



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Geometría en el espacio

$$\pi_1: x + 2y + mz = -1$$

$$\pi_2: x + z = 6$$



JULIO 2025 - PROBLEMA 3.1

REPASA LAS MATEMÁTICAS DE 2º DE BACHILLERATO



Matrices y determinantes
Geometría
Probabilidad



Nuevo temario Matemáticas II en
la Comunidad Valenciana



Ejercicio 3.1

3.1 Dados los planos $\pi_1: x + 2y + mz = -1$, donde m es un parámetro real, y $\pi_2: x + z = 6$.

3.1.1 (0.5 puntos) Encontrar el valor de m , si existe, para el que π_1 y π_2 son perpendiculares.

3.1.2 (1.25 puntos) Encontrar el valor de m para el que π_1 y π_2 forman un ángulo de 45 grados.

3.1.3 (0.75 puntos) Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de π_1 y π_2 .

Dos planos son perpendiculares si lo son también sus vectores normales. Para que dos vectores sean perpendiculares su producto escalar debe ser nulo.

Se obtienen los vectores normales de π_1 y π_2 . $\vec{n}_1 = (1, 2, m)$ $\vec{n}_2 = (1, 0, 1)$

Se obtiene el producto escalar, se iguala a cero y se obtiene el valor de m .

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = (1, 2, m) \cdot (1, 0, 1) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + m \cdot 1 = 1 + m = 0 \longrightarrow m = -1$$

El valor pedido es $m = -1$.

Ejercicio 3.1

3.1 Dados los planos $\pi_1: x + 2y + mz = -1$, donde m es un parámetro real, y $\pi_2: x + z = 6$.

3.1.1 (0.5 puntos) Encontrar el valor de m , si existe, para el que π_1 y π_2 son perpendiculares.

3.1.2 (1.25 puntos) Encontrar el valor de m para el que π_1 y π_2 forman un ángulo de 45 grados.

3.1.3 (0.75 puntos) Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de π_1 y π_2 .

El ángulo que forman los planos es el mismo que el que forman sus vectores normales. Se aplica la fórmula.

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \longrightarrow \cos(45^\circ) = \frac{|1 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + m^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} \longrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|1 + m|}{\sqrt{5 + m^2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{5 + m^2} = |1 + m| \longrightarrow \left(\sqrt{5 + m^2}\right)^2 = (|1 + m|)^2 \longrightarrow 5 + m^2 = 1 + 2m + m^2 \longrightarrow 2m = 4 \longrightarrow m = 2$$

El valor pedido es $m = 2$.

Ejercicio 3.1

3.1 Dados los planos $\pi_1: x + 2y + mz = -1$, donde m es un parámetro real, y $\pi_2: x + z = 6$.

3.1.3 (0.75 puntos) Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de π_1 y π_2 .

El vector director de la recta intersección es perpendicular a $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$. Se calcula con el producto vectorial.

$$\vec{v} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - (1-m)\vec{j} - 2\vec{k} = (2, m-1, -2)$$

Se calcula un punto de dicha recta.

$$r: \begin{cases} x + 2y + mz = -1 \\ x + z = 6 \end{cases} \xrightarrow{z=0} \begin{cases} x + 2y = -1 \\ x = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{2} \\ x = 6 \end{cases} \quad P = \left(6, -\frac{7}{2}, 0\right)$$

Siendo la ecuación de la recta pedida en forma paramétrica:

$$r: \begin{cases} x = 6 + 2\lambda \\ y = \frac{-7}{2} + (m-1)\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$