Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS
Julio 2022

Problema 2
Problema de programación lineal

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR

PAU Julio 2021

PAU Julio 2020

PAU Julio 2019

PAU Junio 2019

Problema 2

Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer las dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.

a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo.

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo?

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x=kilos de mezcla A.
y=kilos de mezcla B.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

"Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café…"

Puesto que **x es la cantidad total**, la mitad será de café colombiano (x/2)y la otra mitad de café brasileño (x/2).

"…si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño…"

Puesto que **y es la cantidad total**, la cuarta será de café colombiano (y/4)y resto de café brasileño (3y/4).

	kg	kg café colombiano	kg café brasileño	Ingreso por kg
A	x	x/2	x/2	15
B	y	y/4	3y/4	10

Problema 2

	kg	kg café colombiano	kg café brasileño	Ingreso
A	x	x/2	x/2	15 €
B	y	y/4	3y/4	10 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

"dispone de 100 kilos de café colombiano" $\longrightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{4}\leq 100 \longrightarrow 2x+y\leq 400$

"y de 210 kilos de café brasileño" $\longrightarrow \frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\leq 210 \longrightarrow 2x+3y\leq 840$

"restricciones triviales" $\longrightarrow x\geq 0; y\geq 0$

La función objetivo está definida por el ingreso: $\boldsymbol{z=15x+10y}$

En primer lugar hacemos los cálculos para representar gráficamente las inecuaciones.

$(\boldsymbol{a})\ 2x+y\leq 400$

Expreso la recta: $2x+y=400$

Se dan valores para representar:

x	y
0	400
200	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\boldsymbol{2\cdot 0+0\leq 400}$ → **Si Cumple**

$(\boldsymbol{b})\ 2x+3y\leq 840$

Expreso la recta: $2x+3y=840$

Se dan valores para representar:

x	y
0	280
420	0

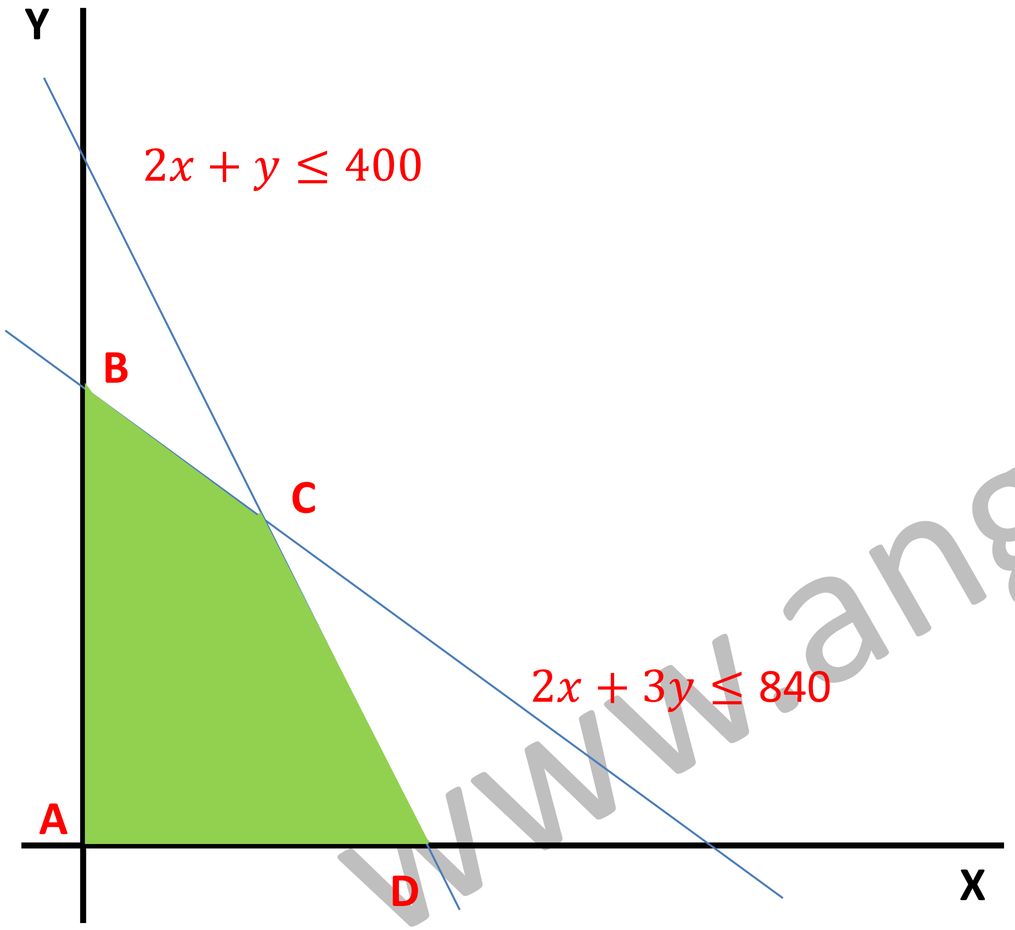
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\boldsymbol{2\cdot 0+3\cdot 0\leq 840}$ → **Si Cumple**

Problema 2

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s.a.\begin{cases} 2x+y\leq 400 \\ 2x+3y\leq 840 \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{cases}$$



$2x+y=400$

x	y
0	400
200	0

$2x+3y=480$

x	y
0	280
420	0

$$\mathbf{2\cdot 0+0\leq 400}\ \ (\mathbf{0},\mathbf{0})\in\{2x+y\leq 400\}$$

$$\mathbf{2\cdot 0+3\cdot 0\leq 840}\ \ (\mathbf{0},\mathbf{0})\in\{2x+3y\leq 840\}$$

Problema 2

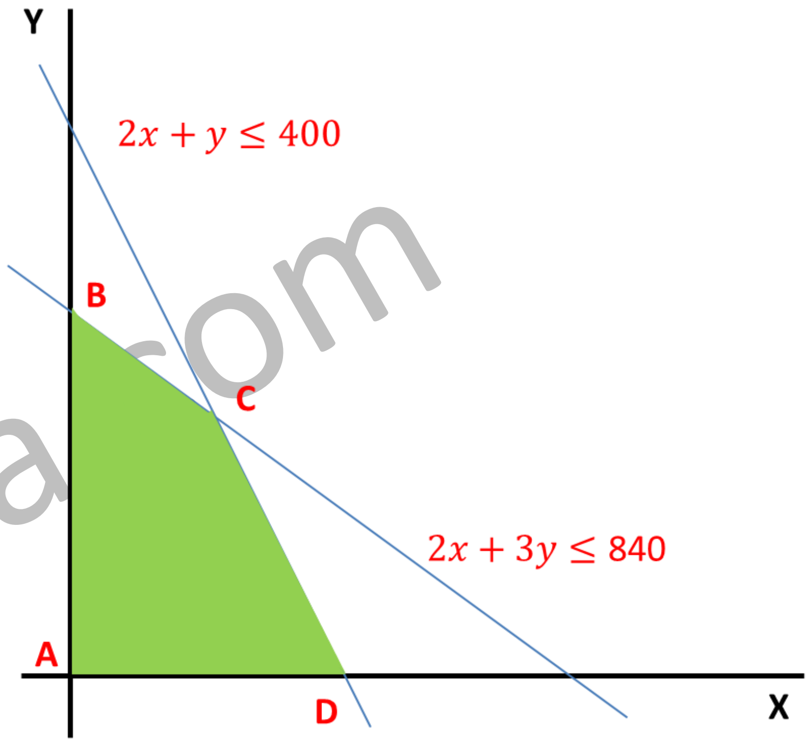
Para calcular el vértice C, se deben resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que dan lugar a dicho vértice. Los vértices A,B y D, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas.

Vértice C: $\begin{cases} 2x + y = 400 \\ 2x + 3y = 840 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 400 & 1 \\ 840 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{360}{4} = 90 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 400 \\ 2 & 840 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{880}{4} = 220$$

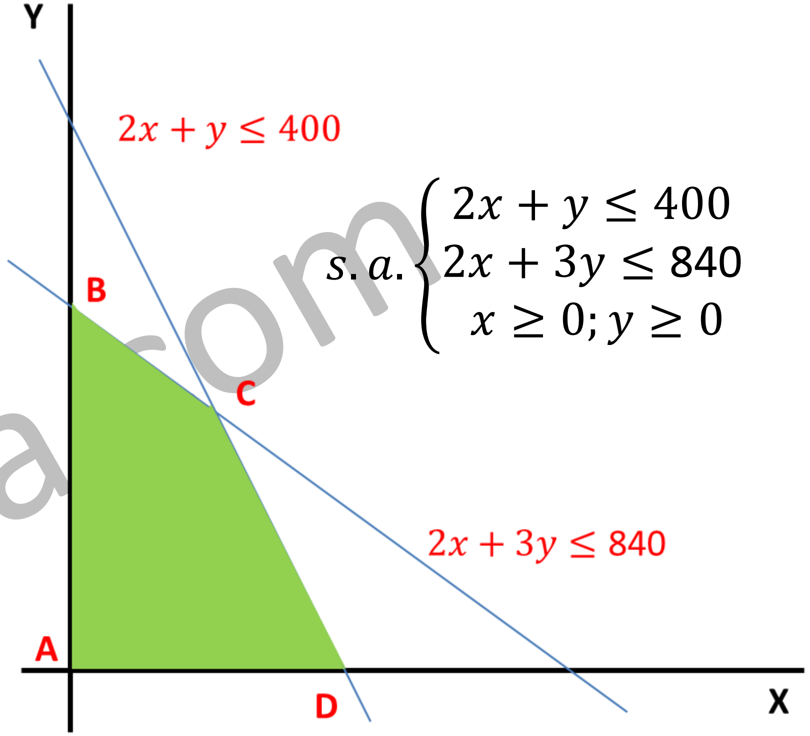
Las coordenadas del vértice C son: $\boldsymbol{C = (90, 220)}$



Problema 2

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	z=15x+10y
0	**0**	15·0+10·0=0
0	**280**	15·0+10·280=2800
90	**220**	15·90+10·220=3550 **(máximo)**
200	**0**	15·200+10·0=3000.



$$s.a.\begin{cases}2x+y\leq 400\\2x+3y\leq 840\\x\geq 0;y\geq 0\end{cases}$$

Problema 2

Solución: se debe producir **90 kg de la mezcla A (50% de cada tipo de café) y 220 kg de café de la mezcla B (25% de café colombiano y 75% de café brasileño).** Con está combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio máximo será de **3550 euros**.

x	y	z=15x+10y
0	**0**	15·0+10·0=0
0	**280**	15·0+10·280=2800
90	**220**	15·90+10·220=3550 **(máximo)**
200	**0**	15·200+10·0=3000.