



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JULIO 2025-reserva

Probabilidad

©Angel Cuesta Arza



VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



Curso de repaso de
probabilidad básica



Álgebra de conjuntos.
Fórmulas de la probabilidad.



Teorema de la probabilidad
total y teorema de Bayes



Problema 3

Una empresa de mantenimiento de automóviles evalúa los coches haciéndoles dos controles; si los dos salen negativos entonces el coche se califica como no adecuado y si los dos salen positivos entonces se califica como adecuado. Sin embargo, si uno de los controles sale positivo y el otro negativo, entonces se le hace un tercer control; si este sale positivo la calificación es de coche adecuado, y en caso contrario la calificación es de no adecuado. Se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8 y que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control. Seleccionamos al azar un coche de esta marca para su evaluación.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado?
- b) Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control?
- c) Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado?

Solución: Se definen los sucesos: $PC1=\{\text{El coche pasa el control 1}\}$ $A=\{\text{El coche es considerado adecuado}\}$
 $PC2=\{\text{El coche pasa el control 2}\}$
 $PC3=\{\text{El coche pasa el control 3}\}$

Se construye un diagrama de árbol para plantear el problema.

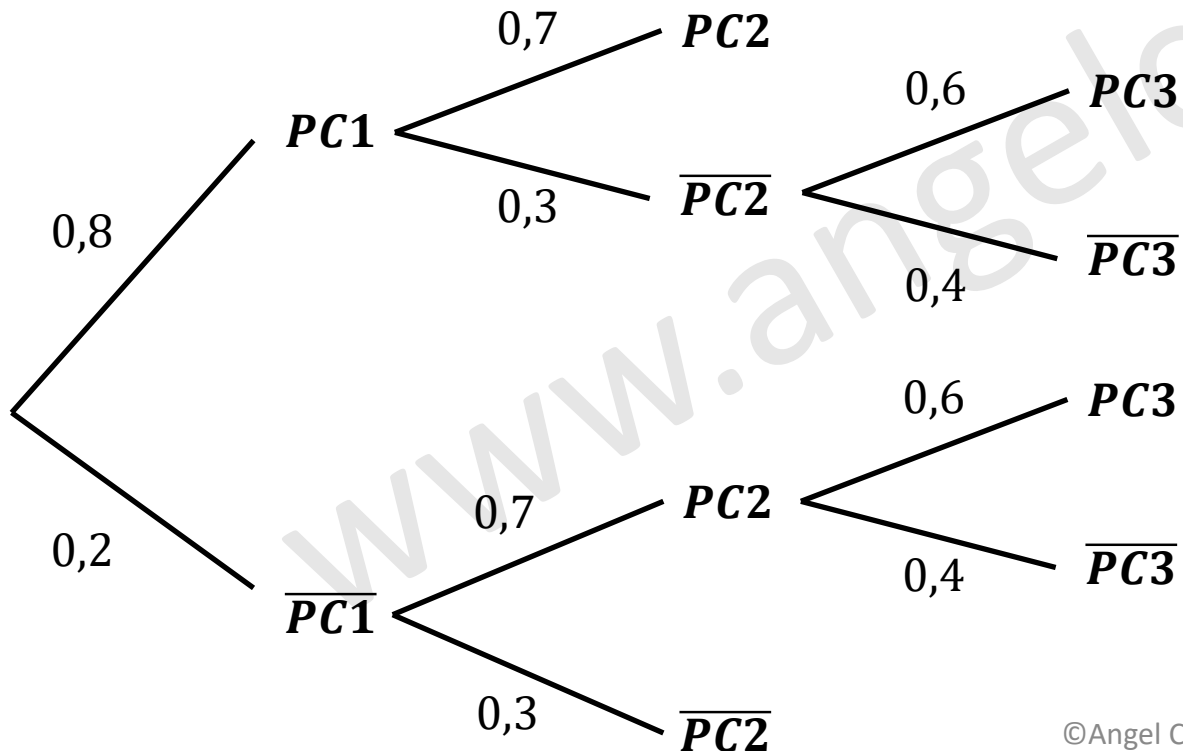
Tomamos datos del enunciado.

“Se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8” $\longrightarrow P(PC1) = 0,8; P(\overline{PC1}) = 0,2$

“que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control” $\longrightarrow P(PC2/PC1) = 0,7; P(PC2/\overline{PC1}) = 0,7$

“si uno de los controles sale positivo y el otro negativo” $\longrightarrow P(PC3/PC1 \cap \overline{PC2}) = 0,6; P(PC3/\overline{PC1} \cap PC2) = 0,6$

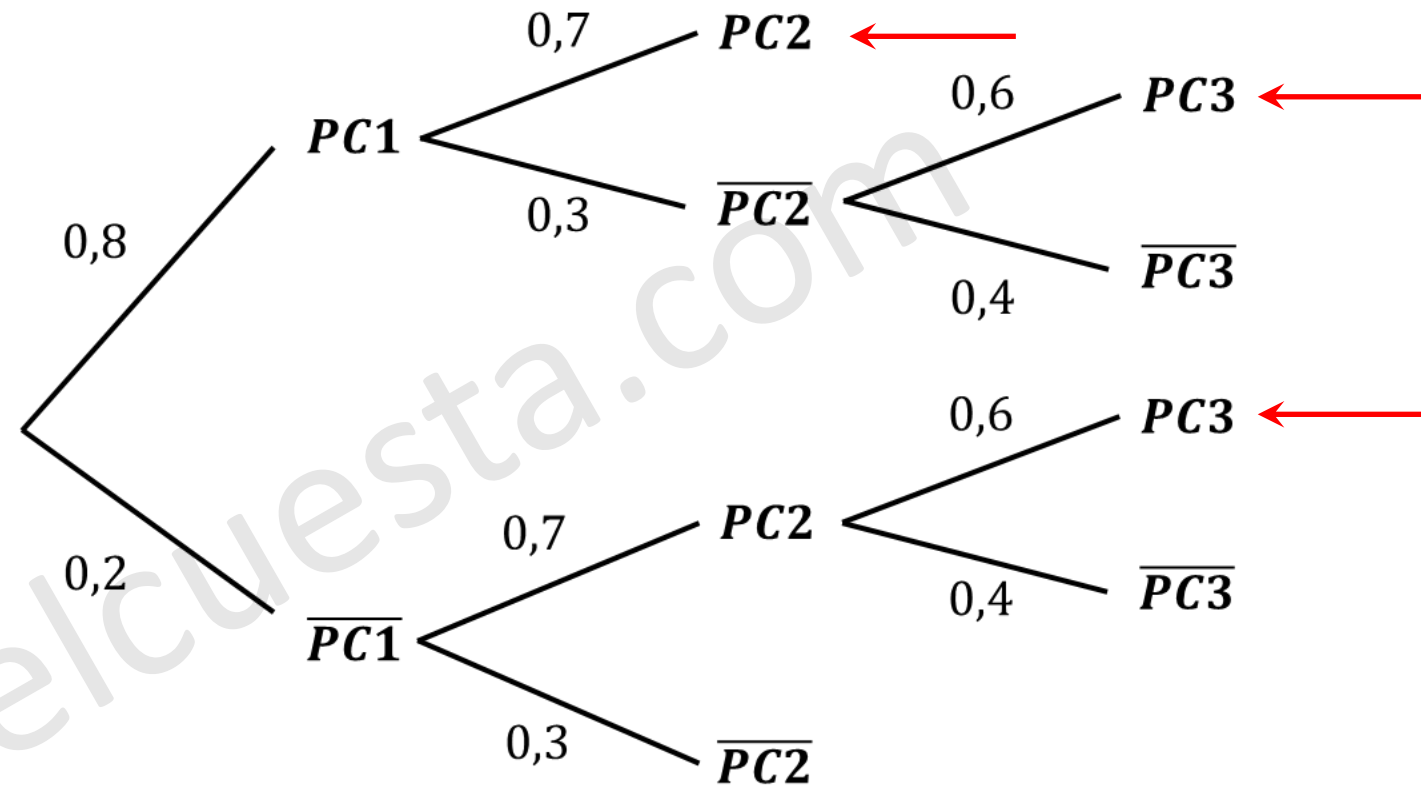
A partir de estos datos, representaremos un diagrama de árbol que muestre todas las posibilidades.



a) ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado?

“... si los dos salen positivos entonces se califica como adecuado. Sin embargo, si uno de los controles sale positivo y el otro negativo, entonces se le hace un tercer control; si este sale positivo la calificación es de coche adecuado ...”

Se calcula la probabilidad pedida sumando las probabilidades de las 3 ramas que cumplen la condición de que el coche sea calificado como adecuado.



$$P(A) = P(PC1) \cdot P(PC2/PC1) + P(PC1) \cdot P(\overline{PC2}/PC1) \cdot P(PC3/PC1 \cap \overline{PC2}) + P(PC1) \cdot P(\overline{PC2}/PC1) \cdot P(PC3/\overline{PC1} \cap PC2)$$

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = \mathbf{0,788}$$

La probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado es **0,788 (78,8 %)**.

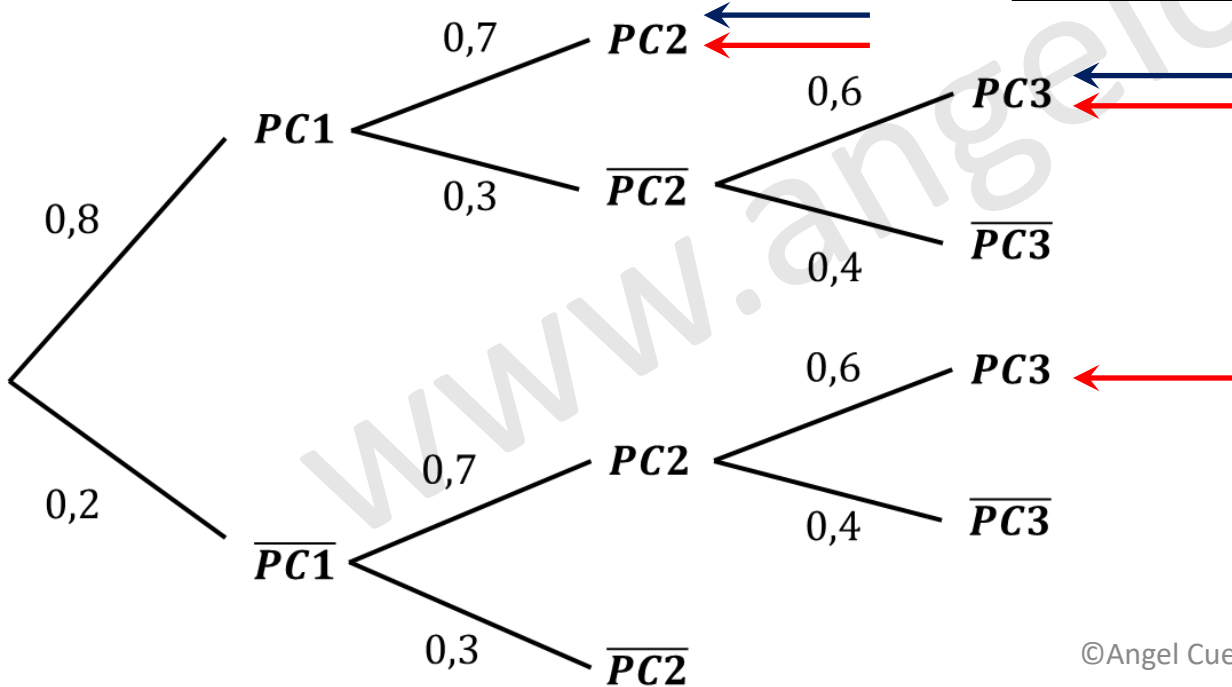
b) Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control?

Se aplica el teorema de Bayes.

$$P(PC1/A) = \frac{P(PC1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(PC1) \cdot P(PC2/PC1) + P(PC1) \cdot P(\overline{PC2}/PC1) \cdot P(PC3/PC1 \cap \overline{PC2})}{P(A)}$$

$$P(PC1/A) = \frac{0,8 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6}{0,788} = \mathbf{0,8934}$$

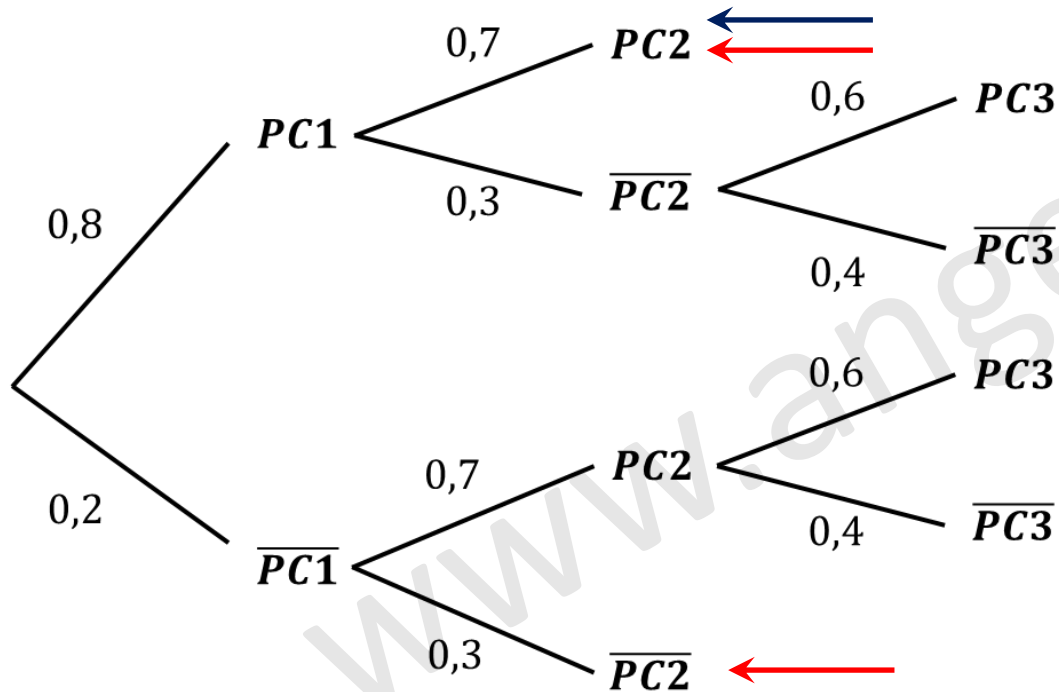
Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, la probabilidad de que haya pasado el primer control es **0,8934 (89,34 %)**.



c) Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado?

Se aplica el teorema de Bayes. Sea $B = \{\text{Solo se le han hecho dos controles al coche}\}$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(PC1) \cdot P(PC2/PC1)}{P(PC1) \cdot P(PC2/PC1) + P(\overline{PC1}) \cdot P(\overline{PC2}/\overline{PC1})} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,3} = \mathbf{0,9032}$$



Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado es **0,9032 (90,32 %)**.