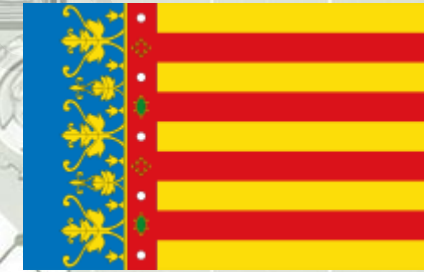


PAU Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS Julio 2024



Problema 1

Programación lineal

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Julio 2021



PAU Julio 2020



PAU Julio 2019



PAU Junio 2019



PROBLEMA 1

Una fábrica vende diariamente dos modelos de bolígrafos de color verde. El modelo sencillo requiere una unidad de tinta y otra de plástico para su fabricación, el más sofisticado requiere una unidad de tinta y una y media de plástico. Dispone de 2 500 unidades de tinta y de 3 000 de plástico, y además se sabe que no se pueden fabricar más de 2 000 unidades de bolígrafos sencillos. Por cada bolígrafo sencillo la empresa gana 0,5 euros y por cada uno de los sofisticados 0,7 euros.

a) ¿Cuántas unidades de cada tipo debe producir para maximizar las ganancias?

b) ¿A cuánto ascienden estas ganancias máximas?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

x =número de bolígrafos del modelo sencillo.

y =número de bolígrafos del modelo sofisticado.

		Uds de tinta	Uds de plástico	Beneficio
número de bolígrafos del modelo sencillo	x	x	x	$0,5x$ (€)
número de bolígrafos del modelo sofisticado	y	y	$1,5y$	$0,7y$ (€)

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

PROBLEMA 1

		Uds de tinta	Uds de plástico	Beneficio
número de bolígrafos del modelo sencillo	x	x	x	0,5x (€)
número de bolígrafos del modelo sofisticado	y	y	1,5y	0,7y (€)

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

“Dispone de 2 500 unidades de tinta”	→	$x + y \leq 2500$
“...y de 3 000 de plástico”	→	$x + 1,5y \leq 3000$
“no se pueden fabricar más de 2 000 unidades de bolígrafos sencillos”	→	$x \leq 2000$
“restricciones triviales”	→	$x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el beneficio: $z = 0,5x + 0,7y$

PROBLEMA 1

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Maximizar : $z = 0,5x + 0,7y$

$$\text{s. a.} \begin{cases} x + y \leq 2500 \\ x + 1,5y \leq 3000 \\ x \leq 2000 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $x + y \leq 2500$

Expreso la recta: $x + y = 2500$

Se dan valores para representar:

x	y
0	2500
2500	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$0 + 0 \leq 2500 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{x + y \leq 2500\}$

(b) $x + 1,5y \leq 3000$

Expreso la recta: $x + 1,5y = 3000$

Se dan valores para representar:

x	y
0	2000
3000	0

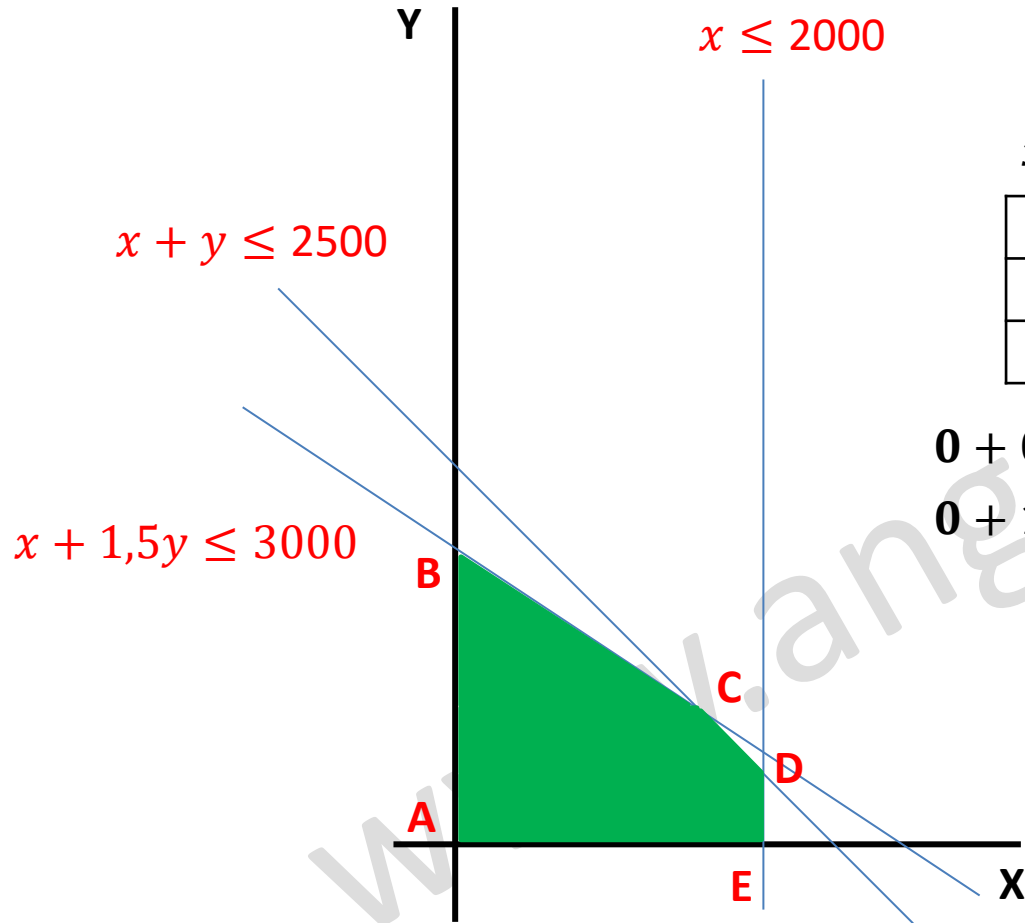
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$0 + 1,5 \cdot 0 \leq 3000 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{x + 1,5y \leq 3000\}$

PROBLEMA 1

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s. a. \begin{cases} x + y \leq 2500 \\ x + 1,5y \leq 3000 \\ x \leq 2000 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$x + y = 2500$$

x	y
0	2500
2500	0

$$x + 1,5y = 3000$$

x	y
0	2000
3000	0

$$0 + 0 \leq 2500; (0, 0) \in \{x + y \leq 2500\}$$

$$0 + 1,5 \cdot 0 \leq 3000; (0, 0) \in \{x + 1,5y \leq 3000\}$$

PROBLEMA 1

Para calcular las coordenadas de los vértices C y D, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A, B y E, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas.

Vértice C:
$$\begin{cases} x + y = 2500 \\ x + 1,5y = 3000 \end{cases}$$

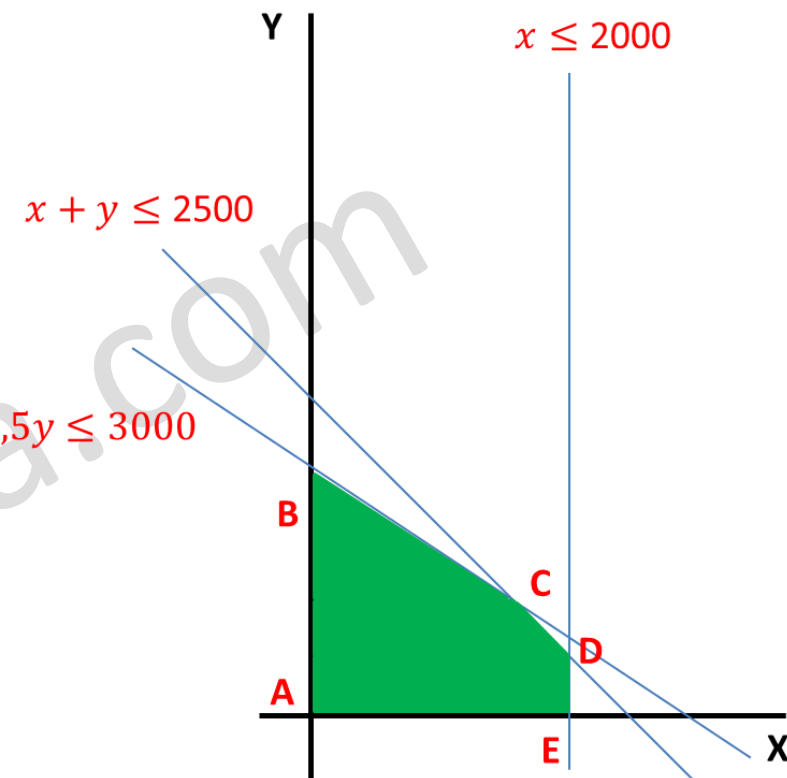
Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2500 & 1 \\ 3000 & 1,5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1,5 \end{vmatrix}} = \frac{750}{0,5} = 1500 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2500 \\ 1 & 3000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1,5 \end{vmatrix}} = \frac{500}{0,5} = 1000$$

Las coordenadas del vértice C son: **C = (1500, 1000)**

Vértice D:
$$\begin{cases} x + y = 2500 \\ x = 2000 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = 2000 \\ y = 500 \end{cases}$$

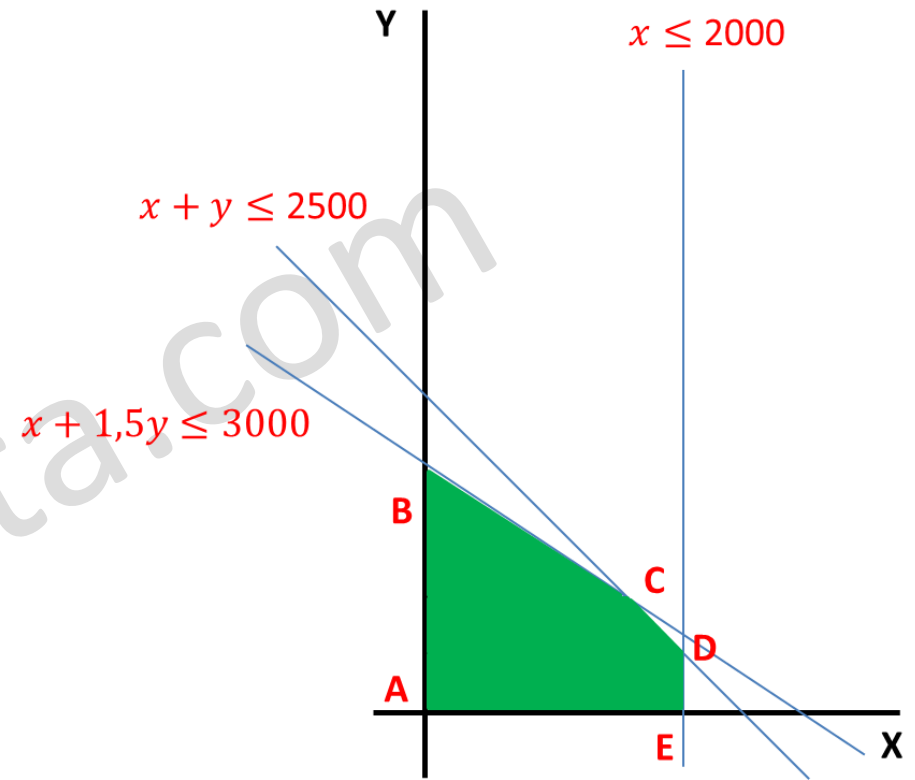
Las coordenadas del vértice D son: **D = (2000, 500)**



PROBLEMA 1

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 0,5x + 0,7y$
0	0	$0,5 \cdot 0 + 0,7 \cdot 0 = 0$
0	2000	$0,5 \cdot 0 + 0,7 \cdot 2000 = 1400$
1500	1000	$0,5 \cdot 1500 + 0,7 \cdot 1000 = 1450$ (máximo).
2000	500	$0,5 \cdot 2000 + 0,7 \cdot 500 = 1350$
2000	0	$0,5 \cdot 2000 + 0,7 \cdot 0 = 1000$



PROBLEMA 1

Solución: debe producir **1500 bolígrafos sencillos y 1000 bolígrafos sofisticados**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio (máximo) será de **1450 euros**.

x	y	$z = 0,5x + 0,7y$
0	0	$0,5 \cdot 0 + 0,7 \cdot 0 = 0$
0	2000	$0,5 \cdot 0 + 0,7 \cdot 2000 = 1400$
1500	1000	$0,5 \cdot 1500 + 0,7 \cdot 1000 = 1450$ (máximo).
2000	500	$0,5 \cdot 2000 + 0,7 \cdot 500 = 1350$
2000	0	$0,5 \cdot 2000 + 0,7 \cdot 0 = 1000$