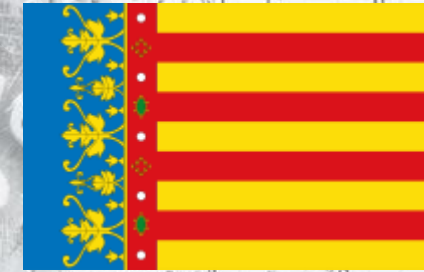


PAU Comunidad Valenciana



Matemáticas II MODELO 2025



Pregunta 3.1
Geometría

REPASA LAS MATEMÁTICAS DE 2º DE BACHILLERATO



Matrices y determinantes
Geometría
Probabilidad



Nuevo temario Matemáticas II en
la Comunidad Valenciana



Ejercicio 3.1

3.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas las rectas $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases}$ y $s: (x - 2)/(-1) = y/3 = z + 2$, obtener:

3.1.1 **(1.25 puntos)** La ecuación del plano π paralelo a ambas y que pase por el origen.

3.1.2 **(1.25 puntos)** La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π .

Se calcula un punto y un vector director de las rectas r y s :

$$r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} y = z = \lambda \\ x = -1 \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} x = -1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} P = (-1, 0, 0) \\ \vec{v} = (0, 1, 1) \end{cases}$$

$$s: \frac{x - 2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z + 2}{1} \longrightarrow s: \begin{cases} Q = (2, 0, -2) \\ \vec{w} = (-1, 3, 1) \end{cases}$$

Ejercicio 3.1

3.1.1 La ecuación del plano π paralelo a ambas y que pase por el origen.

$$r: \begin{cases} x = -1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} P = (-1, 0, 0) \\ \vec{v} = (0, 1, 1) \end{cases} \quad s: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1} \longrightarrow r: \begin{cases} Q = (2, 0, -2) \\ \vec{w} = (-1, 3, 1) \end{cases}$$

Es necesario saber si las rectas son paralelas o no. Si las rectas son paralelas el procedimiento para calcular la ecuación del plano es diferente del procedimiento que debemos seguir si son secantes o se cruzan.

Es fácil comprobar que los vectores $\vec{v} = (0, 1, 1)$ y $\vec{w} = (-1, 3, 1)$ no son paralelos. $\frac{0}{-1} \neq \frac{1}{3} \neq \frac{1}{1}$

Como las rectas se cortan o se cruzan, los vectores directores de las rectas serán los vectores directores del plano. Se calcula la ecuación del plano que pasa por $O = (0, 0, 0)$ y cuyos vectores directores son $\vec{v} = (0, 1, 1)$ y $\vec{w} = (-1, 3, 1)$

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \longrightarrow \pi: -2x - y + z = 0$$

La ecuación del plano es: $\pi: -2x - y + z = 0$

Ejercicio 3.1

3.1.2 La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π .

$$r: \begin{cases} x = -1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \longrightarrow r: \begin{cases} P = (-1, 0, 0) \\ \vec{v} = (0, 1, 1) \end{cases} \quad s: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1} \longrightarrow r: \begin{cases} Q = (2, 0, -2) \\ \vec{w} = (-1, 3, 1) \end{cases} \quad \pi: -2x - y + z = 0$$

Para calcular la distancia de un punto a un plano basta aplicar la fórmula correspondiente. Es conveniente hacer notar que cuando me piden la distancia de un punto de la recta paralela al plano, me están pidiendo la distancia entre la recta y el plano

$$d_{r-\pi} = \frac{|-2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 0 + 1 \cdot 0|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad d_{s-\pi} = \frac{|-2 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + 1 \cdot (-2)|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

La distancia de un punto $P \in r$ a π es: $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **unidades**

La distancia de un punto $Q \in s$ a π es: $\sqrt{6}$ **unidades**