



PAU COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS II

Geometría en el espacio

Junio 2025 • RESERVA

Problema 3.2



Ejercicio 3.2

3.2 Dada la recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{\alpha}$, que depende del parámetro real α , y la recta

$$s: \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

3.2.1 (1.25 puntos) Calcular el valor del parámetro α para el que r y s son perpendiculares.

3.2.2 (1.25 puntos) Suponiendo que $\alpha \neq 0$, obtener la recta paralela a s que pase por el punto de r cuya coordenada z vale 0.

Deduzco de la ecuación de r su vector director. $\vec{v}_r = (2, 3, \alpha)$

El vector director de s se calcula: $\vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3\vec{i} - 0\vec{j} - 3\vec{k} = (-3, 0, -3) \equiv (1, 0, 1)$

Las dos rectas son perpendiculares si el producto escalar de los vectores directores es nulo.

$$\vec{v}_r \cdot \vec{v}_s = (2, 3, \alpha) \cdot (1, 0, 1) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + \alpha \cdot 1 = 2 + \alpha = 0 \longrightarrow \alpha = -2$$

El valor pedido es $\alpha = -2$.

Ejercicio 3.2

3.2 Dada la recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{\alpha}$, que depende del parámetro real α , y la recta

$$s: \begin{cases} -x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

3.2.2 Suponiendo que $\alpha \neq 0$, obtener la recta paralela a s que pase por el punto de r cuya coordenada $z = 0$.

Ya se había calculado el vector director de la recta s . Dicho vector será el director de la recta pedida. $\vec{v}_s = (1, 0, 1)$

Para obtener el punto de r , se sustituye z por 0 y se despejan x e y . $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{0}{\alpha} \rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ y-2=0 \rightarrow y=2 \end{cases}$

El punto de r , con $z = 0$ es: $P = (-1, 2, 0)$

Las ecuaciones paramétricas de la recta pedida son $t: \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathcal{R}$