



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Probabilidad

Junio 2025 - RESERVA

Problema 1



PREPÁRATE BIEN

Si no has trabajado nunca con probabilidad, te recomiendo que veas y trabajes con mi curso de probabilidad básica y con los dos cursos de probabilidad más avanzados, donde explico el álgebra de conjuntos y los teoremas fundamentales de la probabilidad, teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes. Te dejo los códigos QR y los enlace para que puedas acceder al vídeo correspondiente.

También es recomendable repasar el contenido de mi vídeo sobre el estudio **de la distribución binomial**.



Distribución binomial

<https://youtu.be/fiElXwykWYY>



Teoría y ejercicios de probabilidad.

<https://youtu.be/1Dvh2QpL2pw>



Álgebra de conjuntos

https://youtu.be/Pu_6f73w3o8



Teoremas

<https://youtu.be/KS6VfQgGOCA>

PREGUNTA 1

Una firma automovilística fabrica tres modelos de coche: M1, M2 y M3, y produce un 35% de vehículos en Estados Unidos, un 45% en China y un 20% en Alemania.

En la planta de Estados Unidos se fabrican un 38% de vehículos del modelo M1, un 42% del M2 y un 20% del M3; en la de China un 42% del M1, un 40% del M2 y un 18% del M3; y en la de Alemania un 24% del M1, un 40% del M2 y un 36% del M3.

El control de calidad ha detectado que en Estados Unidos un 3% de los coches presenta algún tipo de defecto, en China un 4% y en Alemania un 1%.

1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto?

Se definen los sucesos dados en el enunciado.

$M1 = \{\text{Modelo M1}\}$ $M2 = \{\text{Modelo M2}\}$ $M3 = \{\text{Modelo M3}\}$

$EEUU = \{\text{Modelo fabricado en EEUU}\}$ $Ch = \{\text{Modelo fabricado en China}\}$ $Al = \{\text{Modelo fabricado en Alemania}\}$

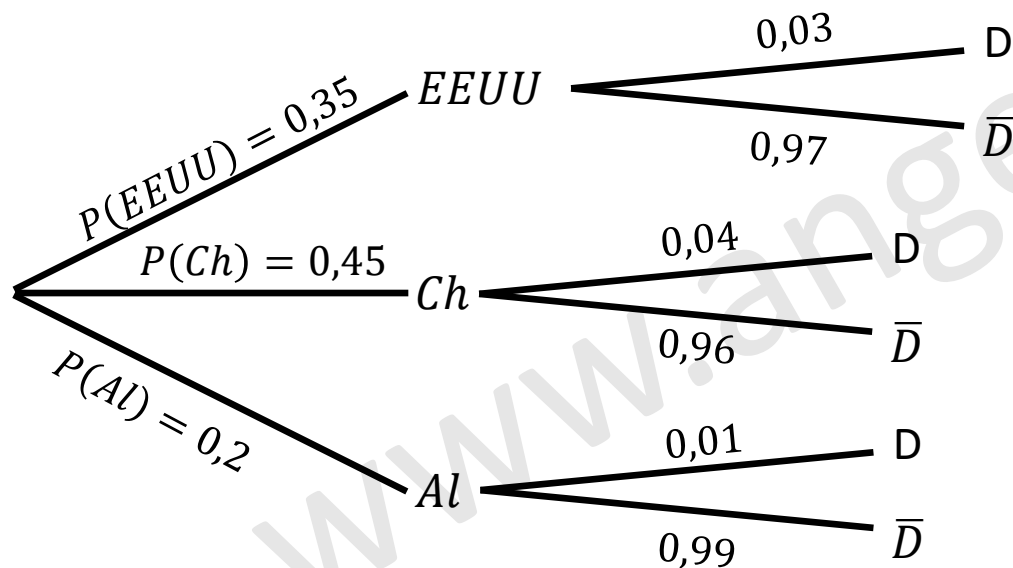
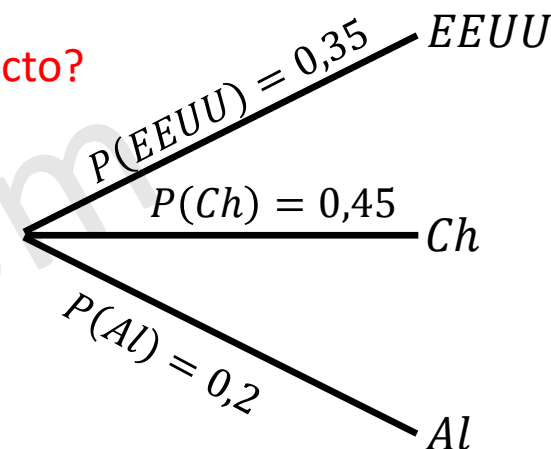
$D = \{\text{Modelo defectuoso}\}$ $\bar{D} = \{\text{Modelo no defectuoso}\}$

Se representa el diagrama de árbol correspondiente a lo que nos preguntan en el apartado 1.1.

1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto?

“Una firma automovilística fabrica tres modelos de coche: M1, M2 y M3, y produce un 35% de vehículos en Estados Unidos, un 45% en China y un 20% en Alemania.”

“El control de calidad ha detectado que en Estados Unidos un 3% de los coches presenta algún tipo de defecto, en China un 4% y en Alemania un 1%.”



Ojo a la trampa que nos han puesto. Hay que utilizar sólo los datos del primer y del tercer párrafo.

PREGUNTA 1

1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto?

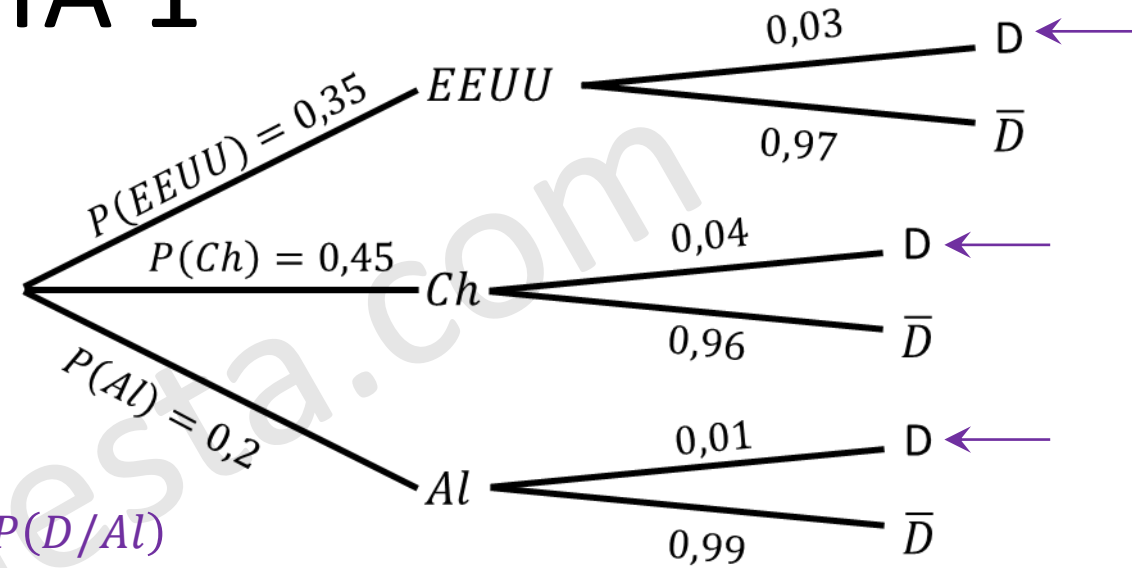
Se aplica el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(EUUU \cap D) + P(Ch \cap D) + P(Al \cap D)$$

$$P(D) = P(EUUU) \cdot P(D/EUUU) + P(Ch) \cdot P(D/Ch) + P(Al) \cdot P(D/Al)$$

$$P(D) = 0,35 \cdot 0,03 + 0,45 \cdot 0,04 + 0,2 \cdot 0,01 = 0,0305$$

La probabilidad de que un coche seleccionado al azar presente algún tipo de defecto es **0,0305 (3,05%)**.



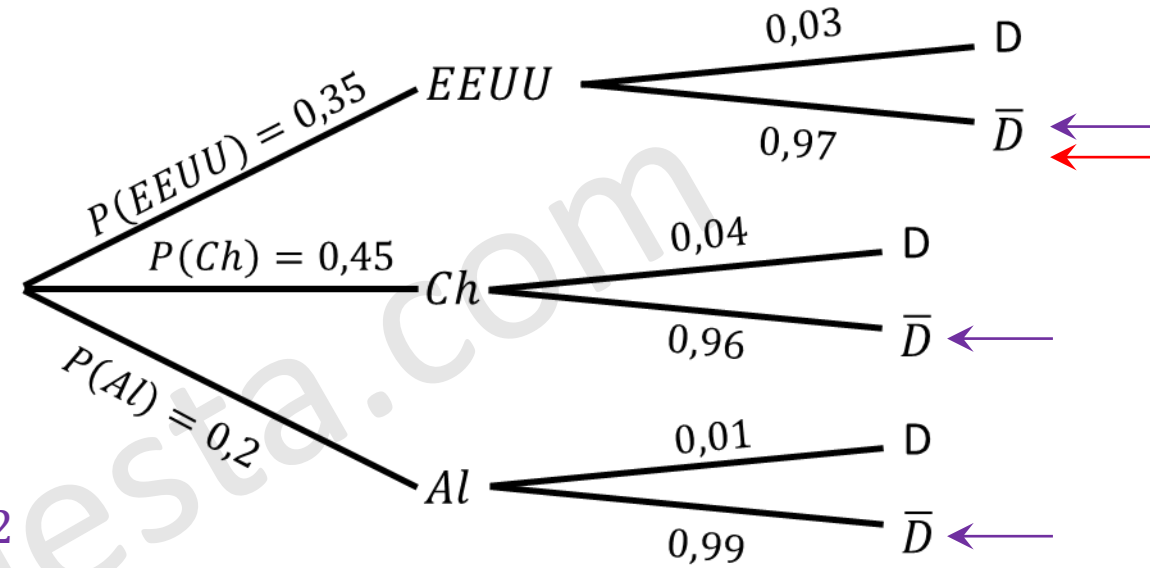
1.2 Si un coche no presenta ningún defecto, ¿cuál es la probabilidad de que esté fabricado en Estados Unidos?

Se aplica el teorema de Bayes (probabilidad a posteriori).

$$P(EEUU/\bar{D}) = \frac{P(EEUU \cap \bar{D})}{P(\bar{D})}$$

$$P(EEUU/\bar{D}) = \frac{P(EEUU) \cdot P(\bar{D}/EEUU)}{1 - P(D)} = \frac{0,35 \cdot 0,97}{1 - 0,0305} \approx 0,3502$$

Si un coche no presenta ningún defecto, la probabilidad de que esté fabricado en Estados Unidos es **0,3502 (35,02%)** aproximadamente.



1.3 Dados 9 coches fabricados en Alemania, calcular la probabilidad de que al menos 3 sean del modelo M2.

“En la planta de Estados Unidos se fabrican un 38% de vehículos del modelo M1, un 42% del M2 y un 20% del M3; en la de China un 42% del M1, un 40% del M2 y un 18% del M3; y en la de **Alemania** un 24% del M1, **un 40% del M2** y un 36% del M3.”

Suponemos que, para cada coche fabricado en Alemania, la probabilidad de que sea M2 es 0,40 e independiente entre coches (población muy grande).

Definimos la variable aleatoria X: **X**=número de coches fabricados del modelo M2.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 9; p = 0,4; q = 0,6$ **$X \sim Bi(9; 0,4)$**

Se calcula la probabilidad pedida: $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$

Utilizando la tabla que proporcionan en el examen. $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,2318 = 0,7682$

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
9	0		0,9135	0,6302	0,3874	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0020
	1		0,9966	0,9288	0,7748	0,4362	0,3003	0,1960	0,1431	0,1211	0,0705	0,0385	0,0195
	2		0,9999	0,9916	0,9470	0,7382	0,6007	0,4628	0,3772	0,3373	0,2318	0,1495	0,0898
	3		1,0000	0,9994	0,9917	0,9144	0,8343	0,7297	0,6503	0,6089	0,4826	0,3614	0,2539
	4		1,0000	1,0000	0,9991	0,9804	0,9511	0,9012	0,8552	0,8283	0,7334	0,6214	0,5000

La probabilidad que al menos 3 sean del modelo M2 es **0,7682 (76,82%)**.

NOTA: Puedes hacer el cálculo de la probabilidad usando la fórmula, pero es más largo.