

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Julio 2020



Problema 1

Problema de programación lineal

Planteamiento

Para fertilizar una parcela de cultivo se utilizan dos tipos de fertilizantes, A y B. El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 120 kilos de nitrógeno y 110 kilos de fósforo. El fertilizante A contiene un 25% de nitrógeno y un 15% de fósforo, siendo su precio de 1,2 euros el kilo, mientras que el fertilizante B contiene un 16% de nitrógeno y un 40% de fósforo y cuesta 1,6 euros el kilo.

- a) ¿Qué cantidad se necesita de cada tipo de fertilizante para que el coste de la fertilización resulte mínimo?
b) ¿Cuál es este coste mínimo?

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

x =cantidad en kg de fertilizante A.
 y =cantidad en kg de fertilizante B.

	Kg de fertilizante	% de Nitrógeno	% de Fósforo	Coste del Kg
A	x	25%	15%	1'2€
B	y	16%	40%	1'6€

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

$$\begin{array}{lll} \text{"El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 120 kilos de nitrógeno"} & \longrightarrow & 0'25x + 0'16y \geq 120 \\ \text{"El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 110 kilos de fósforo"} & \longrightarrow & 0'15x + 0'40y \geq 110 \\ \text{"restricciones triviales"} & \longrightarrow & x \geq 0; y \geq 0 \end{array}$$

La función objetivo está definida por el coste: $z = 1'2x + 1'6y$

Planteamiento

Quedando el planteamiento definitivo así:

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar } z=1'2x+1'6y \\ \text{s. a. } \begin{cases} 0'25x + 0'16y \geq 120 \\ 0'15x + 0'40y \geq 110 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

(a) $0'25x + 0'16y \geq 120$

Expreso la recta: $0'25x + 0'16y = 120$

Se dan valores para representar:

x	y
0	750
480	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$0'25 \cdot 0 + 0'16 \cdot 0 \geq 120 \rightarrow \text{No Cumple}$$

(b) $0'15x + 0'40y \geq 110$

Expreso la recta: $0'15x + 0'40y = 110$

Se dan valores para representar:

x	y
0	275
2200/3	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$0'15 \cdot 0 + 0'40 \cdot 0 \geq 110 \rightarrow \text{No Cumple}$$

Resolución del problema

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$\text{s. a. } \begin{cases} 0'25x + 0'16y \geq 120 \\ 0'15x + 0'40y \geq 110 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

x	y
0	750
480	0

x	y
0	275
733	0

Debemos calcular **el vértice C**, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. **B=(0,750)** y **D=(2200/3,0)**.



Resolución del problema

Para calcular el vértice C, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan.

$$\begin{cases} 0'25x + 0'16y = 120 \\ 0'15x + 0'40y = 110 \end{cases}$$

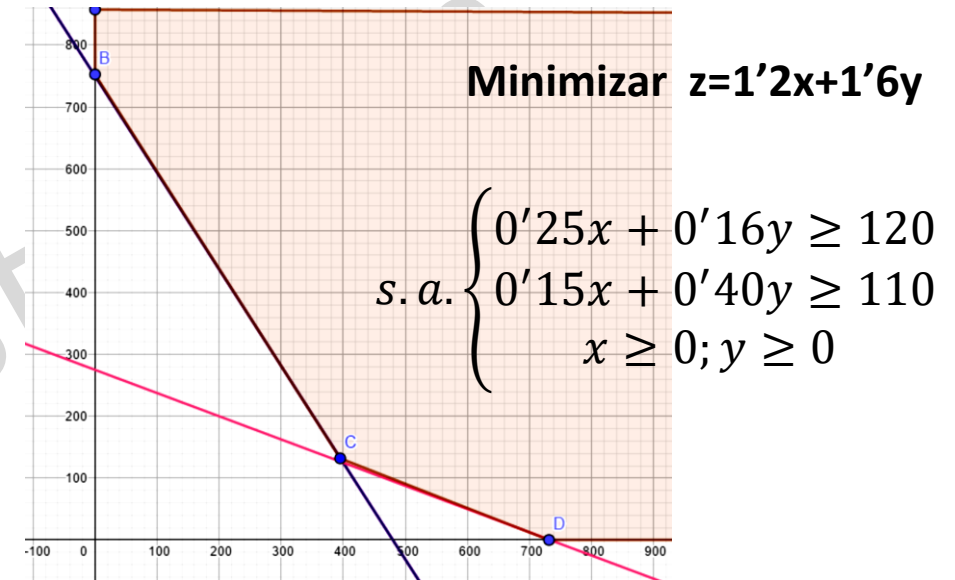
Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 120 & 0'16 \\ 110 & 0'40 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'16 \\ 0'15 & 0'40 \end{vmatrix}} = \frac{30'4}{0'076} = 400 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0'25 & 120 \\ 0'15 & 110 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'16 \\ 0'15 & 0'40 \end{vmatrix}} = \frac{9'5}{0'076} = 125$$

Siendo el vértice **C=(400,125)**.

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z=1'2x+1'6y$
0	750	$1'2 \cdot 0 + 1'6 \cdot 750 = 1200$
400	125	$1'2 \cdot 400 + 1'6 \cdot 125 = 680$ (Mínimo)
$2200/3$	0	$1'2 \cdot 2200/3 + 1'6 \cdot 0 = 880$



Solución

Solución: Para que el coste de la fertilización resulte mínimo se necesitan **400 kg del fertilizante A y 125 kg del B**. Con esta fertilización **el coste será mínimo, y será de 680€**.

x	y	$z=40x+35y$
0	750	$1'2 \cdot 0 + 1'6 \cdot 750 = 1200$
400	125	$1'2 \cdot 400 + 1'6 \cdot 125 = 680$ (Mínimo)
$2200/3$	0	$1'2 \cdot 2200/3 + 1'6 \cdot 0 = 880$