

# Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Julio 2023



[www.angelcuesta.com](http://www.angelcuesta.com)

## Problema 4

### Análisis de una función a trozos

# Problema 4

El consumo de energía (en MWh) en una empresa metalúrgica a las  $x$  horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

- Estudia la continuidad de esta función en el intervalo  $[0,24]$ .
- Determina a qué horas del día el consumo alcanza sus valores máximo y mínimo. ¿Cuáles son dichos valores?
- Planteando la integral adecuada, calcula el consumo que se realiza entre las 8 de la mañana y las 10 de la mañana.

**Solución:** Los tres trozos de la función son polinómicos, por ello podemos afirmar que el dominio de  $f(x)$  es  $x \in [0,24]$ . Por ello, para estudiar la continuidad de la función, basta con estudiar la continuidad en los puntos críticos:  $x = 6$  y  $x = 18$ .

Calculo la imagen de  $f(x)$  en  $x=6$  y el valor del límite de la función para dicho valor.

$$f(6) = 2 \cdot 6 + 14 = 26$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} 2x + 14 = 26$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} -x^2 + 24x - 82 = -(6)^2 + 24 \cdot 6 - 82 = 26$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 26$$

Puesto que:  $f(6) = \lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 26$

**$f(x)$  es continua en  $x = 6$ .**

# Problema 4

El consumo de energía (en MWh) en una empresa metalúrgica a las  $x$  horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo  $[0,24]$ .

Calculo la imagen de  $f(x)$  en  $x=18$  y el valor del límite de la función para dicho valor.

$$f(18) = -18^2 + 24 \cdot 18 - 82 = 26$$

$$\lim_{x \rightarrow 18^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 18^-} -x^2 + 24x - 82 = -18^2 + 24 \cdot 18 - 82 = 26$$

$$\lim_{x \rightarrow 18^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 18^+} -x + 34 = -18 + 34 = 16$$

}  $\longrightarrow$  No existe  $\lim_{x \rightarrow 18} f(x)$

Por lo tanto:  **$f(x)$  no es continua en  $x = 6$ . Presenta una discontinuidad inevitable de salto finito en dicho valor.**

# Problema 4

El consumo de energía (en MWh) en una empresa metalúrgica a las  $x$  horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

**b) Determina a qué horas del día el consumo alcanza sus valores máximo y mínimo. ¿Cuáles son dichos valores?**

Al ser la función discontinua en  $x=18$ , debemos ser cuidadosos en este ejercicio, ya que no bastaría hacer un estudio de signos de la derivada para resolver el ejercicio. Vale la pena hacer una representación gráfica para resolver el ejercicio, pues la función tiene trozos sencillos de representar.

Se calcula el vértice de la función cuadrática y se comprueba si pertenece a su intervalo de definición.

$$f_2(x) = -x^2 + 24x - 82 \longrightarrow f_2'(x) = -2x + 24 \longrightarrow -2x + 24 = 0 \longrightarrow x = 12$$

Se sabe que en dicho valor de  $x$ , la función cuadrática presenta un máximo relativo, por ser el coeficiente numérico del término cuadrático negativo. También observamos que  $x = 12 \in [6,18]$

Se dan valores a cada uno de los trozos.

$$f_1(x) = 2x + 14$$

x	y
0	14
6	26

$$f_2(x) = -x^2 + 24x - 82$$

x	y
12	62
6	26
18	26

$$f_3(x) = -x + 34$$

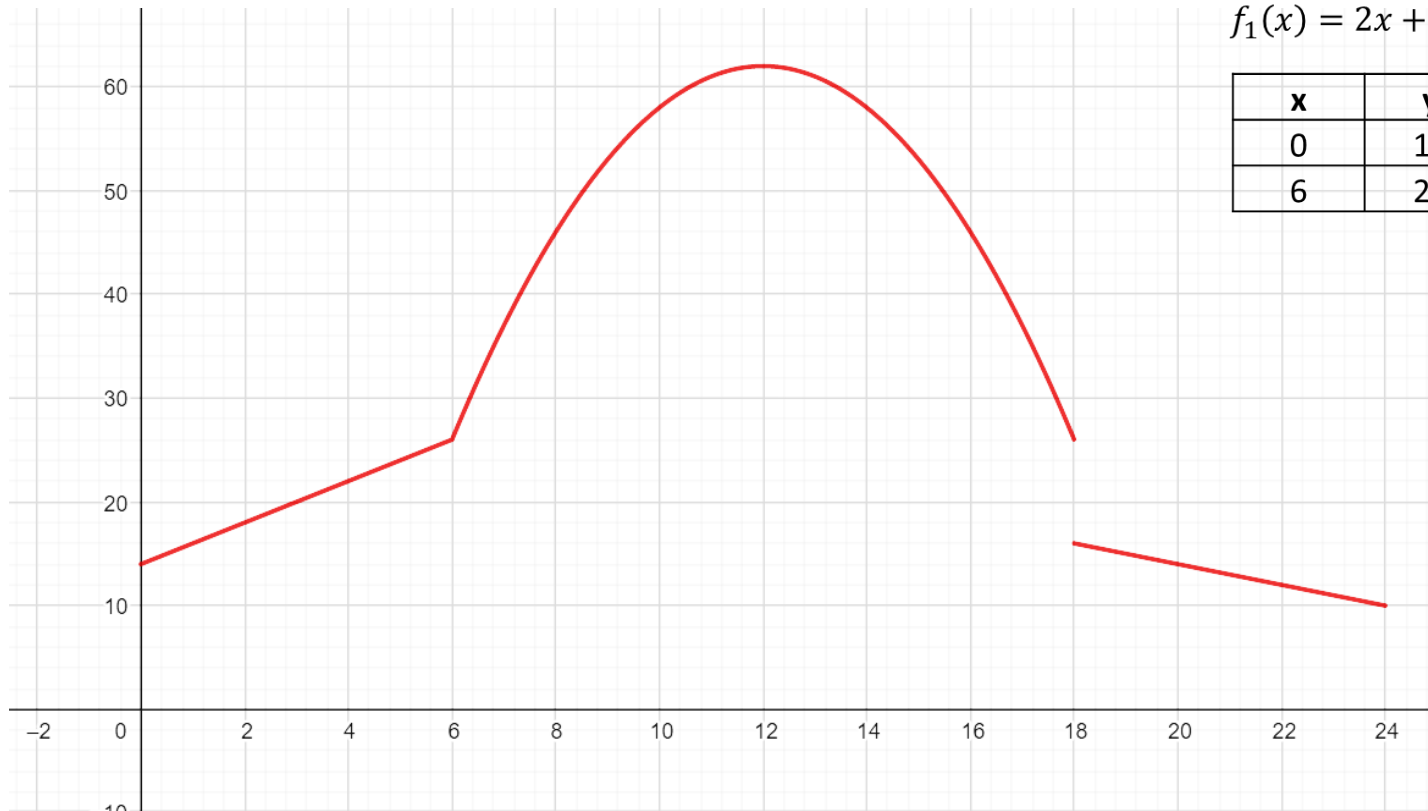
x	y
18	16
24	10

# Problema 4

El consumo de energía (en MWh) en una empresa metalúrgica a las  $x$  horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

b) Determina a qué horas del día el consumo alcanza sus valores máximo y mínimo. ¿Cuáles son dichos valores?



$$f_1(x) = 2x + 14$$

x	y
0	14
6	26

$$f_2(x) = -x^2 + 24x - 82$$

x	y
12	62
6	26
18	26

$$f_3(x) = -x + 34$$

x	y
18	16
24	10

**Solución:** el consumo máximo se alcanza a las **12h** y es de **62 MWh** y el consumo mínimo se alcanza a las **24h** y es de **10 MWh**.

# Problema 4

El consumo de energía (en MWh) en una empresa metalúrgica a las  $x$  horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 14, & \text{si } x \in [0,6] \\ -x^2 + 24x - 82, & \text{si } x \in ]6,18] \\ -x + 34, & \text{si } x \in ]18,24] \end{cases}$$

c) Planteando la integral adecuada, calcula el consumo que se realiza entre las 8 de la mañana y las 10 de la mañana.

Entre las 8 y las diez de la mañana la definición de  $f(x)$   $f_2(x) = -x^2 + 24x - 82$

El consumo que se realiza entre esas horas es la suma infinitesimal del consumo de energía en cada instante de tiempo, por ello, el consumo lo obtendremos mediante la siguiente integral definida:

$$C = \int_8^{10} (-x^2 + 24x - 82) dx = \left[ \frac{-x^3}{3} + 24 \cdot \frac{x^2}{2} - 82x \right]_8^{10} = \left( \frac{-10^3}{3} + 24 \cdot \frac{10^2}{2} - 82 \cdot 10 \right) - \left( \frac{-8^3}{3} + 24 \cdot \frac{8^2}{2} - 82 \cdot 8 \right)$$

$$C = \frac{140}{3} - \left( \frac{-176}{3} \right) = \frac{316}{3} \approx 105,33$$

Solución: El consumo que se realiza entre las 8 de la mañana y las 10 de la mañana es de **105,33 MWh**. Expreso el número en forma decimal porque el contador de la luz así lo expresa. (Podéis mirarlo en una factura de la compañía eléctrica).

Ojo, a continuación,  
se pone una  
diapositiva con la  
gráfica del área.

# Problema 4

Con fines pedagógicos se muestra el área calculada.

