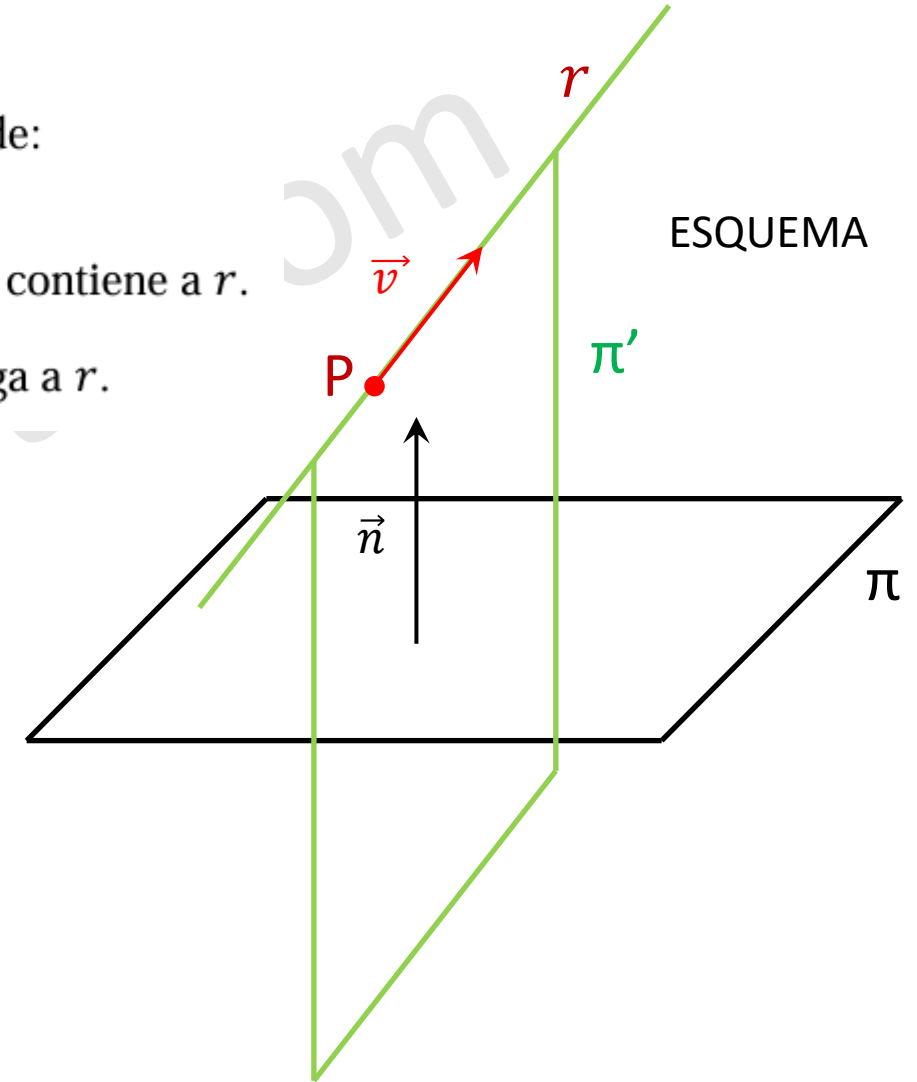
El plano pedido, π' , tendrá por vectores directores $\vec{n}$ y $\vec{v}$ y pasará por un punto $P \in r$.

El vector normal del plano π es: $\vec{n} = (2, 1, 0)$

El vector $\vec{v}$ es: $\vec{v} = (1, -2, 0)$

El punto P es: $P = (1, -1, 1)$

Ya tenemos todos los datos necesarios para calcular la ecuación de π' , lo hago en la siguiente diapositiva.



ESQUEMA

Ejercicio 3.2

3.2.1 (1.25 puntos) Obtener la ecuación del plano perpendicular a π y que contiene a r .

Los datos son: $\vec{n} = (2,1,0)$ $\vec{v} = (1,-2,0)$ $P = (1,-1,1)$

La ecuación del plano se puede obtener a partir de:
$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ n_x & n_y & n_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = 0$$

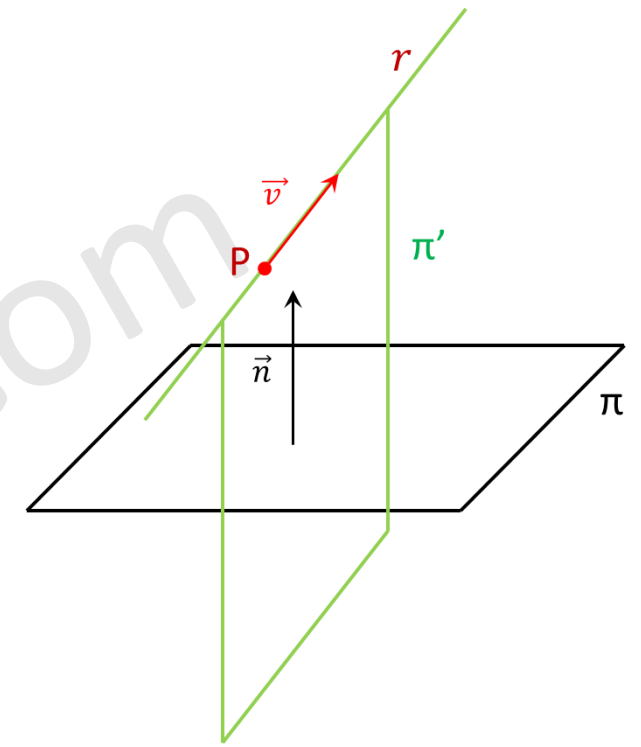
$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ n_x & n_y & n_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x - 1 & y + 1 & z - 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -5 + 5z = 0$$

Puedo dividir a ambos lados de la igualdad por 5 para simplificar la expresión de la ecuación del plano pedida.

$$\pi': z - 1 = 0$$

La ecuación del plano perpendicular a π que contiene a r es $\pi': z - 1 = 0$

Como veis, el plano perpendicular a π que contiene la recta r es el plano horizontal $z = 1$.



Ejercicio 3.2

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + y - 3 = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = 1 \end{cases}$, se pide:

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular, si existe, un plano paralelo a π y que contenga a r .

La ecuación del plano paralelo a π sería: $\sigma: 2x + y + C = 0$

Se toma un punto genérico de la recta r : $P_\alpha = (1 + \alpha, -1 - 2\alpha, 1)$

Se sustituye el punto en el plano. Para que esté contenida debe obtenerse una identidad válida para todo valor de α .

$$2 \cdot (1 + \alpha) + (-1 - 2\alpha) + C = 0 \longrightarrow 2 + 2\alpha - 1 - 2\alpha + C = 0 \longrightarrow C = -1$$

Para $C = -1$ todos los puntos de la recta r están contenidos en el plano σ paralelo a π .

La ecuación del plano paralelo a π que contiene a r es $\sigma: 2x + y - 1 = 0$