



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

**PROBABILIDAD
DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

JULIO 2025 RESERVA - PROBLEMA 1



PREPÁRATE BIEN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlace para que puedas acceder al vídeo correspondiente.

También es recomendable repasar el contenido de mi vídeo sobre el estudio **de la distribución binomial**.



Distribución binomial

<https://youtu.be/fiElXwykWYY>



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Se ha realizado una encuesta a 120 miembros de un club de lectura sobre sus preferencias literarias. La siguiente tabla muestra los resultados clasificados por edad y tipo de obra preferido.

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos
< 25 años	17	6	7	1
25 – 60 años	22	17	10	3
> 60 años	8	12	11	6

- 1.1 (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el tipo de obra preferido de una persona seleccionada al azar no sea el ensayo?
- 1.2 (0.75 puntos) Si se sabe que un miembro del club **NO** tiene como tipo de obra preferido la poesía, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 25 años o más?
- 1.3 (1 punto) Dados 10 miembros del club que tienen entre 25 y 60 años, ambos incluidos. ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos?

1.1 (0.75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que el tipo de obra preferido de una persona seleccionada al azar no sea el ensayo?

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos
< 25 años	17	6	7	1
25 – 60 años	22	17	10	3
> 60 años	8	12	11	6

47

35

28

Solución:

Se calcula el número de personas que prefiere obras que no sean ensayos. Se muestra el total sobre la tabla de contingencia del enunciado. Se recuerda que hay un total de 120 personas.

Se aplica la regla de Laplace para calcular la probabilidad pedida:

$$P = \frac{\text{Número de personas que no prefieren el ensayo}}{\text{Número total de personas}} = \frac{47 + 35 + 28}{120} = \frac{110}{120} = \frac{11}{12}$$

La probabilidad de que el tipo de obra preferido de una persona seleccionada al azar no sea el ensayo es **11/12**.

1.2 (0.75 puntos) Si se sabe que un miembro del club **NO** tiene como tipo de obra preferido la poesía, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 25 años o más?

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos	
< 25 años	17	6	7	1	31
25 – 60 años	22	17	10	3	52
> 60 años	8	12	11	6	37
	47	35	28	10	TOTAL: 120

Solución:

Se completan las frecuencias marginales de la tabla de contingencia.

Se calcula la probabilidad condicionada pedida aplicando la definición de probabilidad condicionada:

$$P(EDAD \geq 25 / NO Poesía) = \frac{P(EDAD \geq 25 \cap NO Poesía)}{P(NO Poesía)} = \frac{\frac{22 + 8 + 10 + 11 + 3 + 6}{120}}{\frac{47 + 28 + 10}{120}} = \frac{60}{85} = \frac{12}{17}$$

Si se sabe que un miembro del club **NO** tiene como tipo de obra preferido la poesía, la probabilidad de que tenga 25 años o más es **12/17**.

1.3 (1 punto) Dados 10 miembros del club que tienen entre 25 y 60 años, ambos incluidos. ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos?

Edad/Tipo de obra	Novela	Poesía	Obras de teatro	Ensayos	
< 25 años	17	6	7	1	31
25 – 60 años	22	17	10	3	52
> 60 años	8	12	11	6	37
	47	35	28	10	TOTAL: 120

Solución:

Se calcula la probabilidad de que un miembro del club que tiene entre 25 y 60 años tenga como tipo de obra preferido, o bien las obras de teatro, o bien los ensayos.

$$P(\text{Obras de teatro o ensayos} / 25 - 60) = \frac{P(\text{Obras de teatro o ensayos} \cap 25 - 60)}{P(25 - 60)} = \frac{\frac{10 + 3}{52}}{\frac{52}{120}} = \frac{13}{52} = 0,25$$

La probabilidad calculada es la probabilidad de éxito que utilizaremos a continuación.

1.3 (1 punto) Dados 10 miembros del club que tienen entre 25 y 60 años, ambos incluidos. ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos?

Solución: Sea X el número de miembros del club que tiene entre 25 y 60 años y que tiene como tipo de obra preferido, o bien las obras de teatro, o bien los ensayos. **Se supone que la probabilidad calculada permanece constante e independiente del número de personas extraídas del grupo.**

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 10; p = 0,25; q = 1 - p = 0,75$ $X \sim Bi(10; 0,25)$

Se calcula la probabilidad pedida $P(X \leq 3)$ utilizando la tabla que se proporciona en el examen:

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
10	0		0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1		0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2		0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3		1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719
	4		1,0000	0,9999	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,7869	0,7515	0,6331	0,5044	0,3770

$$P(X \leq 3) = 0,7759$$

La probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos es **0,7759 (77,59 %)**.

1.3 (1 punto) Dados 10 miembros del club que tienen entre 25 y 60 años, ambos incluidos. ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos?

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 10; p = 0,25; q = 1 - p = 0,75$ $X \sim Bi(10; 0,25)$

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^{10} = 0,0563$$

$$P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^9 = 0,1877$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^8 = 0,2816$$

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^7 = 0,2503$$

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$P(X \leq 3) = 0,0563 + 0,1877 + 0,2816 + 0,2503 = 0,7759$$

La probabilidad de que como mucho 3 de ellos tengan como tipo de obra preferido o bien las obras de teatro o bien los ensayos es **0,7759 (77,59 %)**.