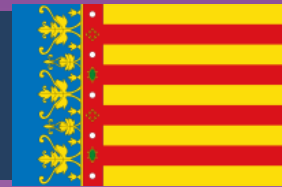




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2A

JULIO 2025-reserva

Análisis de funciones

©Ángel Cuesta Arza



Problema 2. A. El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo t (en años) según la función $B(t) = -t^2 + 12t - 11$, para t entre 2 y 9.

- a) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor?
(0,75 puntos)
- b) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor?
(0,75 puntos)
- c) ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros?
(1,25 puntos)
- d) Calcula la siguiente integral:
(0,75 puntos)

$$\int_3^8 B(t) dt$$

WWW.C

Problema 2A

Problema 2. A. El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo t (en años) según la función $B(t) = -t^2 + 12t - 11$, para t entre 2 y 9.

a) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor?

Al ser una función cuadrática que tiene un coeficiente negativo en su término cuadrático, el máximo de la función se alcanza en su vértice. En 4º de ESO se obtendría con la fórmula del vértice, pero en bachillerato se hará la derivada y se igualará a cero.

$$B'(t) = -2t + 12 \longrightarrow -2t + 12 = 0 \longrightarrow t = 6 \in [2,9]$$

Se comprueba que en $t = 6$ la función alcanza un máximo utilizando el criterio de la segunda derivada.

$$B''(t) = -2 \longrightarrow B''(6) = -2 < 0 \rightarrow B(t) \text{ alcanza su valor máximo en } t = 6$$

Se calcula el valor de la empresa para ese tiempo.

$$B(6) = -6^2 + 12 \cdot 6 - 11 = -36 + 72 - 11 = 25$$

La máxima valoración de la empresa se alcanza a los **6 años** y es de **25 millones de euros**.

Problema 2A

Problema 2. A. El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo t (en años) según la función $B(t) = -t^2 + 12t - 11$, para t entre 2 y 9.

b) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor?

Al ser una función cuadrática que tiene un coeficiente negativo en su término cuadrático el mínimo de la función se alcanza en uno de los extremos del intervalo definido por su dominio.

Se evalúa el valor de la función en $t = 2$ y $t = 9$.

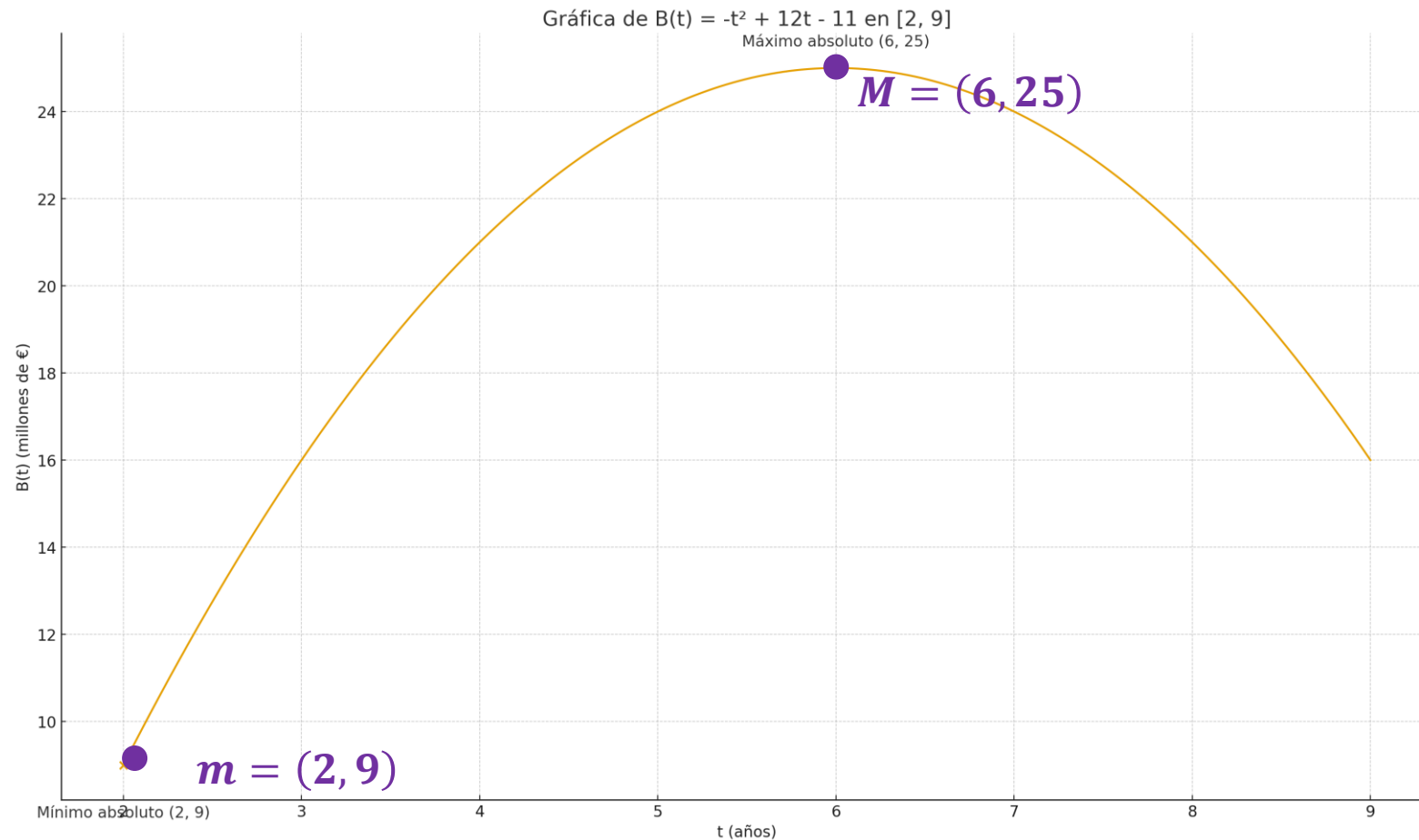
$$B(2) = -2^2 + 12 \cdot 2 - 11 = -4 + 24 - 11 = 9$$

$$B(9) = -9^2 + 12 \cdot 9 - 11 = -81 + 108 - 11 = 16$$

La mínima valoración de la empresa se alcanza a los 2 años y es de 9 millones de euros .
--

Se ilustra a continuación con una gráfica la situación propuesta en el ejercicio.

En esta gráfica puedes comprobar donde se encuentran el máximo y el mínimo absoluto. Se ha representado la función que proporciona la valoración de la empresa (en millones de euros) entre los 2 y los 9 años.



c) ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros?

En este caso se resuelve la inecuación correspondiente. También se puede resolver el ejercicio mediante una ecuación conociendo la forma de la función cuadrática.

$$B(t) > 24 \rightarrow -t^2 + 12 \cdot t - 11 > 24 \longrightarrow -t^2 + 12 \cdot t - 35 > 0$$

Se resuelve la inecuación de segundo grado. Para ello necesito resolver en primer lugar la ecuación de segundo grado.

$$-t^2 + 12 \cdot t - 35 = 0 \longrightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-35)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 140}}{-2} = \frac{-12 \pm 2}{-2} \longrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 7 \end{cases}$$

Se hace un estudio de signos, teniendo en cuenta que $t \in [2,9]$.

t	2	NO	5	SI	7	NO	9
$-t^2 + 12 \cdot t - 35$		—		+		—	

$$t = 3; \quad -3^2 + 12 \cdot 3 - 35 = -8 < 0$$

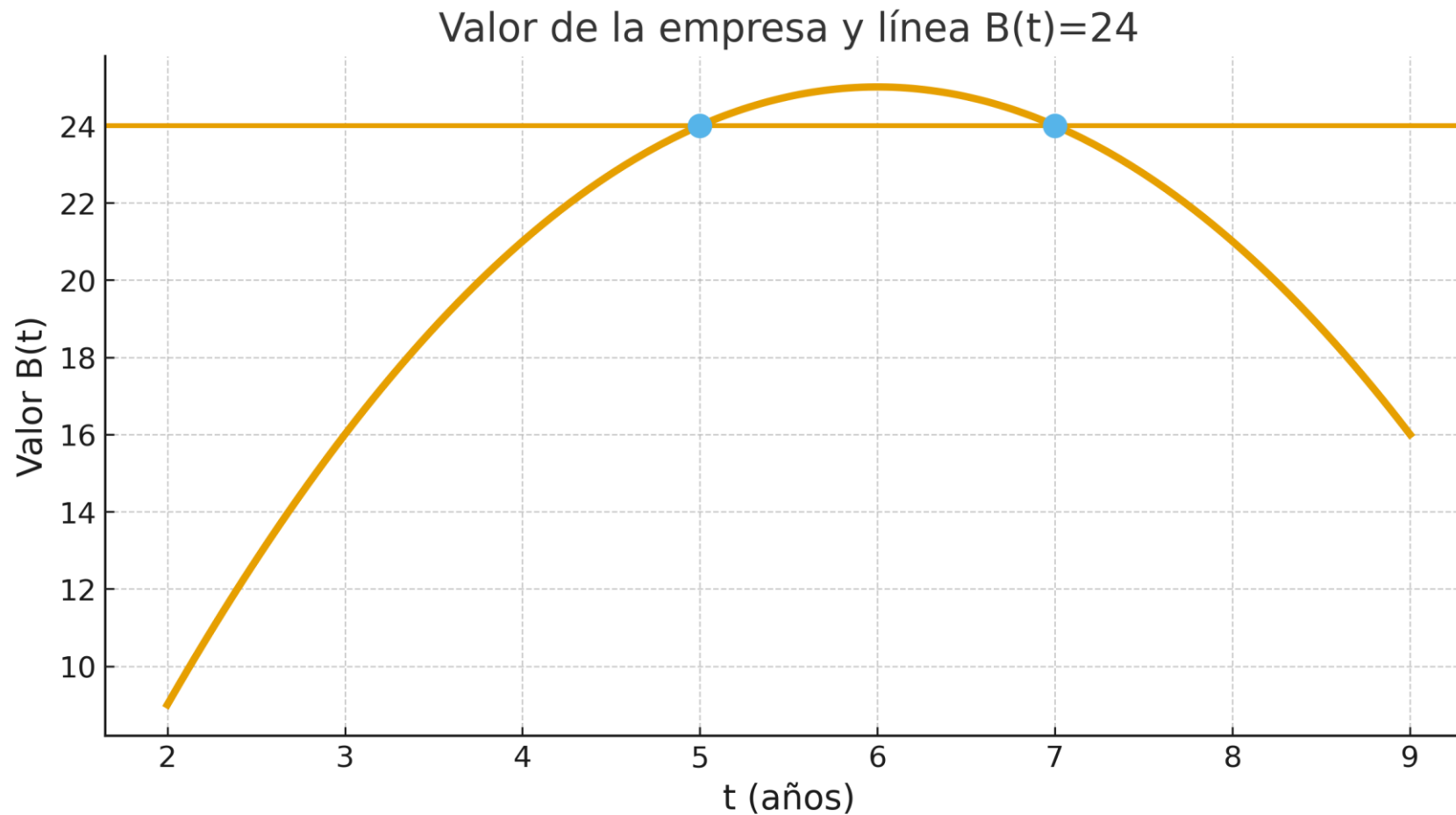
$$t = 6; \quad -6^2 + 12 \cdot 6 - 35 = 1 > 0$$

$$t = 8; \quad -8^2 + 12 \cdot 8 - 35 = -3 < 0$$

El valor de la empresa es superior a 24 millones de euros si $t \in (5, 7)$

Se ilustra a continuación con una gráfica la situación propuesta en el ejercicio.

Es fácil comprobar que el intervalo pedido se podría haber obtenido encontrando los puntos de corte de la función de valoración de la empresa y la recta que define la valoración igual a 24 millones.



Problema 2A

d) Calcula la siguiente integral:

$$\int_3^8 B(t) dt$$

Se calcula la función primitiva y se aplica la regla de Barrow.

$$\int_3^8 B(t) dt = \int_3^8 (-t^2 + 12 \cdot t - 11) dt = \left[-\frac{t^3}{3} + 12 \cdot \frac{t^2}{2} - 11 \cdot t \right]_3^8$$

$$\int_3^8 B(t) dt = \left(-\frac{8^3}{3} + 12 \cdot \frac{8^2}{2} - 11 \cdot 8 \right) - \left(-\frac{3^3}{3} - 12 \cdot \frac{3^2}{2} - 11 \cdot 3 \right) = \frac{376}{3} - 12 = \frac{340}{3}$$

El valor de la integral definida es **340/3**.

NOTA: el valor de esta integral definida se utiliza en economía para obtener la valoración media de una empresa a lo largo de los años. Para ello se utiliza la fórmula:

$$V = \frac{1}{8-3} \cdot \int_a^b B(t) dt = \frac{1}{8-3} \cdot \int_3^8 B(t) dt = \frac{68}{3} \approx 22,67 \text{ millones de euros}$$