



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Geometría en el espacio

$$\pi: 2x - z = 1$$

$$r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases}$$

JULIO 2025 RESERVA - PROBLEMA 3.1



REPASA LAS MATEMÁTICAS DE 2º DE BACHILLERATO



Matrices y determinantes
Geometría
Probabilidad



Nuevo temario Matemáticas II en
la Comunidad Valenciana



3.1 Dado el plano $\pi: 2x - z = 1$, calcular:

3.1.1 (1.25 puntos) Si existe, el plano perpendicular a π que contiene a la recta $r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases}$.

3.1.2 (1.25 puntos) Los planos paralelos a π cuya distancia al punto $P = (0,1,2)$ es 2.

El vector normal del plano π es $\vec{n}_\pi = (2, 0, -1)$.

Expreso la recta r en forma paramétrica: $r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases} \rightarrow r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R} \rightarrow r: \begin{cases} O = (0, 0, 0) \\ \vec{v} = (1, 2, 2) \end{cases}$

Si σ es un plano perpendicular a π , entonces su normal $\vec{n}_\sigma$ debe verificar que: $\vec{n}_\sigma \cdot \vec{n}_\pi = 0$

Además, como σ contiene a r , su normal es perpendicular al vector de la recta: $\vec{n}_\sigma \cdot \vec{v} = 0$

Un vector que es simultáneamente ortogonal a $\vec{v}$ y a $\vec{n}_\pi$ es el producto vectorial de ambos vectores.

$$\vec{n}_\sigma = \vec{v} \times \vec{n}_\pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k} = (-2, 5, -4) \equiv (2, -5, 4)$$

Se toma un punto $O = (0, 0, 0)$ de r y con el vector normal de σ se calcula la ecuación del plano pedida.

$$2 \cdot (x - 0) - 5 \cdot (y - 0) + 4 \cdot (z - 0) = 0 \rightarrow \sigma: 2x - 5y + 4z = 0$$

La ecuación del plano es: $\sigma: 2x - 5y + 4z = 0$

Ejercicio 3.1

3.1 Dado el plano $\pi: 2x - z = 1$, calcular:

3.1.2 (1.25 puntos) Los planos paralelos a π cuya distancia al punto $P = (0,1,2)$ es 2.

Para calcular la distancia de un punto a un plano basta aplicar la fórmula correspondiente.

El haz de planos paralelos a π tiene por ecuación: $\pi: 2x - z + C = 0$

$$d_{P-\pi} = \frac{|2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + C|}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2}} = 2 \longrightarrow |C - 2| = 2 \cdot \sqrt{5} \longrightarrow \begin{cases} C - 2 = 2 \cdot \sqrt{5} \\ C - 2 = -2 \cdot \sqrt{5} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} C = 2 \cdot \sqrt{5} + 2 \\ C = -2 \cdot \sqrt{5} + 2 \end{cases}$$

Las ecuaciones de los planos son: $\sigma_1: 2x - z + 2 \cdot \sqrt{5} + 2 = 0$

$\sigma_2: 2x - z - 2 \cdot \sqrt{5} + 2 = 0$