

# Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas II

Junio 2023



Problema 3

Geometría

©Angel Cuesta Arza

# PROBLEMA 3

Dada la recta  $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$  y los puntos  $P = (0,0,3)$  y  $Q = (2,2,a)$ , obtener:

- a) Los valores del parámetro real  $a$ , si existen, para los que son paralelas la recta  $r$  y la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$ .
- b) La ecuación del plano perpendicular a  $r$  y que pasa por  $P$ .

**Solución:**

Se calcula el vector director de la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$ .  $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (2,2,a) - (0,0,3) = (2,2,a-3)$

Para que dos rectas sean paralelas, sus vectores directores deben ser iguales o proporcionales. Además, no deben tener ningún punto en común (si lo tienen, serían rectas coincidentes).

Calculo el vector director de la recta  $r$ , se asigna el parámetro a  $y$ , y se resuelve.

$$r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 - 3\lambda \end{cases}; \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{Recta } r: \begin{cases} R = (1,0,-1) \\ \vec{u} = (1,1,-3) \end{cases}$$

Se calcula el valor de  $a$  para que los vectores directores sean paralelos.  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-3}{a-3}$

$$\frac{1}{2} = \frac{-3}{a-3} \longrightarrow a-3 = -6 \longrightarrow a = -3$$

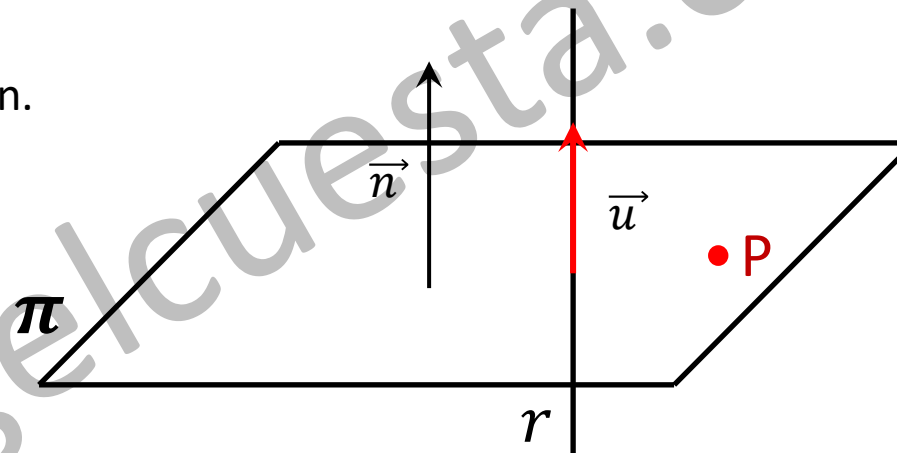
Se puede comprobar fácilmente que  $P \notin r$ , por lo que las rectas son paralelas para  $a = -3$ .

# PROBLEMA 3

Dada la recta  $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$  y los puntos  $P = (0,0,3)$  y  $Q = (2,2,a)$ , obtener:

b) La ecuación del plano perpendicular a  $r$  y que pasa por  $P$ . Anteriormente hemos calculado que:  $r: \begin{cases} R = (1,0,-1) \\ \vec{u} = (1,1,-3) \end{cases}$

Se hace un pequeño esquema para ilustrar la situación.



El vector normal del plano será igual al vector director de la recta. Se calcula la ecuación del plano a partir de dicho vector normal y del punto  $P$  mediante la ecuación correspondiente.

$$A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0 \longrightarrow 1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 0) - 3 \cdot (z - 3) = 0$$

**Solución:** El plano pedido es:  $\pi: x + y - 3z + 9 = 0$