El problema del día

Selectividad C. Valenciana
Matemáticas Aplicadas a las CCSS
Opción A, Problema 1
Julio 2019

Planteamiento y resolución de un problema de programación lineal

El Enunciado

1) Un taller fabrica dos productos A y B. La producción de una unidad del producto A requiere 30 minutos para montar las piezas que lo forman y 40 minutos para pintarlo y la producción de una unidad del producto B exige 40 minutos para montar las piezas y 30 minutos para pintarlo.

Cada día se puede destinar como máximo 10 horas para montar piezas y 11 horas, también como máximo, para pintar los productos producidos.

Cada unidad del producto A se vende a 40 euros y cada unidad del producto B se vende a 35 euros.

a) ¿Cuántas unidades se han de producir cada día de cada producto para obtener el máximo ingreso?

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo?

Planteamiento del problema

En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x=unidades fabricadas del producto A.

y=unidades fabricadas del producto B.

A continuación debemos transformar, los minutos en horas.

30 min=$\frac{1}{2}$ $horas$ y 40 min=$\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ $horas$

Resumimos los datos del problema en una tabla.

	Nº unidades	Montar	Pintar	Coste
A	x	30 min=$\frac{1}{2}h$	40 min=$\frac{2}{3}h$	40 €
B	y	40 min=$\frac{2}{3}h$	30 min=$\frac{1}{2}h$	35 €

Planteamiento del problema

A partir de la tabla planteamos las restricciones:

"Cada día 10h para montar piezas" $\rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y \leq 10 \rightarrow 3x + 4y \leq 60$

"Cada día 11h para pintar piezas" $\rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y \leq 11 \rightarrow 4x + 3y \leq 66$

Como las variables x e y representan número de unidades deben ser números naturales.

La función objetivo está definida por el beneficio: z = 40x + 35y

Quedando el planteamiento definitivo así:

Maximizar **z=40x+35y**

$$s.a. \begin{cases} 3x + 4y \leq 60 \\ 4x + 3y \leq 66 \end{cases}$$

	Nº unidades	Montar	Pintar	Coste
A	x	30 min=$\frac{1}{2}h$	40 min=$\frac{2}{3}h$	40 €
B	y	40 min=$\frac{2}{3}h$	30 min=$\frac{1}{2}h$	35 €

Resolución del problema

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

$(a)\ 3x + 4y \leq 60$

Expreso la recta: $3x + 4y = 60$

Se dan valores para representar:

x	y
0	15
20	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

3*0+4*0≤60 → Si Cumple

$(b)\ 4x + 3y \leq 66$

Expreso la recta: $4x + 3y = 66$

Se dan valores para representar:

x	y
0	22
16,5	0

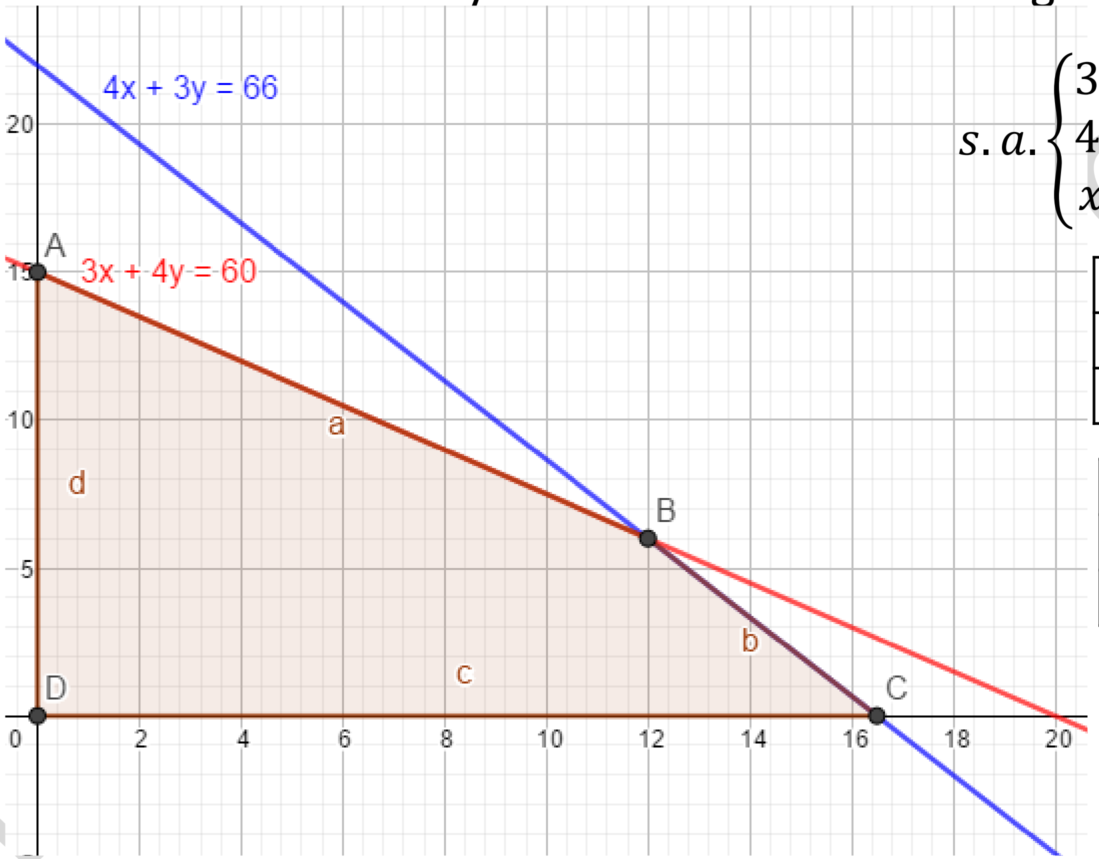
Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

4*0+3*0≤66 → Si Cumple

Ahora ya podemos proceder a representar las inecuaciones y a encontrar la región factible.

Resolución del problema

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.



$$s.a.\begin{cases}3x+4y\leq 60\\4x+3y\leq 66\\x,y\in N\end{cases}$$

x	**y**
0	15
20	0

x	**y**
0	22
16,5	0

Debemos calcular el vértice B, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. A=(0,15), C=(16’5,0) y D=(0,0).

Observación: El vértice C no cumple la condición de ser un número natural, por lo que lo tomaremos como C=(16,0).

Resolución del problema

Para calcular el vértice B, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan. $\begin{cases} 3x + 4y = 60 \\ 4x + 3y = 66 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$x = \dfrac{\begin{vmatrix} 60 & 4 \\ 66 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \dfrac{-84}{-7} = 12$ $\quad y = \dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 60 \\ 4 & 66 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \dfrac{-42}{-7} = 6$, siendo el vértice B=(12,6).

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	**y**	**z=40x+35y**
0	0	40*0+35*0=0
0	15	40*0+35*15=525
12	6	40*12+35*6=690 (**Máximo**)
16	0	40*16+35*0=640

Solución

Solución: Para obtener el máximo ingreso cada día hay que producir **12 unidades del producto A y 6 del B**. Con esta producción **el máximo ingreso será de 690€**.

x	y	z=40x+35y
0	0	40*0+35*0=0
0	15	40*0+35*15=525
12	6	40*12+35*6=690 (**Máximo**)
16	0	40*16+35*0=640