OPCIÓN A JUNIO 2019

Problema A.1. Se dan la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depende del parámetro real a, y una matriz cuadrada B de orden 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3} I - 2B$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El rango de la matriz A en función del parámetro a y el determinante de la matriz $2A^{-1}$ cuando $a = 1$. (2+2 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ cuando $a = -1$. (3 *puntos*)

c) La comprobación de que B es invertible, encontrando m y n tales que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *puntos*)

Problema A.2. Consideramos en el espacio las rectas $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación del plano que contiene las rectas r y s. (3 *puntos*)

b) La recta que pasa por $P = (0, -1, 2)$ y corta perpendicularmente a la recta r. (4 *puntos*)

c) El valor que deben tener los parámetros reales a y b para que la recta s esté contenida en el plano $\pi: x - 2y + az = b$. (3 *puntos*)

Problema A.3. Se considera la función $f(x) = xe^{-x^2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. (3 *puntos*)

b) La representación gráfica de la curva $y = f(x)$. (2 *puntos*)

c) El valor del parámetro a para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$ a la función $g(x) = f(x) + ax$. (1 *punto*)

d) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)\, dx$, $\int xe^{-x}\, dx$. (4 *puntos*)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se da el sistema $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 3x + 4y + 5z = 5 \\ 7x + 9y + 11z = \alpha \end{cases}$, donde α es un parámetro real.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Los valores de α para los que el sistema es compatible y los valores de α para los que el sistema es incompatible. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema cuando sea compatible. (4 *puntos*)

c) La discusión de la compatibilidad y determinación del nuevo sistema deducido del anterior al cambiar el coeficiente 11 por cualquier otro número diferente. (2 *puntos*)

Problema B.2. Sea π el plano de ecuación $9x + 12y + 20z = 180$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Las ecuaciones de los dos planos paralelos a π que distan 4 unidades de π. (4 *puntos*)

b) Los puntos *A*, *B* y *C* intersección del plano π con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. (4 *puntos*)

c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen O de coordenadas y los puntos *A*, *B* y *C*. (2 *puntos*)

Problema B.3. Las coordenadas iniciales de los móviles A y B son (0, 0) y (250, 0), respectivamente, siendo 1km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos (1, 0) y (0, 1).

El móvil A se desplaza sobre el eje OY desde su posición inicial hasta el punto $\left(0, \frac{375}{2}\right)$ con velocidad de 30 km/h y, simultáneamente, el móvil B se desplaza sobre el eje OX desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La distancia *f*(*t*) entre los móviles A y B durante el desplazamiento, en función del tiempo *t* en horas desde que comenzaron a desplazarse. (2 *puntos*)

b) El tiempo T que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función *f* a lo largo del trayecto. (4 *puntos*)

c) Los valores de *t* para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima. (4 *puntos*)