

PAU Comunidad Valenciana



Matemáticas II
Junio 2024



Problema 8
Probabilidad-Distribución binomial

PREPÁRATE BIEN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlace para que puedas acceder al vídeo correspondiente.

También es recomendable repasar el contenido de mi vídeo sobre el estudio **de la distribución binomial**.



Distribución binomial

<https://youtu.be/fiElXwykWYY>



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

PROBLEMA 8

Un comercial de venta por teléfono sabe que en el 30% de sus llamadas no consigue una venta. Este comercial realiza 10 llamadas.

- a) Calcular la probabilidad de que consiga más de 7 ventas.
- b) Calcular la probabilidad de que consiga al menos 5 ventas.
- c) Calcular la probabilidad de que consiga un mínimo de 3 ventas y un máximo de 8 ventas.

Solución: El experimento “venta por teléfono del comercial” sólo tiene **dos** posibles resultados (consigue venta o no consigue venta). Además, los resultados de las distintas llamadas son **independientes** entre sí. Por consiguiente, podemos decir que el número de ventas obtenidas por el comercial es una variable aleatoria que sigue una distribución binomial. Siendo:

X =número de llamadas que acaban en venta.

Tomo esta variable porque en los apartados del ejercicio me piden la probabilidad de que consiga cierto número de ventas.

p =probabilidad de éxito (la llamada finalizó en venta)=**0,7**

q =probabilidad de fracaso (la llamada NO finalizó en venta)=**0,3**

n =número de llamadas que hizo el comercial.

Podemos escribir: $X \sim Bi(10; 0,7)$

PROBLEMA 8

a) Calcular la probabilidad de que consiga más de 7 ventas. $X \sim Bi(10; 0,7)$

Si tratamos de utilizar la tabla, nos encontraremos con el problema de que la probabilidad de éxito igual a **0,7** no está en la tabla que nos proporcionan en el examen. **Sólo hay valores comprendidos entre 0 y 0,5.**

Por ello, debemos hacer un cambio de variable y definir una nueva distribución binomial asociada al suceso contrario, es decir, el número de llamadas que no han acabado en venta. Siendo:

Y =número de llamadas que NO acaban en venta.

p =probabilidad de éxito (la llamada NO finalizó en venta)=**0,3**

q =probabilidad de fracaso (la llamada finalizó en venta)=**0,7**

Podemos escribir: $Y \sim Bi(10; 0,3)$

Ahora debemos reescribir la pregunta en función de Y . $X + Y = 10 \longrightarrow X = 10 - Y$

$$P(X > 7) \xrightarrow{X = 10 - Y} P(10 - Y > 7) \longrightarrow P(-Y > -3) \longrightarrow P(Y < 3) \longrightarrow P(Y \leq 2)$$

Ahora ya podemos utilizar la tabla.

PROBLEMA 8

a) Calcular la probabilidad de que consiga más de 7 ventas. $X \sim Bi(10; 0,7)$

$$P(Y \leq 2) = 0,3828$$

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))
Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2	0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3	1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719

La probabilidad de que consiga más de 7 ventas es **0,3828**, es decir un **38,28 %**.

Comentario: Este apartado puede hacerse sin hacer uso de la tabla y así te ahorrarías el cambio de variable. Yo lo he hecho para enseñaros a utilizar la tabla y como hacer cambios de variable en este tipo de ejercicios. Se podría hacer por medio de la fórmula de la binomial aplicada 3 veces.

$$P(X > 7) = P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) = 0,2335 + 0,1211 + 0,0282 = \mathbf{0,3828}$$

PROBLEMA 8

b) Calcular la probabilidad de que consiga al menos 5 ventas.

De nuevo haremos el cambio de variable para poder utilizar la tabla $X + Y = 10 \longrightarrow X = 10 - Y$

$$P(X \geq 5) \xrightarrow{X = 10 - Y} P(10 - Y \geq 5) \longrightarrow P(-Y \geq -5) \longrightarrow P(Y \leq 5)$$

Ahora ya podemos utilizar la tabla.

Comentario: Este apartado también puede hacerse sin hacer uso de la tabla, pero de nuevo tendrás que hacer muchos cálculos.

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))

Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2	0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3	1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719
	4	1,0000	0,9999	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,7869	0,7515	0,6331	0,5044	0,3770
	5	1,0000	1,0000	0,9999	0,9936	0,9803	0,9527	0,9234	0,9051	0,8338	0,7384	0,6230
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9991	0,9965	0,9894	0,9803	0,9740	0,9452	0,8980	0,8281

$$P(Y \leq 5) = 0,9527$$

La probabilidad de que consiga al menos 5 ventas es **0,9527**, es decir un **95,27 %**.

PROBLEMA 8

c) Calcular la probabilidad de que consiga un mínimo de 3 ventas y un máximo de 8 ventas.

De nuevo haremos el cambio de variable para poder utilizar la tabla $X + Y = 10 \longrightarrow X = 10 - Y$

$$P(3 \leq X \leq 8) \xrightarrow{X = 10 - Y} P(3 \leq 10 - Y \leq 8) \longrightarrow P(-7 \leq -Y \leq -2) \longrightarrow P(2 \leq Y \leq 7)$$

$P(2 \leq Y \leq 7) = P(Y \leq 7) - P(Y \leq 1)$ Ahora ya podemos utilizar la tabla.

Taula de la distribució binomial (Bin(n,p))

Tabla de la distribución Binomial (Bin(n,p))

$$F(x) = p(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2	0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3	1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9991	0,9965	0,9894	0,9803	0,9740	0,9452	0,8980	0,8281
	7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984	0,9966	0,9952	0,9877	0,9726	0,9453
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9995	0,9983	0,9955	0,9893

$$P(Y \leq 7) - P(Y \leq 1) = 0,9984 - 0,1493 = 0,8491$$

©Angel Cuesta Arza

La probabilidad de que consiga entre 3 y 8 ventas es **0,8491**, es decir un **84,91 %**.

PROBLEMA 8

Comentario final: Evidentemente y tal como he comentado a lo largo del ejercicio, podemos resolver este ejercicio haciendo los cálculos sin utilizar la tabla de la binomial. Ello nos obligará a hacer muchos cálculos, pero esto no es un problema ya que disponemos de modernas calculadoras que los hacen de forma rápida y sencilla.

De todas formas, a aquellos que vayáis a estudiar en la universidad un grado que tenga la asignatura de estadística, os aconsejo que aprendáis a utilizar la tabla de la binomial ya que en la universidad será necesario su manejo. No digáis que no lo he advertido.