Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS

Julio 2021

Problema 6

Probabilidad

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

PAU Junio 2021

PAU Septiembre 2020

PAU Julio 2020

PAU Julio 2020

PAU Julio 2019

PAU Julio 2019

PAU Junio 2019

PAU Junio 2019

El enunciado

Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población. El único test disponible para detectar la enfermedad tiene una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos (probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad), mientras que la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%. Se pide:

a) La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test.

b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test.

c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto.

d) Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso?

Solución:

Primero asignamos una letra a cada suceso.

E = el habitante está enfermo	$\overline{\mathrm{E}}$ = el habitante no está enfermo
+ = el test da positivo	**–** = el test da negativo

Tomamos datos del enunciado.

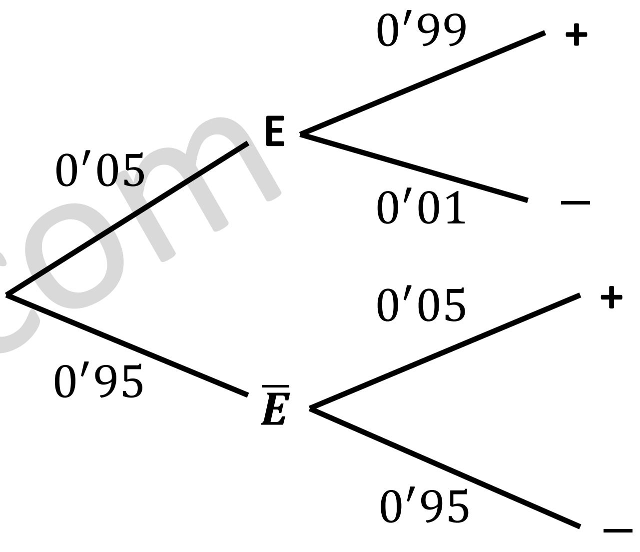
"Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población" → **P(E)=0'05**

"una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos" → **P($+/E$) = 0'99**

"la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%." → **P($-/\overline{E}$) =0'95**

A partir de estos datos, representaremos un diagrama de árbol que muestre todas las posibilidades.

Resolviendo el problema



"Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población" → **P(E)=0'05**

"una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos" → **P(+ /*E*) = 0'99**

"la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%." → **P(– /$\overline{E}$) =0'95**

a) La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test.

Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(E/+) = \frac{P(E \cap +)}{P(+)} = \frac{P(E) \cdot P(+/E)}{P(E) \cdot P(+/E) + P(\overline{E}) \cdot P(+/\overline{E})} = \frac{0'05 \cdot 0'99}{0'05 \cdot 0'99 + 0'95 \cdot 0'05} = \mathbf{0'5103}$$

La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test es **0'5103**.

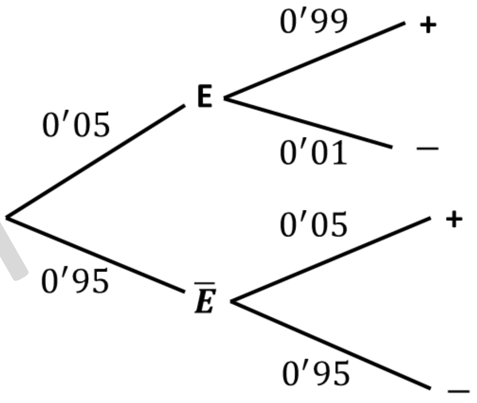
b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test.

Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(\overline{E}/-) = \frac{P(\overline{E} \cap -)}{P(-)} = \frac{P(\overline{E}) \cdot P(-/\overline{E})}{P(E) \cdot P(-/E) + P(\overline{E}) \cdot P(-/\overline{E})} = \frac{0'95 \cdot 0'95}{0'05 \cdot 0'01 + 0'95 \cdot 0'95} = \mathbf{0'9994}$$

La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test es **0'9994**.

Resolviendo el problema



c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto.

$$P(E \cap +) + P(\overline{E} \cap -) = P(E) \cdot P(+/E) + P(\overline{E}) \cdot P(-/\overline{E}) = 0'05 \cdot 0'99 + 0'95 \cdot 0'95 = \mathbf{0'952}$$

La probabilidad de que el test dé el resultado correcto es **0'952**.

d) Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso?

Rehacemos el diagrama de árbol con el dato que ha cambiado.

Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(E/+) = \frac{P(E \cap +)}{P(+)} = \frac{P(E) \cdot P(+/E)}{P(E) \cdot P(+/E) + P(\overline{E}) \cdot P(+/\overline{E})} = \frac{0'01 \cdot 0'99}{0'01 \cdot 0'99 + 0'99 \cdot 0'05} = \mathbf{0'1667}$$

La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test es **0'1667**.