El problema del día

Selectividad C. Valenciana
Matemáticas Aplicadas a las CCSS
Opción A, Problema 1
Julio 2019

Planteamiento y resolución de un problema de <u>programación lineal</u>

El Enunciado

1) Un taller fabrica dos productos A y B. La producción de una unidad del producto A requiere 30 minutos para montar las piezas que lo forman y 40 minutos para pintarlo y la producción de una unidad del producto B exige 40 minutos para montar las piezas y 30 minutos para pintarlo.

Cada día se puede destinar como máximo 10 horas para montar piezas y 11 horas, también como máximo, para pintar los productos producidos.

Cada unidad del producto A se vende a 40 euros y cada unidad del producto B se vende a 35 euros.

a) ¿Cuántas unidades se han de producir cada día de cada producto para obtener el máximo ingreso?

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo?

Planteamiento del problema

En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x=unidades fabricadas del producto A.

y=unidades fabricadas del producto B.

A continuación debemos transformar, los minutos en horas.

30 min=$\frac{1}{2}$ $horas$ y 40 min=$\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ $horas$

Resumimos los datos del problema en una tabla.

	Nº unidades	Montar	Pintar	Coste
A	x	30 min=$\frac{1}{2}h$	40 min=$\frac{2}{3}h$	40 €
B	y	40 min=$\frac{2}{3}h$	30 min=$\frac{1}{2}h$	35 €

Planteamiento del problema

A partir de la tabla planteamos las restricciones:

"Cada día 10h para montar piezas" $\rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y \leq 10 \rightarrow 3x + 4y \leq 60$

"Cada día 11h para pintar piezas" $\rightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y \leq 11 \rightarrow 4x + 3y \leq 66$

Como las variables x e y representan número de unidades deben ser números naturales.

La función objetivo está definida por el beneficio: z = 40x + 35y

Quedando el planteamiento definitivo así:

Maximizar **z=40x+35y**

$$s.a.\begin{cases} 3x + 4y \leq 60 \\ 4x + 3y \leq 66 \end{cases}$$

	Nº unidades	Montar	Pintar	Coste
A	x	30 min=$\frac{1}{2}h$	40 min=$\frac{2}{3}h$	40 €
B	y	40 min=$\frac{2}{3}h$	30 min=$\frac{1}{2}h$	35 €

Resolución del problema

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

$(a)\ 3x + 4y \leq 60$

Expreso la recta: $3x + 4y = 60$

Se dan valores para representar:

x	y
0	15
20	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

3*0+4*0≤60 → Si Cumple

$(b)\ 4x + 3y \leq 66$

Expreso la recta: $4x + 3y = 66$

Se dan valores para representar:

x	y
0	22
16,5	0

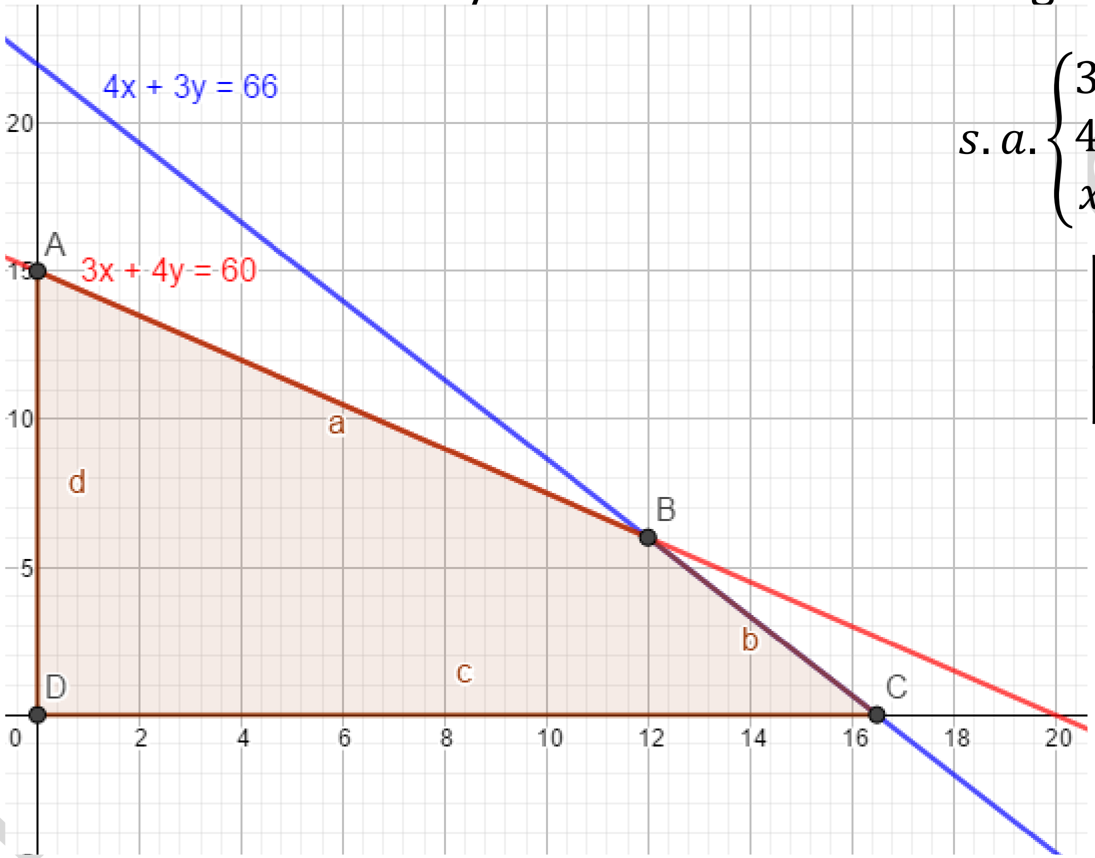
Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

4*0+3*0≤66 → Si Cumple

Ahora ya podemos proceder a representar las inecuaciones y a encontrar la región factible.

Resolución del problema

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.



$$s.a.\begin{cases} 3x + 4y \leq 60 \\ 4x + 3y \leq 66 \\ x, y \in N \end{cases}$$

x	y
0	15
20	0

x	y
0	22
16,5	0

Debemos calcular el vértice B, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. A=(0,15), C=(16’5,0) y D=(0,0).

Observación: El vértice C no cumple la condición de ser un número natural, por lo que lo tomaremos como C=(16,0).

Resolución del problema

Para calcular el vértice B, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan. $\begin{cases} 3x + 4y = 60 \\ 4x + 3y = 66 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$x = \dfrac{\begin{vmatrix} 60 & 4 \\ 66 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \dfrac{-84}{-7} = 12$ $\qquad y = \dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 60 \\ 4 & 66 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}} = \dfrac{-42}{-7} = 6$, siendo el vértice B=(12,6).

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	z=40x+35y
0	0	40*0+35*0=0
0	15	40*0+35*15=525
12	6	40*12+35*6=690 (**Máximo)**
16	0	40*16+35*0=640

Solución

Solución: Para obtener el máximo ingreso cada día hay que producir **12 unidades del producto A y 6 del B**. Con esta producción **el máximo ingreso será de 690€**.

x	**y**	**z=40x+35y**
0	0	40*0+35*0=0
0	15	40*0+35*15=525
12	6	40*12+35*6=690 (**Máximo**)
16	0	40*16+35*0=640

El problema del día

Selectividad C. Valenciana
Matemáticas Aplicadas a las CCSS
Opción A, Problema 2
Julio 2019

Análisis de una función y representación gráfica.

El Enunciado

2) Dada la función $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

Dominio y puntos de corte con los ejes

Para calcular el dominio se iguala el denominador a cero.

$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$ lo cual implica que el Dominio es: $\boldsymbol{Dom\, f(x) = R - \{-2, 1\}}$

Para calcular los puntos de corte con los ejes:

$$Eje\ Y (x = 0) \rightarrow f(0) = \frac{0^2 - 2 * 0 - 3}{0^2 + 0 - 2} = \frac{3}{2} \rightarrow \boldsymbol{A} = \left(\boldsymbol{0}, \frac{\boldsymbol{3}}{\boldsymbol{2}}\right)$$

$$Eje\ X\ (y = 0) \rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Por ello los puntos de corte con el eje X serán: $\boldsymbol{B = (3, 0)}$ y $\boldsymbol{C = (-1, 0)}$.

Asíntotas Verticales

Para estudiar las **asíntotas verticales**, nos fijamos en los puntos que están fuera del dominio. En ellos es posible que haya asíntotas verticales.

Calculo los límites de la función en esos puntos y lo comprobamos.

En x=-2;

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{5}{0}\to\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\dfrac{5}{0^-}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\dfrac{5}{0^+}=+\infty\end{cases}, luego\ x=-2\ es\ A.V.de\ f(x)$$

En x=1;

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{-4}{0}\to\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\dfrac{-4}{0^+}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\dfrac{-4}{0^-}=+\infty\end{cases}, luego\ x=1\ es\ A.V.de\ f(x)$$

Los valores de los límites laterales nos aportan información para poder representar mas fácilmente la función en el último apartado.

Asíntota Horizontal/Esbozo Asíntotas

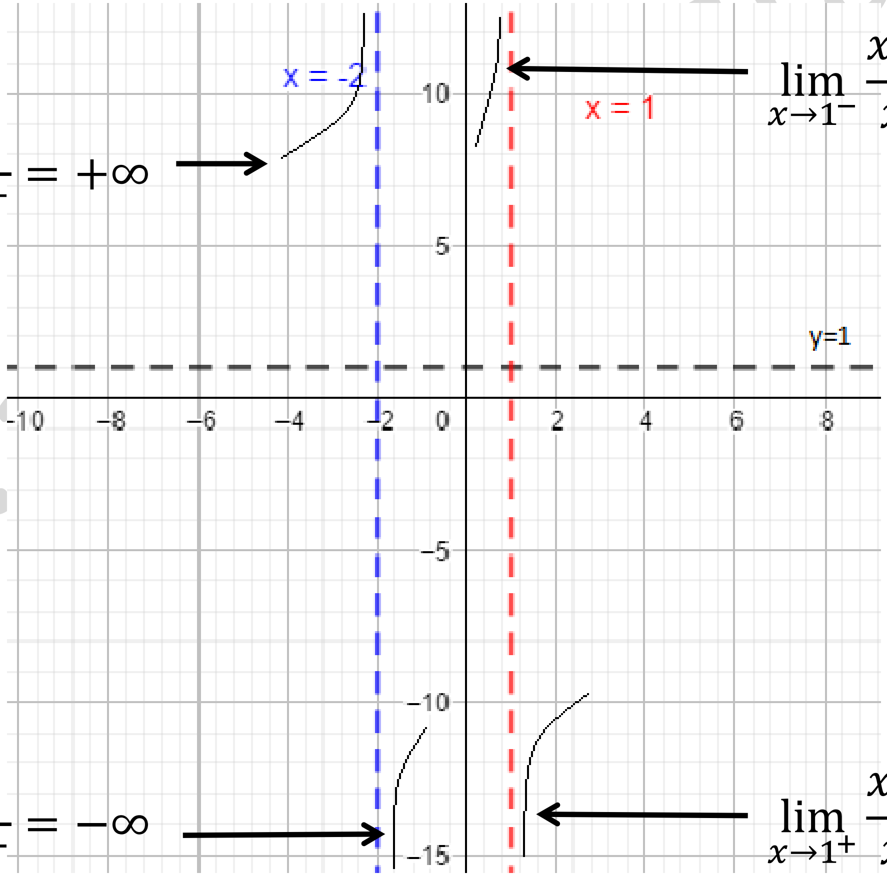
La asíntota horizontal se calcula con el límite en infinito.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2}=1, luego\ y=1\ es\ A.H. de\ f(x)$$

Si representamos las asíntotas, con la información que tenemos, quedaría la gráfica de forma provisional de la siguiente manera.

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{-4}{0^-}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{5}{0^+}=+\infty$$



$$\lim_{x\to -2^+}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{5}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}=\frac{-4}{0^+}=-\infty$$

Estudio de la monotonía

Se calcula la derivada.

$$f'(x) = \frac{(2x-2)*(x^2+x-2)-(x^2-2x-3)*(2x+1)}{(x^2+x-2)^2} = \frac{3x^2+2x+7}{(x^2+x-2)^2}$$

Igualamos la derivada a cero:

$$f'(x) = \frac{3x^2+2x+7}{(x^2+x-2)^2} = 0 \rightarrow 3x^2+2x+7=0 \rightarrow No\ tiene\ solución.$$

Se estudia el signo de la derivada: Para ello damos valores a la derivada en los 3 intervalos que define el dominio, ya que la derivada no tiene ceros.

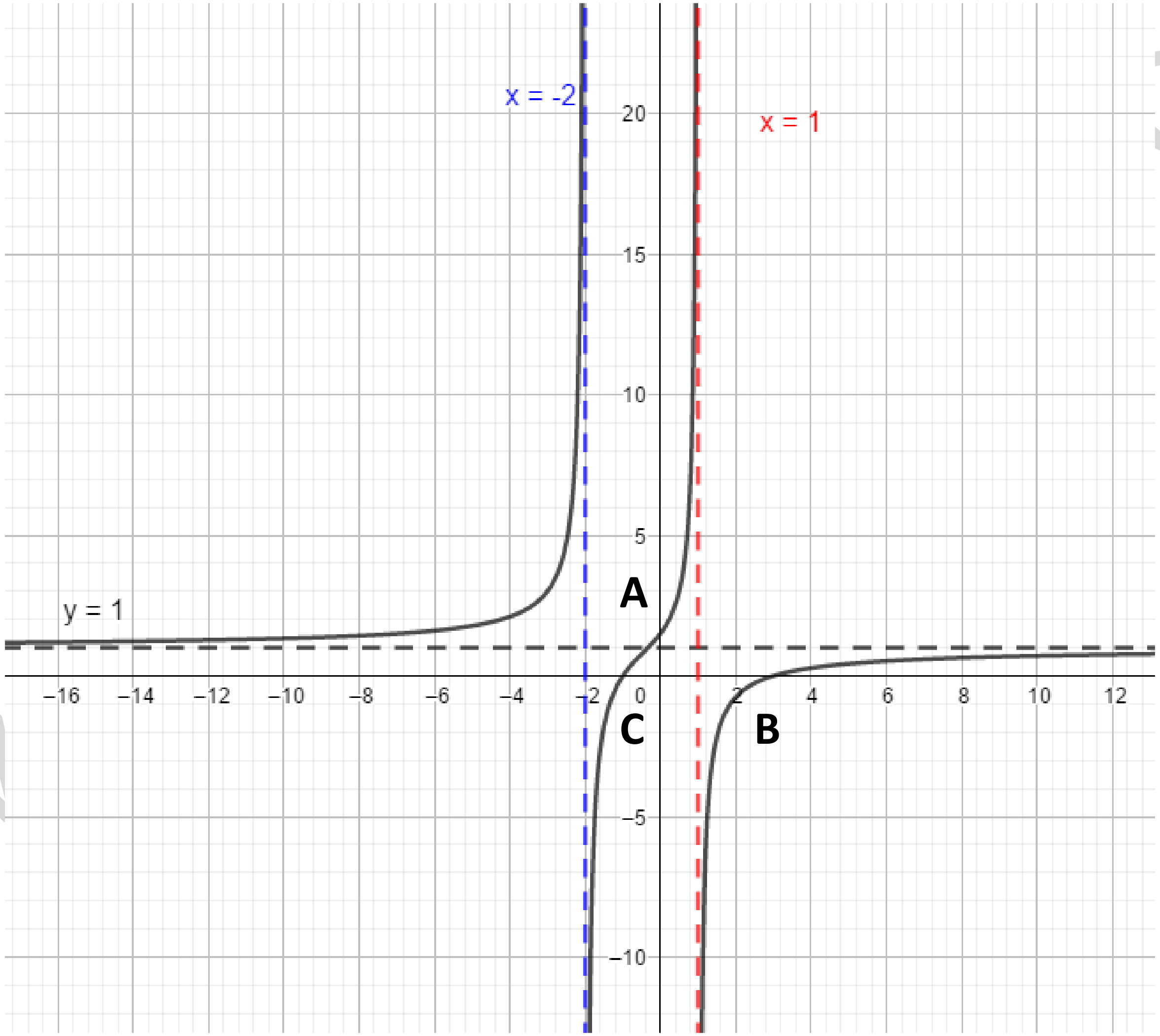
	(-∞,-2)	-2	(-2,1)	1	(1,+∞)
f(x)	↗	∄	↗	∄	↗
f'(x)	+	∄	+	∄	+

Se observa que f(x) es creciente en todo su dominio.

Por otro lado también comprobamos que la función no tiene ni máximos ni mínimos relativos, pues la derivada no se anula para ningún valor de x.

Representación Gráfica

Utilizando todos los datos obtenidos en los apartados anteriores, puntos de corte y asíntotas, podemos esbozar la gráfica.



El problema del día

Selectividad C. Valenciana
Matemáticas Aplicadas a las CCSS
Opción A, Problema 3
Julio 2019

Planteamiento y resolución de un problema de probabilidad

El enunciado

Un modelo de coche se fabrica en tres versiones: Van, Urban y Suv. El 25% de los coches son de motor híbrido. El 20% son de tipo Van y el 40% de tipo Urban. El 15% de los de tipo Van y el 40% de los de tipo Urban son híbridos. Se elige un coche al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que sea de tipo Urban, sabiendo que es híbrido.

b) La probabilidad de que sea de tipo Van, sabiendo que no es híbrido.

c) La probabilidad de que sea híbrido, sabiendo que es de tipo Suv.

d) La probabilidad de que no sea de tipo Van ni tampoco híbrido.

Planteamiento del problema

Primero asignamos una letra a cada suceso.

V=coche de tipo Van **U**=coche de tipo Urban **S**=coche de tipo Suv

H=coche híbrido $\overline{\boldsymbol{H}}$=coche no híbrido

Tomamos datos del enunciado.

"el 25% de los coches son híbridos" → P(H)=0´25 → P($\overline{H}$)=1-0´25=0´75

"el 20% son de tipo Van" → P(V) = 0´20

"el 40% son de tipo Urban" → P(U) = 0´40

De estos dos últimos datos, se deduce que el 40% de los coches son tipo Suv. → P(S) = 0´40

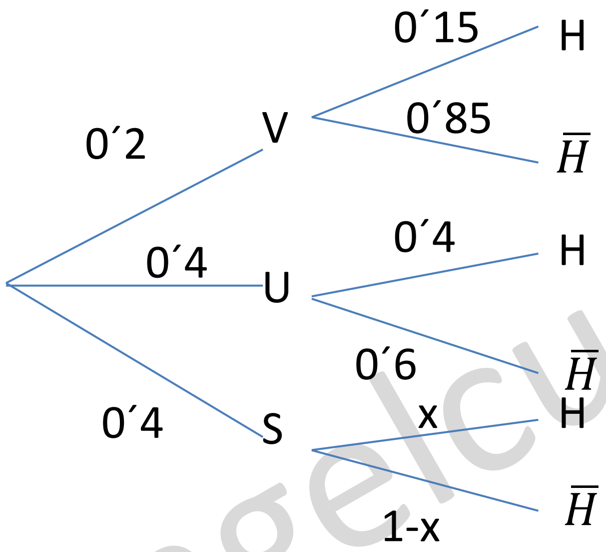
"el 15% de los de tipo Van son híbridos" → $P\left({}^{H}/_{V}\right) = 0´15 \rightarrow P\left({}^{\overline{H}}/_{V}\right) = 0´85$

"el 40% de los de tipo Urban son híbridos" → $P\left({}^{H}/_{U}\right) = 0´40 \rightarrow P\left({}^{\overline{H}}/_{U}\right) = 0´60$

Con todos los datos, planteamos el árbol de probabilidad.

Diagrama de árbol

El árbol de probabilidad queda de la siguiente forma:



Debemos determinar el valor de x, para poder resolver el problema.

Según el teorema de la probabilidad total:

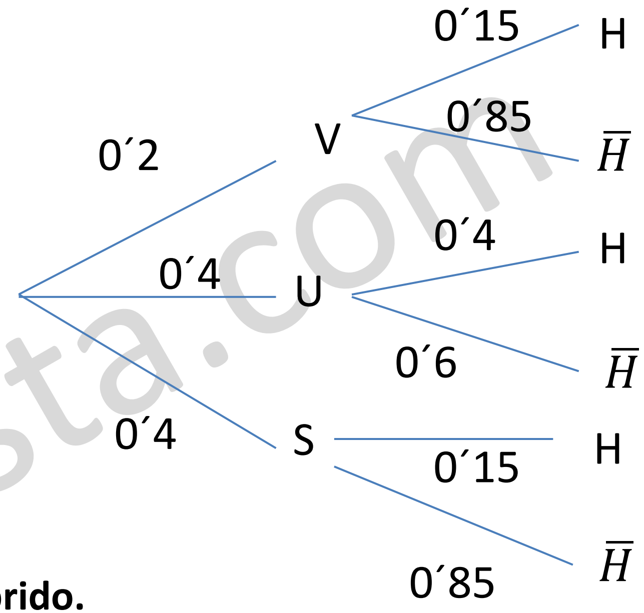
$$P(H) = P\left({}^{H}/_{V}\right) * P(V) + P\left({}^{H}/_{U}\right) * P(U) + P\left({}^{H}/_{S}\right) * P(S)$$

Aplicándolo con los datos que tenemos:

$$P(H) = 0´15 * 0´2 + 0´4 * 0´4 + x * 0´4 = 0´25$$

Despejando x: $\boldsymbol{x = 0,15}$

Resolviendo el problema



Quedando ya completo el diagrama de árbol.
Ya podemos contestar todas las cuestiones
del ejercicio.

a) Probabilidad de que sea de tipo Urban, sabiendo que es híbrido.

$$P\left({}^{U}/_{H}\right) = \frac{P(U\cap H)}{P(H)} = \frac{P(U) * P\left({}^{H}/_{U}\right)}{P(H)} = \frac{0'4 * 0'4}{0'25} = 0'64$$

b)Probabilidad de que sea de tipo Van, sabiendo que no es híbrido.

$$\mathrm{P}\left({}^{\mathrm{V}}/_{\overline{\mathrm{H}}}\right) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{V}\cap\overline{\mathrm{H}})}{\mathrm{P}(\overline{\mathrm{H}})} = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{V}) * \mathrm{P}\left({}^{\overline{\mathrm{H}}}/_{\mathrm{V}}\right)}{\mathrm{P}(\overline{\mathrm{H}})} = \frac{0'2 * 0'85}{0'75} = \frac{17}{75}$$

c) Probabilidad de que sea híbrido, sabiendo que es de tipo Suv.

$P\left({}^{H}/_{S}\right) = 0'15, \textit{sale directamente del árbol de probabilidad}.$

d) Probabilidad de que no sea de tipo Van ni tampoco híbrido.

$\textit{Según la ley de Morgan}: P(\bar{V}\cap\bar{H}) = P(\overline{V\cup H}) = 1 - P(V\cup H)$

La probabilidad de la Unión: $P(V\cup H) = P(V) + P(H) - P(V\cap H) = 0'2 + 0'25 - 0'2 * 0'15 = 0'42$

Resultando: $P(\bar{V}\cap\bar{H}) = P(\overline{V\cup H}) = 1 - P(V\cup H)$=1-0’42=0’58

El problema del día

Selectividad C. Valenciana

Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción B, Problema 1

Julio 2019

Matrices y determinantes

El enunciado

Una matriz cuadrada A se dice que es ortogonal si tiene inversa y dicha inversa coincide con su matriz traspuesta. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

a) Calcula el determinante de A.

b) Comprueba que A es una matriz ortogonal.

c) Resuelve el sistema de ecuaciones: $A * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Cálculo del determinante

Para calcular el determinante utilizaremos la regla de Sarrus, pero sacaremos factor común previamente para que los cálculos no sean tan tediosos.

$$A = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} * \frac{1}{3} * \frac{1}{3} * \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{27} * (4 + 4 + 4 + 8 + 8 - 1) = 1$$

Por lo que el valor del determinante es 1.

Por otro lado, al ser el determinante distinto de cero, podemos afirmar que la matriz A tiene inversa.

Demostración

Para que A sea una matriz ortogonal la inversa coincide con la traspuesta, por lo que:

$$Como\ A * A^{-1} = I\ y\ A^{-1} = A^t \rightarrow A * A^t = I$$

Comprobamos la multiplicación:

$$A * A^t = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} * \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} * \frac{1}{3} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Operamos los números y las matrices:

$$A * A^t = \frac{1}{9} * \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Con lo que se demuestra que la matriz A es ortogonal.

Resolución de la ecuación matricial

Para despejar X de la ecuación matricial, hay que multiplicar por la inversa de A en ambos lados. **¡No se pueden dividir matrices entre si!**

Definimos $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Quedando la ecuación matricial de la forma: A*X=B. Y ahora despejamos X:

$A * X = B \rightarrow A^{-1} * A * X = A^{-1} * B \rightarrow I * X = A^{-1} * B \rightarrow \boldsymbol{X = A^{-1} * B}$

Operando:

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$, siendo la solución $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\frac{1}{3}} \\ \boldsymbol{\frac{1}{3}} \\ \boldsymbol{\frac{5}{3}} \end{pmatrix}$

El problema del día

Selectividad C. Valenciana

Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción B, Problema 2

Julio 2019

Análisis de Funciones

El enunciado

Consideremos la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3 & si\ x \leq 1 \\ \frac{ax^2}{x^2+1} & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Calcula el valor de a para que la función sea continua en todo su dominio.

b) Para el valor de a obtenido, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

c) Para el valor de a obtenido, calcula las asíntotas horizontales y verticales, si existen.

d) Calcula: $\int_{-2}^{1} f(x)dx$

Estudio de la continuidad

Se observa que la función es continua en R.

Se estudia la continuidad en x=1 (Punto crítico).

Para que f(x) sea continua en x=1 debe cumplirse que:

$$\mathbf{f(1)}=\lim_{x\to 1} f(x)$$

Calculo:

f(1)=1

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} \quad x^2-3x+3 = 1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{ax^2}{x^2+1} = \dfrac{a}{2} \end{cases}$$

Igualando los límites laterales: $\frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2 \rightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$

Por ello, para a=2 f(1)=$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$

Lo que implica que la función es continua para **a=2**.

Estudio de la monotonía

Como f(x) tiene dos ramas estudiamos la monotonía en cada una de ellas.

Si x≤1→$f_1(x) = x^2 - 3x + 3 \rightarrow f_1'(x) = 2x - 3 \rightarrow 2x - 3 = 0 \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$

La solución de la ecuación no pertenece al dominio, por lo que no la podemos tener en cuenta para el estudio de signos de la derivada.

Si x>1→$f_2(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} \rightarrow f_2'(x) = \frac{4x*(x^2+1)-2x^2*2x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x}{(x^2+1)^2}$

Igualando a cero la derivada: $\frac{4x}{(x^2+1)^2} = 0 \rightarrow 4x = 0 \rightarrow \boldsymbol{x = 0}$

En este caso, tampoco pertenece la solución al dominio de la función.

Por lo tanto ambas ramas de la función son monótonas.

Para estudiar la monotonía se dan valores a las derivadas:

$f_1'(0) = 2*0-3 = -3 < 0 \rightarrow \boldsymbol{f(x)\ es\ decreciente\ si\ x} \in (-\infty, \boldsymbol{1})$

$$f_2'(2) = \frac{4*2}{(2^2+1)^2} = \frac{8}{25} > 0 \rightarrow \boldsymbol{f(x)\ es\ creciente\ si\ x} \in (\boldsymbol{1}, +\infty)$$

Asíntotas

Como f(x) tiene dos ramas estudiamos las asíntotas en cada una de ellas.
Por ser $f_1(x) = x^2 - 3x + 3$ un polinomio, **no presenta asíntotas**.

En cuanto a $f_2(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$, al no anularse su denominador para ningún valor de x que pertenezca a su dominio, **tampoco tiene asíntotas verticales**.

En cuanto a la posible asíntota horizontal, calcularé el límite:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

Por lo tanto, **y=2 es Asíntota horizontal de f(x).**

Cálculo de la integral

En el intervalo [– 2,1] , f(x)=x^2-3x+3. Entonces, haremos la integral sólo en el primer tramo de la función.

$$\int_{-2}^{1} x^2-3x+3\,dx=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+3x\right]_{-2}^{1}$$

Aplicando la regla de Barrow:

$$\int_{-2}^{1} x^2-3x+3\,dx=\left(\frac{1^3}{3}-\frac{3*1^2}{2}+3*1\right)-\left(\frac{(-2)^3}{3}-\frac{3*(-2)^2}{2}+3*(-2)\right)=\frac{33}{2}$$

Por lo tanto la solución será:

$$\int_{-2}^{1} f(x)dx=\mathbf{\frac{33}{2}}=\mathbf{16'5}$$

El problema del día

Selectividad C. Valenciana

Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción B, Problema 3

Julio 2019

Probabilidad

El enunciado

Un estudiante acude a la universidad el 70% de las veces usando su propio vehículo, y el doble de veces en transporte público que andando. Llega tarde el 1% de las veces que acude andando, el 3% de las que lo hace en transporte público y el 6% de las que lo hace con su propio vehículo. Se pide:

a) La probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente.
b) La probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde.
c) La probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente.

Planteamiento del problema

Consideramos los siguientes sucesos:

V=va en vehículo A=va andando T=va en transporte público

Del enunciado del problema se deduce que: P(V)=0´7, P(A)=x y P(T)=2*x

Como la suma de las probabilidades es 1:

P(V)+P(A)+P(T)=0´7+x+2*x=1→x=0’1→P(A)=0’1 y P(T)=0’2.

Con el resto del enunciado, tendremos las probabilidades condicionadas:

Siendo los sucesos **R=Llega con retraso y $\overline{R}$=Llega puntual**

“el 1% de las veces que acude andando llega tarde”→$P\left({}^{R}/_{A}\right) = 0'01$

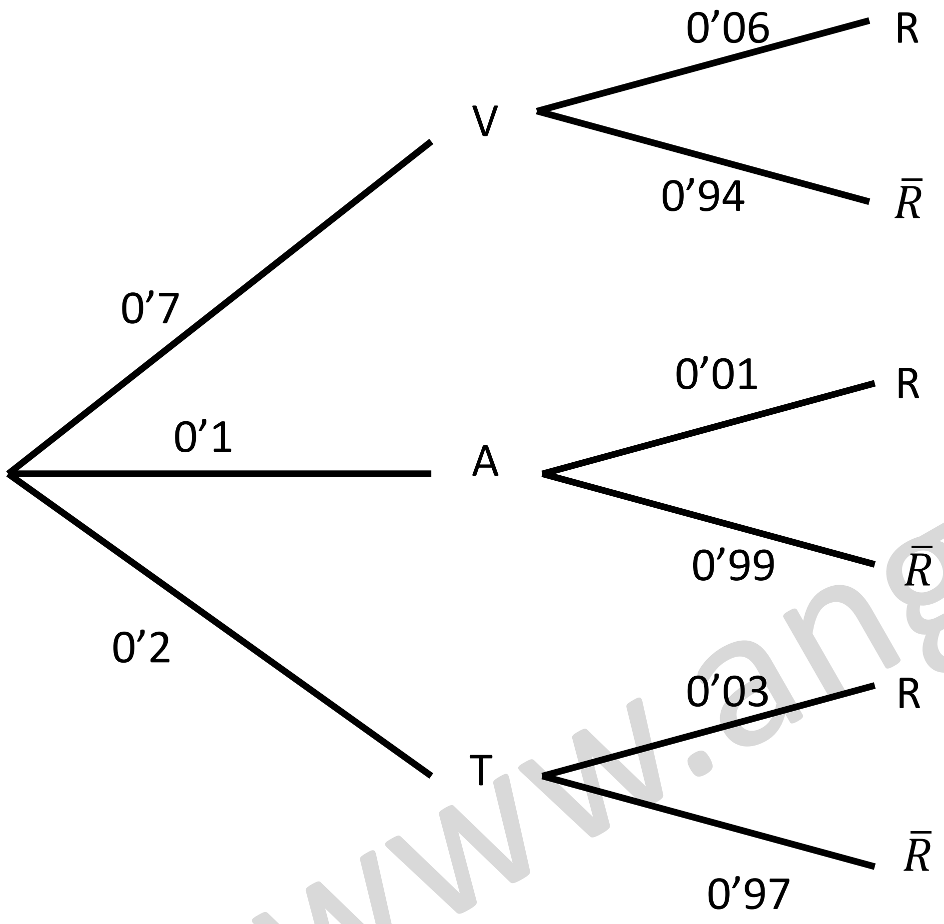
“el 3% de las que lo hace en transporte público”→$P\left({}^{R}/_{T}\right) = 0'03$

“el 6% de las que lo hace con su propio vehículo”→$P\left({}^{R}/_{V}\right) = 0'06$

Con estos datos podemos construir el diagrama de árbol completo.

Diagrama de árbol

El diagrama de árbol será el siguiente.



“el 1% de las veces que acude andando llega tarde”→$P(^{R}/_{A}) = 0'01$

“el 3% de las que lo hace en transporte público”→$P(^{R}/_{T}) = 0'03$

“el 6% de las que lo hace con su propio vehículo”→$P(^{R}/_{V}) = 0'06$

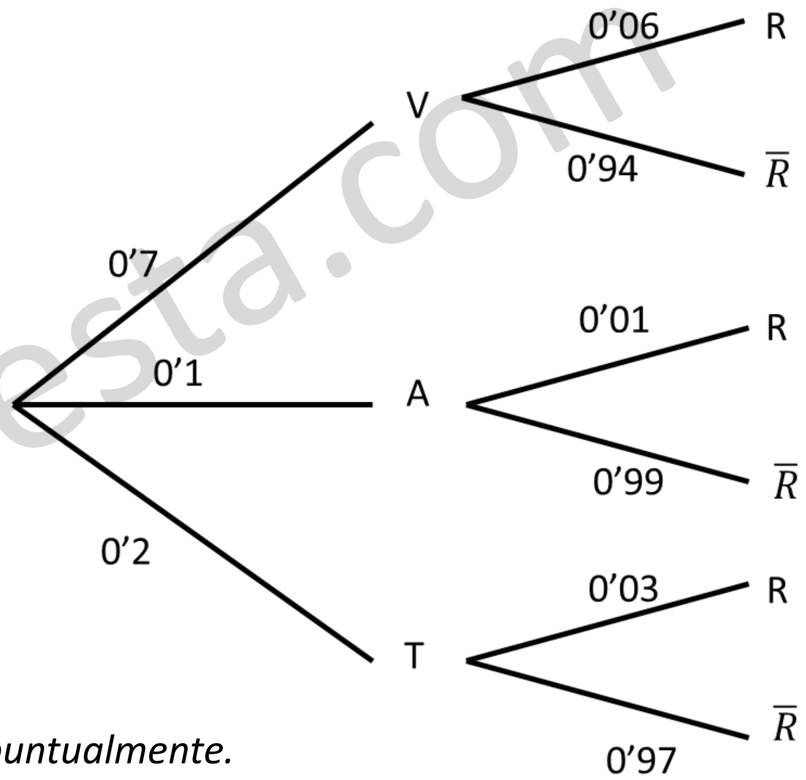
P(V)=0’7
P(A)=0’1
P(T)=0’2

Resolviendo el problema

a) *Probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente.*
Utilizaremos el **teorema de la probabilidad** total para calcular P($\bar{R}$).
Los datos los obtendremos del diagrama de árbol:

$$P(\bar{R}) = P(V) * P\left({}^{\bar{R}}/_{V}\right) + P(A) * P\left({}^{\bar{R}}/_{A}\right) + P(T) * P\left({}^{\bar{R}}/_{T}\right)$$

$$P(\bar{R}) = 0'7 * 0'94 + 0'1 * 0'99 + 0'2 * 0'97 = \mathbf{0'951}$$



b) *Probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde.*
Utilizaremos el **teorema de Bayes** para calcular $P({}^{T}/_{R})$.

$$P({}^{T}/_{R}) = P({}^{T}/_{R}) = \frac{P(T) * P\left({}^{R}/_{T}\right)}{P(R)} = \frac{P(T) * P\left({}^{R}/_{T}\right)}{1 - P(\bar{R})} = \frac{0'2 * 0'03}{1 - 0'951} = \mathbf{0'1224}$$

c) *Probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente.*
Sino ha acudido andando, es porque ha ido en transporte público o en su vehículo:

$$P\left({}^{\bar{A}}/_{\bar{R}}\right) = P\left({}^{V}/_{\bar{R}}\right) + P\left({}^{T}/_{\bar{R}}\right) = \frac{P(V) * P\left({}^{\bar{R}}/_{V}\right)}{P(\bar{R})} + \frac{P(T) * P\left({}^{\bar{R}}/_{T}\right)}{P(\bar{R})} = \frac{0'7 * 0'94}{0'951} + \frac{0'2 * 0'97}{0'951} = \mathbf{0'8959}$$