

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas II

Junio 2023



Problema 7
Probabilidad

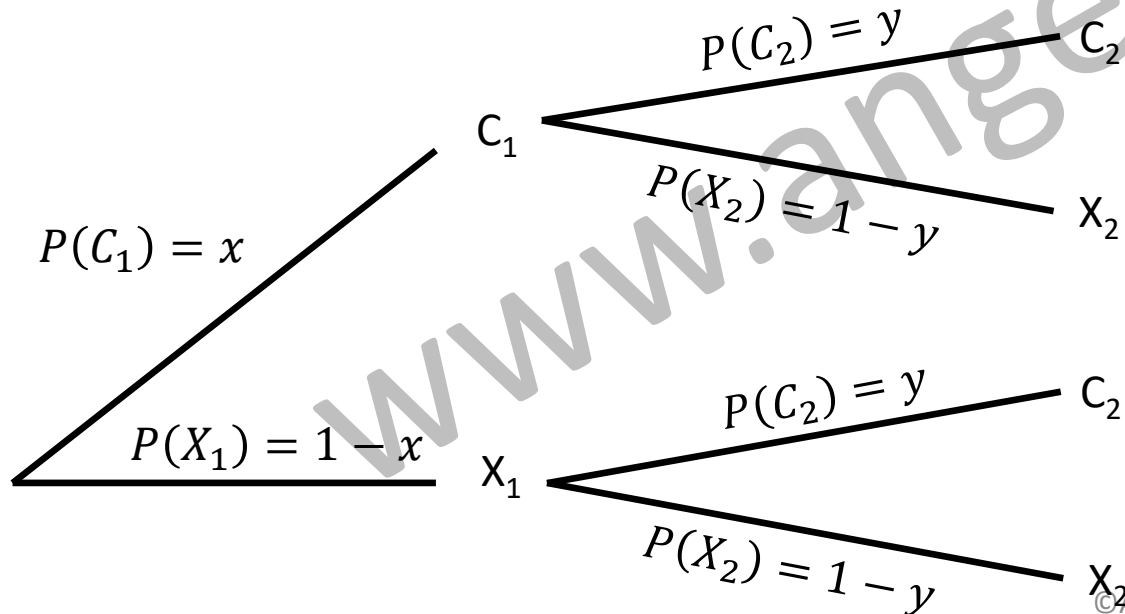
PROBLEMA 7

Tenemos dos monedas distintas M_1 y M_2 . La probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda M_1 es x y la probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda M_2 es y .

a) Si lanzamos las dos monedas al mismo tiempo, calcular las probabilidades de no obtener ninguna cara, de obtener solo una cara y de obtener dos caras.

b) Después de lanzar las dos monedas, volvemos a lanzar solamente las monedas en las que no hemos obtenido cara. Calcular las probabilidades de que el resultado final haya sido obtener ninguna cara, obtener solo una cara y obtener dos caras.

Solución: Se construye el diagrama de árbol. Las probabilidades se expresan en función de x e y .



Se definen los sucesos:

C_1 =La primera moneda sale cara

X_1 =La primera moneda sale cruz

C_2 =La segunda moneda sale cara

X_2 =La segunda moneda sale cruz

Los sucesos son independientes por eso no se ponen probabilidades condicionadas.

PROBLEMA 7

a) Si lanzamos las dos monedas al mismo tiempo, calcular las probabilidades de no obtener ninguna cara, de obtener solo una cara y de obtener dos caras.

Obtener ninguna cara equivale a obtener dos cruces

$$P(X_1 \cap X_2) = P(X_1) \cdot P(X_2) = (1 - x) \cdot (1 - y) = 1 - x - y + xy$$

La probabilidad de no obtener ninguna cara es: $1 - x - y + xy$

Como hay dos formas de obtener una cara, las tenemos en cuenta.

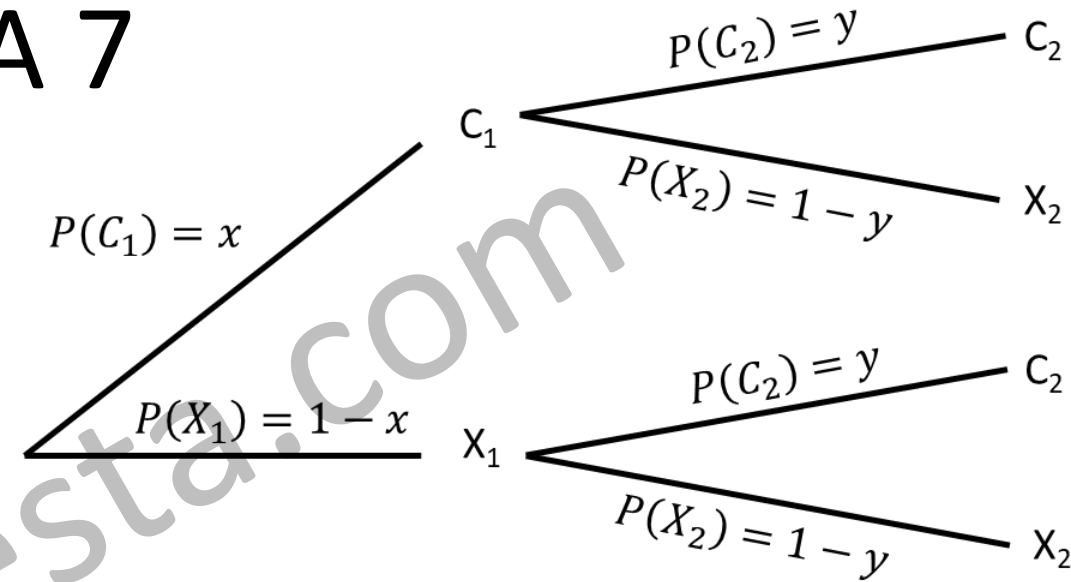
$$P(C_1 \cap X_2) + P(X_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(X_2) + P(X_1) \cdot P(C_2) = x \cdot (1 - y) + (1 - x) \cdot y = x + y - 2xy$$

La probabilidad de obtener una cara es: $x + y - 2xy$

La probabilidad de obtener dos caras se obtiene de forma análoga.

$$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(C_2) = x \cdot y$$

La probabilidad de obtener dos caras es: xy

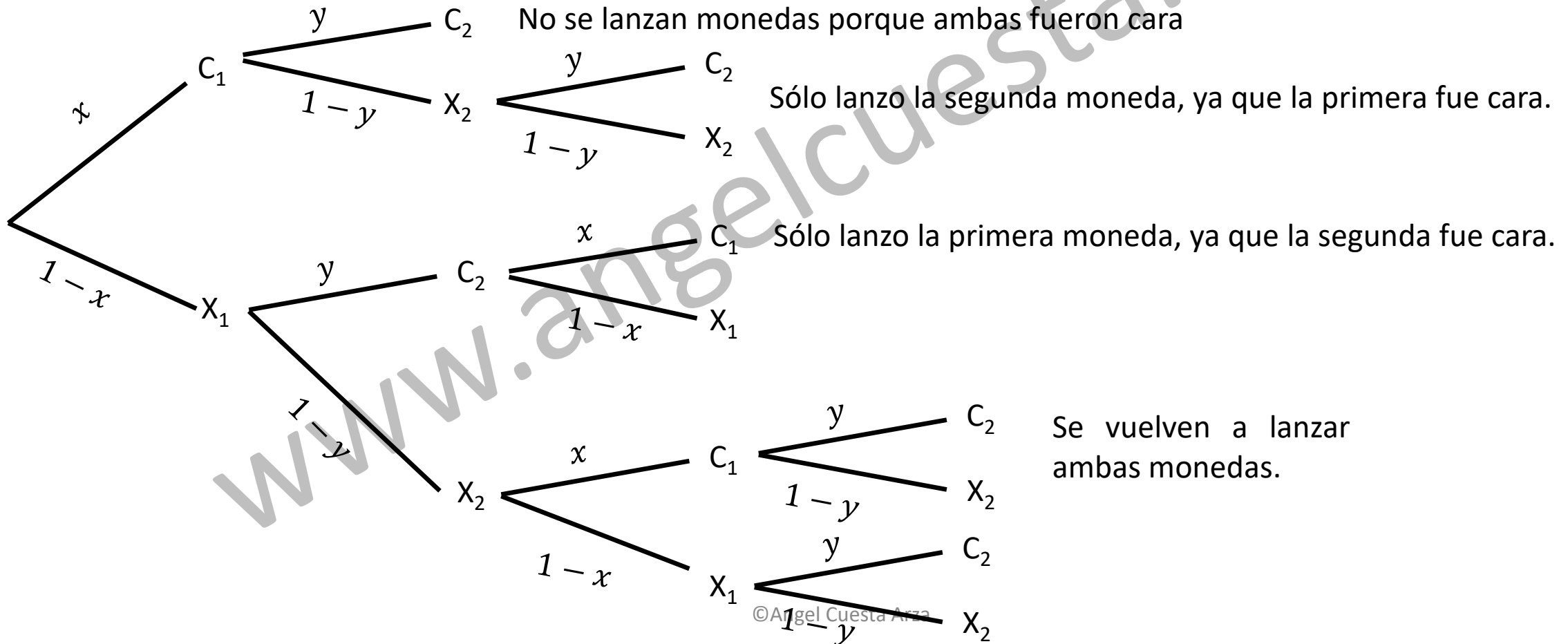


Comprueba que la suma de todas las probabilidades es igual a 1.

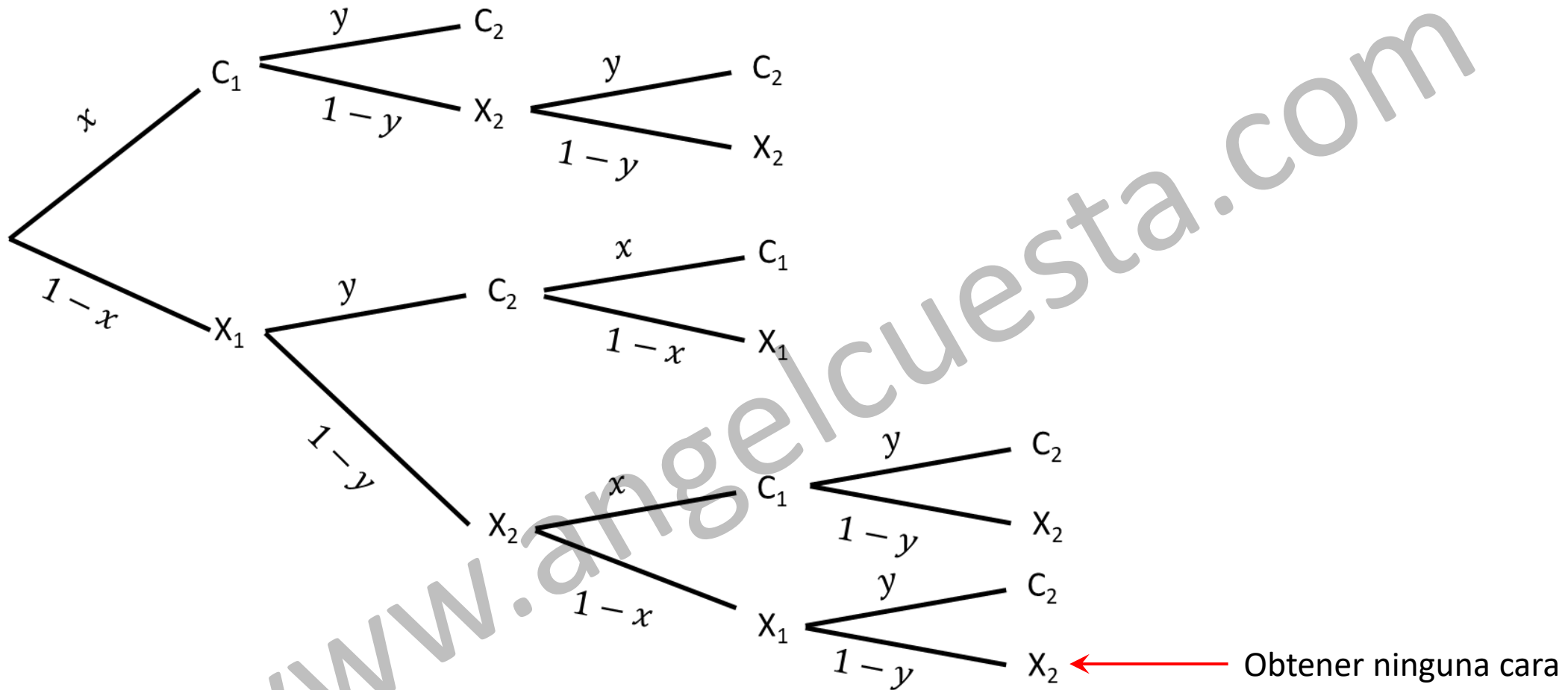
PROBLEMA 7

b) Después de lanzar las dos monedas, volvemos a lanzar solamente las monedas en las que no hemos obtenido cara. Calcular las probabilidades de que el resultado final haya sido obtener ninguna cara, obtener solo una cara y obtener dos caras.

Debemos ampliar el diagrama de árbol con los nuevos posibles resultados.



PROBLEMA 7



$$P(X_1 \cap X_2 \cap X_1 \cap X_2) = P(X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(X_1) \cdot P(X_2) = (1-x) \cdot (1-y) \cdot (1-x) \cdot (1-y)$$

$$P(X_1 \cap X_2 \cap X_1 \cap X_2) = (1-x)^2 \cdot (1-y)^2$$

La probabilidad de no obtener ninguna cara es: $(1-x)^2 \cdot (1-y)^2$

Three game trees illustrating different outcomes in a game of chance:

- Top Tree:** Player C_1 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). If C_1 chooses X_2 , Player X_2 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). A red arrow points to the X_2 outcome with the label "Obtener sólo una cara".
- Middle Tree:** Player X_1 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). If X_1 chooses C_2 , Player C_2 chooses between C_1 (probability x) and X_1 (probability $1-x$). A red arrow points to the X_1 outcome with the label "Obtener sólo una cara".
- Bottom Tree:** Player X_1 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). If X_1 chooses X_2 , Player X_2 chooses between C_1 (probability x) and X_1 (probability $1-x$). If X_2 chooses C_1 , Player C_1 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). If X_2 chooses X_1 , Player X_1 chooses between C_2 (probability y) and X_2 (probability $1-y$). A red arrow points to the X_2 outcome from the C_1 node, labeled "Obtener sólo un". A red arrow points to the C_2 outcome from the X_1 node, labeled "Obtener sólo un". A purple arrow points to the X_2 outcome from the X_1 node, labeled "Obtener ninguna".

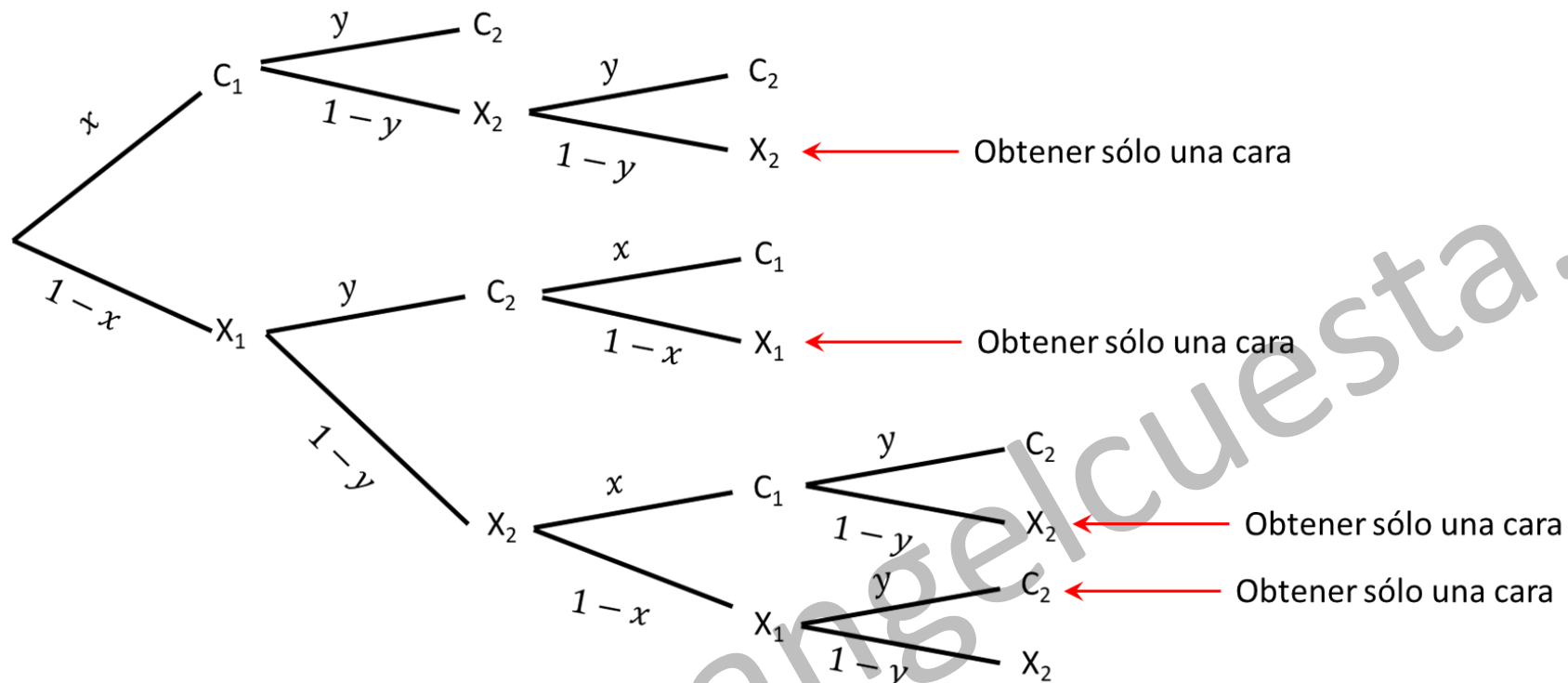
- Obtener sólo una cara

- Obtener sólo una cara

- Obtener sólo una cara

- Obtener ninguna cara

PROBLEMA 7



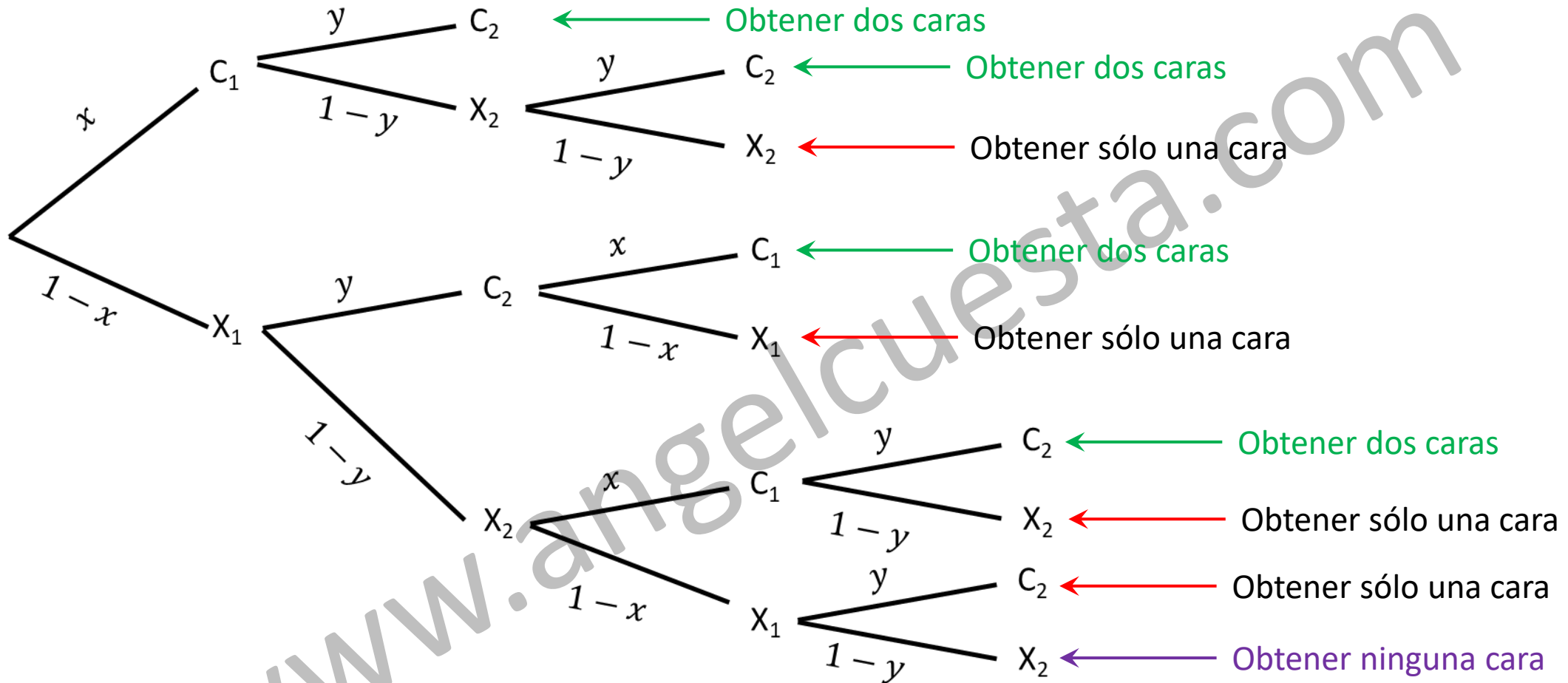
$$P(1 \text{ Cara}) = P(C_1 \cap X_2 \cap X_2) + P(X_1 \cap C_2 \cap X_1) + P(X_1 \cap X_2 \cap C_1 \cap X_2) + P(X_1 \cap X_2 \cap X_1 \cap C_2)$$

$$P(1 \text{ Cara}) = P(C_1) \cdot P(X_2) \cdot P(X_2) + P(X_1) \cdot P(C_2) \cdot P(X_1) + P(X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(C_1) \cdot P(X_2) + P(X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(X_1) \cdot P(C_2)$$

$$P(1 \text{ Cara}) = x \cdot (1 - y)^2 + y \cdot (1 - x)^2 + x \cdot (1 - x) \cdot (1 - y)^2 + y \cdot (1 - y) \cdot (1 - x)^2$$

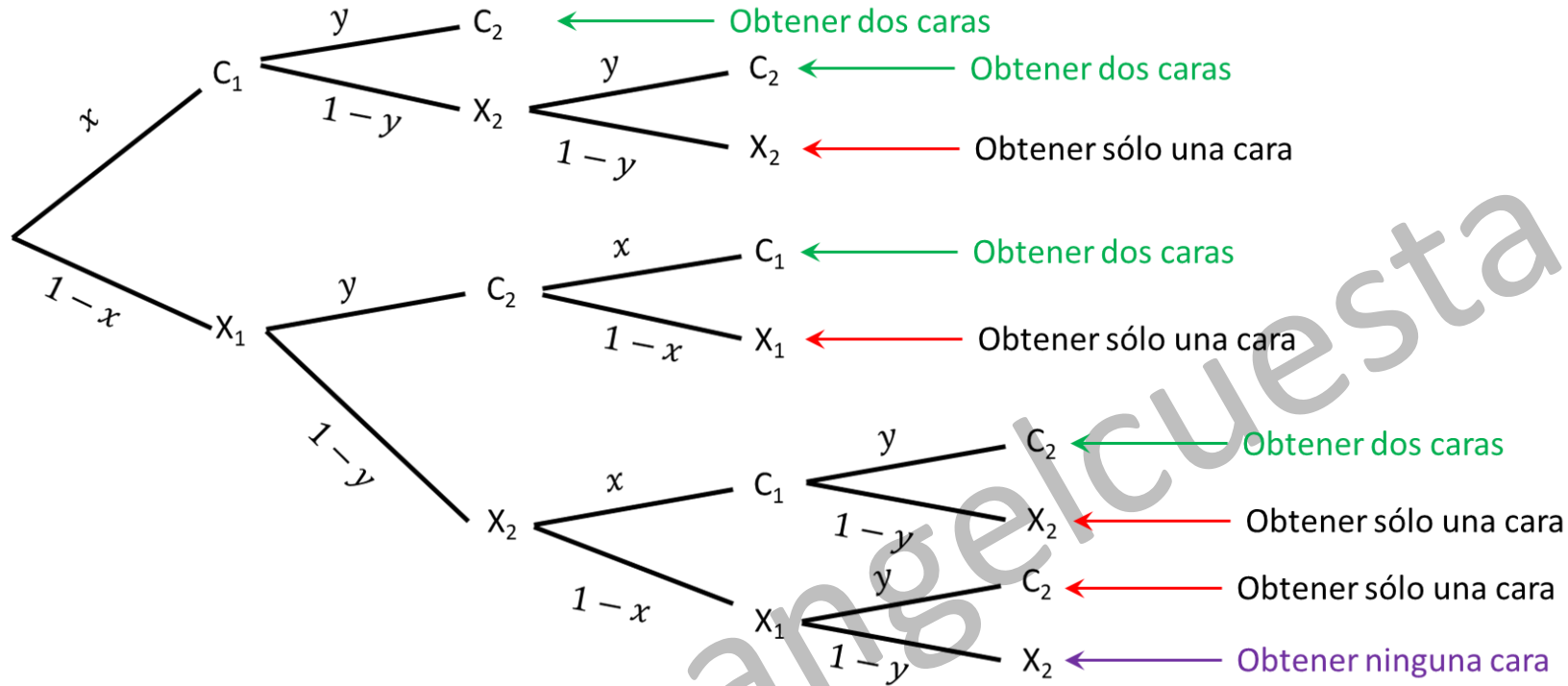
La probabilidad de obtener una cara es: $x \cdot (1 - y)^2 + y \cdot (1 - x)^2 + x \cdot (1 - x) \cdot (1 - y)^2 + y \cdot (1 - y) \cdot (1 - x)^2$

PROBLEMA 7



La probabilidad de obtener 2 caras son el resto de las posibilidades. Podría hacerse el cálculo teniendo en cuenta que la suma de todas las probabilidades es igual a 1, pero en este caso el proceso sería muy largo. Lo haré caso a caso como he hecho anteriormente.

PROBLEMA 7



$$P(2 \text{ Caras}) = P(C_1 \cap C_2) + P(C_1 \cap X_2 \cap C_2) + P(X_1 \cap C_2 \cap C_1) + P(X_1 \cap X_2 \cap C_1 \cap C_2)$$

$$P(2 \text{ Caras}) = P(C_1) \cdot P(C_2) + P(C_1) \cdot P(X_2) \cdot P(C_2) + P(X_1) \cdot P(C_2) \cdot P(C_1) + P(X_1) \cdot P(X_2) \cdot P(C_1) \cdot P(C_2)$$

$$P(2 \text{ Caras}) = x \cdot y + x \cdot y \cdot (1 - y) + x \cdot y \cdot (1 - x) + x \cdot y \cdot (1 - x) \cdot (1 - y)$$

La probabilidad de obtener una cara es: $x \cdot y + x \cdot y \cdot (1 - y) + x \cdot y \cdot (1 - x) + x \cdot y \cdot (1 - x) \cdot (1 - y)$