

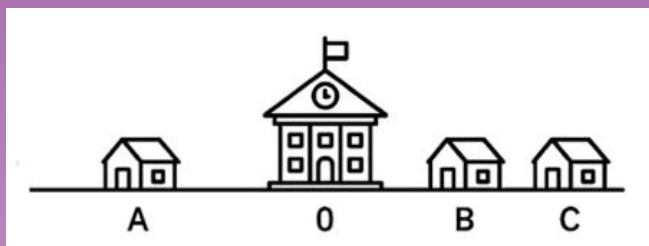


PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS



PROBLEMA 1A

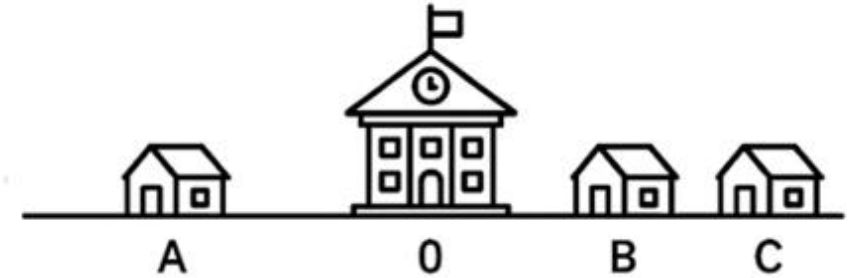
JULIO 2026



Problema de sistemas de ecuaciones

PROBLEMA 1A

Alberto, Braulio y Carlos son amigos y viven en un pequeño pueblo, en tres casas distintas que podemos suponer situadas en línea recta alineadas con el Ayuntamiento del pueblo. Si tomamos como punto 0 este Ayuntamiento y A, B, C las posiciones en la recta de cada una de las casas de los amigos al Ayuntamiento sabemos que dichas posiciones suman 3000 y que $A < 0 < B < C$. Además, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos. Finalmente, la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio. Determina las posiciones A, B y C de las casas. Recuerda que la distancia entre dos posiciones A y B con $A < B$ es $B - A$.



Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x = Posición de la casa de Alberto.
 y = Posición de la casa de Braulio.
 z = Posición de la casa de Carlos.

Se traduce del español al lenguaje algebraico:

“sabemos que dichas posiciones suman 3000” $\longrightarrow x + y + z = 3000$

“la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Braulio es dos veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Carlos” $\longrightarrow y - x = 2z \longrightarrow -x + y - 2z = 0$

“la distancia entre la casa de Alberto y la casa de Carlos es tres veces la distancia del Ayuntamiento a casa de Braulio” $\longrightarrow z - x = 3y \longrightarrow -x - 3y + z = 0$

PROBLEMA 1A

Quedando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 3000 \\ -x + y - 2z = 0 \\ -x - 3y + z = 0 \end{cases}$$

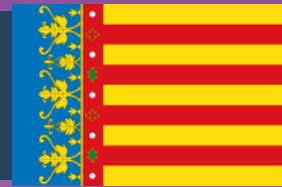
Resolveré el sistema utilizando la regla de Cramer (puedes utilizar otros métodos).

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 3000 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-15000}{2} = -7500$$
$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3000 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{9000}{2} = 4500$$
$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3000 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{12000}{2} = 6000$$

Solución: La posición de la casa de Alberto es **-7500**, la de Braulio **4500** y la de Carlos **6000**.



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 1B

JULIO 2026

Programación lineal

©Angel Cuesta Arza



PROBLEMA 1B

Una empresa de joyería tiene dos máquinas, A y B, con las que puede hacer anillos, pulseras y collares. La empresa tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 2 anillos, 8 pulseras y 4 collares, mientras que la máquina B realiza 9 anillos, 4 pulseras y 10 collares. Durante la próxima semana la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares. El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es 250 euros y el de la máquina B es 600 euros.

- a) ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para que el coste total de producción sea mínimo?
- b) ¿Cuál es dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x =número de horas que debe funcionar la máquina A.
 y =número de horas que debe funcionar la máquina B.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

		Nº anillos	Nº pulseras	Nº collares	Coste
Número de horas que debe funcionar la máquina A	x	$2x$	$8x$	$4x$	$250x$
Número de horas que debe funcionar la máquina B	y	$9y$	$4y$	$10y$	$600y$

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

PROBLEMA 1B

		Nº anillos	Nº pulseras	Nº collares	Coste
Número de horas que debe funcionar la máquina A	x	$2x$	$8x$	$4x$	$250x$
Número de horas que debe funcionar la máquina B	y	$9y$	$4y$	$10y$	$600y$

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

$$\begin{array}{ll} \text{"...al menos 80 anillos"} & \longrightarrow 2x + 9y \geq 80 \\ \text{"...al menos 96 pulseras"} & \longrightarrow 8x + 4y \geq 96 \\ \text{"...al menos 120 collares"} & \longrightarrow 4x + 10y \geq 120 \\ \text{"restricciones triviales"} & \longrightarrow x \geq 0; y \geq 0 \end{array}$$

La función objetivo está definida por coste: $z = 250x + 600y$

PROBLEMA 1B

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Minimizar: $z = 250x + 600y$

$$\text{s. a.} \begin{cases} 2x + 9y \geq 80 \\ 8x + 4y \geq 96 \\ 4x + 10y \geq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $2x + 9y \geq 80$

Expreso la recta: $2x + 9y = 80$

Se dan valores para representar:

x	y
0	80/9
40	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$2 \cdot 0 + 9 \cdot 0 \geq 80 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{2x + 9y \geq 80\}$$

(b) $8x + 4y \geq 96$

Expreso la recta: $8x + 4y = 96$

Se dan valores para representar:

x	y
0	24
12	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 96 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{8x + 4y \geq 96\}$$

(c) $4x + 10y \geq 120$

Expreso la recta: $4x + 10y = 120$

Se dan valores para representar:

x	y
0	12
30	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación (0,0)

$$4 \cdot 0 + 10 \cdot 0 \geq 120 \rightarrow \text{No Cumple; } (0,0) \notin \{4x + 10y \geq 120\}$$

Representamos las inecuaciones y observamos cuál es la región factible.

$$s. a. \begin{cases} 2x + 9y \geq 80 \\ 8x + 4y \geq 96 \\ 4x + 10y \geq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

$$2x + 9y = 80$$

x	y
0	80/9
40	0

$$8x + 4y = 96$$

x	y
0	24
12	0

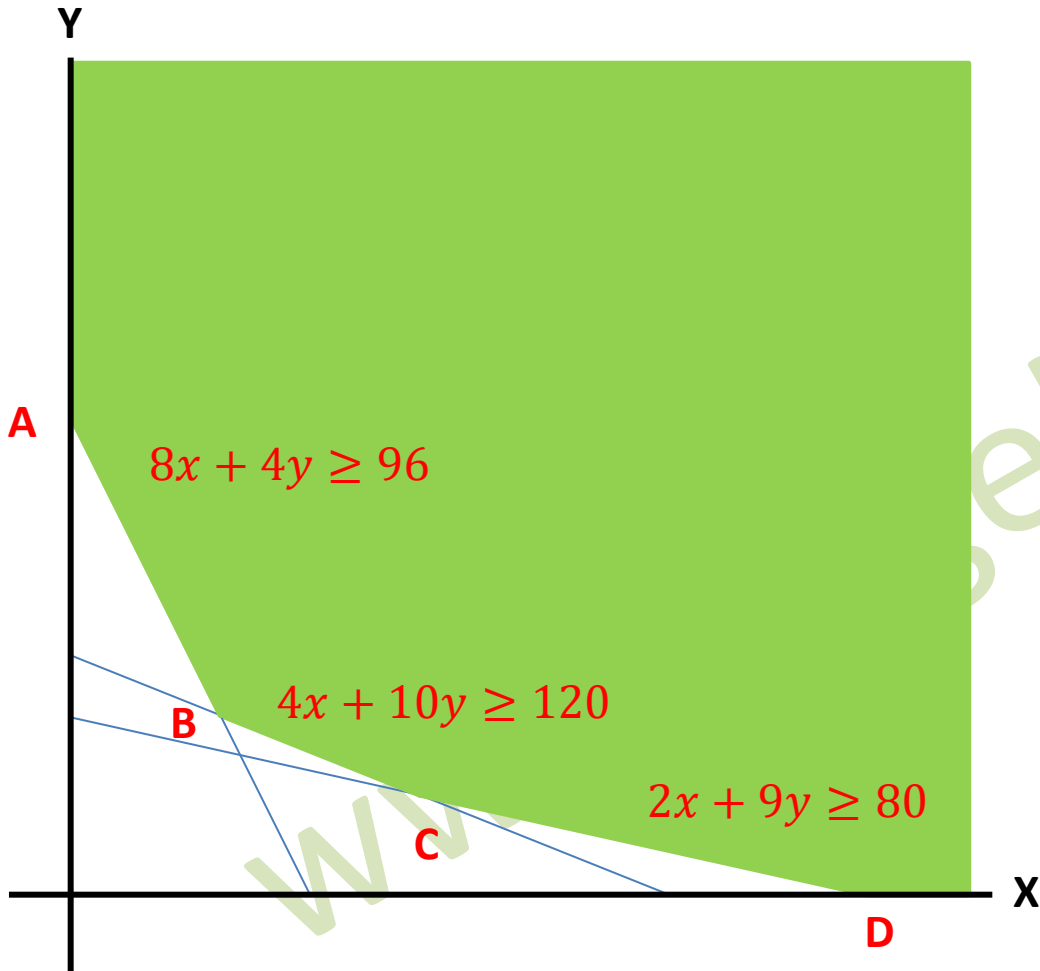
$$4x + 10y = 120$$

x	y
0	12
30	0

$$2 \cdot 0 + 9 \cdot 0 \geq 80; (0, 0) \notin \{2x + 9y \geq 80\}$$

$$8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 96; (0, 0) \notin \{8x + 4y \geq 96\}$$

$$4 \cdot 0 + 10 \cdot 0 \geq 120; (0, 0) \notin \{4x + 10y \geq 120\}$$



PROBLEMA 1B

Para calcular las coordenadas de los vértices B y C, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A y D, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas (son los puntos de corte con los ejes).

$$\text{Vértice B: } \begin{cases} 8x + 4y = 96 \\ 4x + 10y = 120 \end{cases}$$

$$\text{Resolvemos utilizando la regla de Cramer: } x = \frac{\begin{vmatrix} 96 & 4 \\ 120 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{480}{64} = 7,5 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 96 \\ 4 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}} = \frac{576}{64} = 9$$

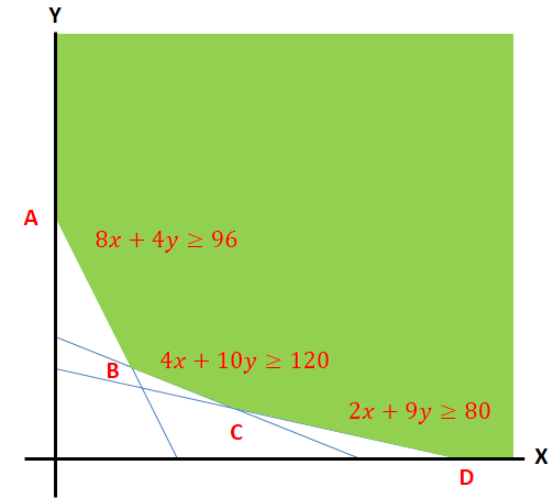
Las coordenadas del vértice B son: $B = (7,5; 9)$

$$\text{Vértice C: } \begin{cases} 4x + 10y = 120 \\ 2x + 9y = 80 \end{cases}$$

$$\text{Resolvemos utilizando la regla de Cramer: } x = \frac{\begin{vmatrix} 120 & 10 \\ 80 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{280}{16} = 17,5 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 120 \\ 2 & 80 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{80}{16} = 5$$

Las coordenadas del vértice C son: $C = (17,5; 5)$

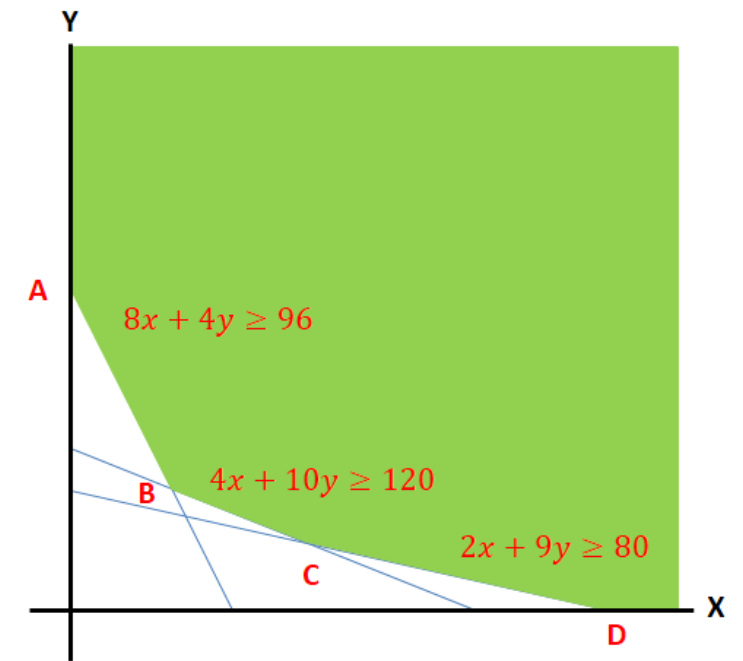
Las coordenadas del resto de vértices son: $A = (0,24); D = (40,0)$



PROBLEMA 1B

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 250x + 600y$
0	24	$250 \cdot 0 + 600 \cdot 24 = 14400$
7,5	9	$250 \cdot 7,5 + 600 \cdot 9 = 7275$
17,5	5	$250 \cdot 17,5 + 600 \cdot 5 = 7375$
40	0	$250 \cdot 40 + 600 \cdot 0 = 10000$



PROBLEMA 1B

Solución: la máquina A debe funcionar **7,5 horas** y la máquina B debe funcionar **9 horas**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el coste (mínimo) será de **7275 euros**.

x	y	$z = 250x + 600y$
0	24	$250 \cdot 0 + 600 \cdot 24 = 14400$
7,5	9	$250 \cdot 7,5 + 600 \cdot 9 = 7275$
17,5	5	$250 \cdot 17,5 + 600 \cdot 5 = 7375$
40	0	$250 \cdot 40 + 600 \cdot 0 = 10000$



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2A

JULIO 2026

Análisis de funciones

©Angel Cuesta Arza



Problema 2. A. Tras un vertido químico accidental en un estanque, la concentración en partes por millón (ppm) de tóxico evoluciona durante las primeras 15 horas según la siguiente función, donde t representa el tiempo en horas:

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + a & 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} & 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

- a) Halla el valor de a sabiendo que $C(t)$ es una función continua en el intervalo $[0,15]$.
(0,5 puntos)
- b) Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas.
(1 punto)
- c) Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6,15]$.
(0,5 puntos)
- d) Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada.
(1,5 puntos)

Problema 2A

a) Halla el valor de a sabiendo que $C(t)$ es una función continua en el intervalo $[0,15]$.

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + a & 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} & 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

Solo hay que estudiar la continuidad en $t = 6$. Cada tramo es continuo en su intervalo y el denominador $t + 1$ solo se anula en $t = -1$, fuera del segundo tramo.

Se estudia la continuidad de la función en $t = 6$.

$$C(6) = -6^2 + 8 \cdot 6 + a = 12 + a$$

$$\lim_{t \rightarrow 6^-} C(t) = \lim_{t \rightarrow 6^-} -t^2 + 8t + a = 12 + a$$

$$\lim_{t \rightarrow 6^+} C(t) = \lim_{t \rightarrow 6^+} \frac{12t + 89}{t + 1} = 23$$

$$\lim_{t \rightarrow 6^-} C(t) = \lim_{t \rightarrow 6^+} C(t) \rightarrow 12 + a = 23 \rightarrow a = 11$$

El valor de a para que $C(t)$ sea continua es : **$a = 11$** .

Problema 2A

b) Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas.

$$C(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + 11, & 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{12t + 89}{t + 1}, & 6 < t \leq 15 \end{cases}$$

Con $a = 11$, se calcula la derivada por tramos y se comparan los puntos críticos con los extremos del intervalo.

Se muestra el cálculo de la parte racional de la función. La derivada del primer tramo es evidente.

$$C_2'(t) = \frac{12 \cdot (t + 1) - (12t + 89) \cdot 1}{(t + 1)^2} = \frac{12t + 12 - 12t - 89}{(t + 1)^2} = \frac{-77}{(t + 1)^2}$$

Quedando la función derivada así:

$$C'(t) = \begin{cases} -2t + 8, & 0 < t < 6 \\ \frac{-77}{(t + 1)^2}, & 6 < t < 15 \end{cases}$$

En el primer tramo se localiza el punto crítico y se comparan los valores relevantes. El segundo tramo nunca se anula.

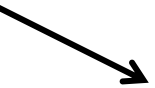
$$-2t + 8 = 0 \longrightarrow t = 4 \in [0,6]$$

Problema 2A

$$C'(t) = \begin{cases} -2t + 8, & 0 < t < 6 \\ \frac{-77}{(t+1)^2}, & 6 < t < 15 \end{cases}$$

b) Halla el instante en el que la concentración es máxima en el intervalo de tiempo $[0,6]$ y determina si el valor obtenido es el máximo absoluto durante las 15 horas.

Se estudia el signo de la función derivada en cada uno de los tramos. Se supone $a = 11$ a partir de ahora.

	0	4	6	15
$C'(t)$		+	-	-
$C(t)$				

$$C'(1) = -2 \cdot 1 + 8 > 0$$

$$C'(5) = -2 \cdot 5 + 8 < 0$$

$$C'(10) = \frac{-77}{(10+1)^2} < 0$$

La concentración aumenta desde $t = 0$ hasta $t = 4$ y disminuye desde ese instante hasta $t = 15$. Por tanto, **el máximo absoluto se alcanza a las 4 horas** y su valor es $C(4) = 27 \text{ ppm}$.

c) Justifica si la concentración ha ido reduciéndose en todo momento en el tramo $]6,15]$

Se ha comprobado que $C'(t) < 0$ en el intervalo $6 < t < 15$. Por tanto, $C(t)$ es estrictamente decreciente en todo el tramo $]6, 15]$. Por consiguiente, **la concentración ha ido reduciéndose en todo ese tiempo**.

Problema 2A

d) Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada.

En este caso se resuelve la inecuación correspondiente. $C(t) > 20 \longrightarrow \begin{cases} -t^2 + 8t + 11 > 20 \rightarrow -t^2 + 8t - 9 > 0 \\ \frac{12t + 89}{t + 1} > 20 \rightarrow -8t + 69 > 0 \end{cases}$

Se resuelve la inecuación de segundo grado. Para ello necesito resolver en primer lugar la ecuación de segundo grado.

$$-t^2 + 8t - 9 = 0 \longrightarrow t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 36}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{28}}{-2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{7}}{-2} \longrightarrow \begin{cases} t = \frac{-8 + 2\sqrt{7}}{-2} \\ t = \frac{-8 - 2\sqrt{7}}{-2} \end{cases}$$

Se comprueba si las soluciones pertenecen al dominio.

$$t = \frac{-8 + 2\sqrt{7}}{-2} = 4 - \sqrt{7} \approx 1,35 \in [0,6]$$

$$t = \frac{-8 - 2\sqrt{7}}{-2} = 4 + \sqrt{7} \approx 6,65 \notin [0,6]$$

d) Se debe emitir una alerta siempre que la concentración supere las 20 ppm. Determina todos los intervalos de tiempo en los que la alerta debe estar activada.

Se hace un estudio de signos de $-t^2 + 8t - 9 > 0$, teniendo en cuenta que $t \in [0,6]$.

t	0	NO	$4 - \sqrt{7}$	SI	6
$-t^2 + 8t - 9$		-		+	

$$t = 1; \quad -1^2 + 8 \cdot 1 - 9 = -2 < 0$$

$$t = 4; \quad -4^2 + 8 \cdot 4 - 9 = 7 > 0$$

Después de estudiar el primer tramo, se concluye que la alerta debe estar activada en el intervalo de tiempo: $(4 - \sqrt{7}, 6]$

También debemos comprobar cuando supera las 20 ppm en el segundo tramo.

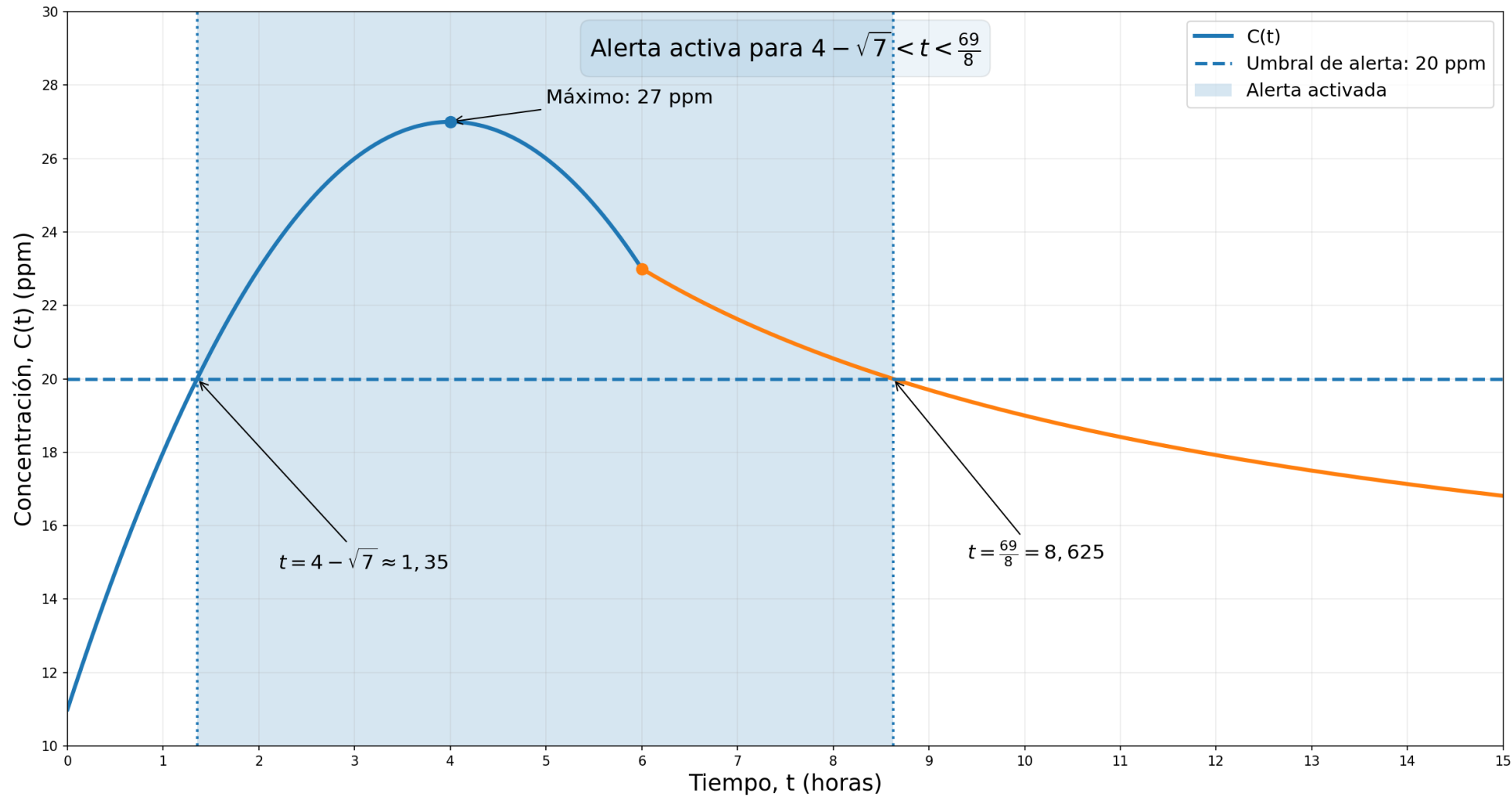
$$-8t + 69 > 0 \rightarrow -8t > -69 \rightarrow 8t < 69 \rightarrow t < \frac{69}{8}; t < 8,625$$

Después de estudiar el segundo tramo, se concluye que la alerta debe estar activada en el intervalo de tiempo: $(6; 8,625)$

La alarma debe estar activada cuando: $t \in (4 - \sqrt{7}; 8,625)$

BONUS—REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Concentración del tóxico y periodo de activación de la alerta





PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2B

JULIO 2026

Análisis de funciones

©Angel Cuesta Arza



Problema 2B

Problema 2.B. El valor de los activos de una empresa, en millones de euros, a los x años de su creación, viene dado por la función $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}$ para $x \in [0,5]$. Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros y al cabo de un año valían un millón de euros menos. Determina:

- a) Los coeficientes A y B de la función. *(0,25 puntos)*
- b) El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. *(0,5 puntos)*
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. *(1,5 puntos)*
- d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos. *(0,5 puntos)*
- e) El área entre la función $g(x) = (x + 1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. *(0,75 puntos)*

www.g

Problema 2B

a) Los coeficientes A y B de la función. Recordamos que $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}; x \in [0.5]$

“Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros” $\longrightarrow f(0) = 4$

“y al cabo de un año valían un millón de euros menos.” $\longrightarrow f(1) = 3$

Se aplican las condiciones dadas por el enunciado para obtener los valores de A y B .

$$f(0) = A \cdot 0 + \frac{B}{0+1} = 4 \longrightarrow B = 4$$

$$f(1) = A \cdot 1 + \frac{B}{1+1} = 3 \longrightarrow A + \frac{4}{2} = 3 \longrightarrow A + 2 = 3 \longrightarrow A = 1$$

Los valores pedidos son: $A = 1$ y $B = 4$.

Aunque no se indica explícitamente en el enunciado, en los apartados siguientes utilizaremos los valores de A y B obtenidos.

La función sería: $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0.5]$

Problema 2B

b) El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. Recordamos que $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0.5]$

En este caso se resuelve la inecuación correspondiente.

$$f(x) > 4 \rightarrow x + \frac{4}{x+1} > 4 \rightarrow \frac{x \cdot (x+1) + 4}{x+1} > \frac{4 \cdot (x+1)}{x+1}$$

Esto se puede hacer dado que $x+1 > 0 \forall x \in [0.5]$

$$x \cdot (x+1) + 4 > 4 \cdot (x+1) \rightarrow x^2 + x + 4 > 4x + 4 \rightarrow x^2 - 3x > 0$$

Se resuelve la inecuación de segundo grado. Para ello necesito resolver en primer lugar la ecuación de segundo grado.

$$x^2 - 3x = 0 \rightarrow x \cdot (x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Se hace un estudio de signos de $x^2 - 3x$, teniendo en cuenta que $x \in [0,5]$.

	0	3	5
$x^2 - 3x$			
	-	+	

El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones es $x \in (3, 5]$

Problema 2B

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. Recordamos que $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0,5]$

Se calcula la derivada de la función y se iguala a cero. Después se hace un estudio de signos de la función derivada.

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} \longrightarrow 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \longrightarrow \frac{4}{(x+1)^2} = 1 \longrightarrow (x+1)^2 = 4 \longrightarrow x+1 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \longrightarrow \notin [0,5]$ Se hace un estudio de signos de $f'(x)$, teniendo en cuenta que $x \in [0,5]$.

	0	1	5
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$			

$$f'(0,5) = 1 - \frac{4}{(0,5+1)^2} < 0$$

$$f'(2) = 1 - \frac{4}{(2+1)^2} > 0$$

$f(x)$ es **creciente** si $x \in (1,5)$ y **decreciente** si $x \in (0,1)$

Problema 2B

d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos.

A partir del estudio de signos de $f'(x)$ podemos deducir que el máximo absoluto está en $x = 0$ o $x = 5$. Mientras que el mínimo absoluto está en $x = 1$.

	0	1	5
$f'(x)$	—		+
$f(x)$			

Calculo cuál es el valor del máximo absoluto de la función en el intervalo propuesto. $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0,5]$

$$f(0) = 0 + \frac{4}{0+1} = 4 \quad f(5) = 5 + \frac{4}{5+1} = 5 + \frac{4}{6} = \frac{17}{3}$$

Puesto que $f(5) > f(0)$ el máximo absoluto de la función se alcanza en $x = 5$ años y su valor es $f(5) = 17/3$ millones de euros.

Se calcula el valor del mínimo absoluto en $x = 1$. $f(1) = 1 + \frac{4}{1+1} = 3$

El mínimo absoluto de la función se alcanza en $x = 1$ año y su valor es $f(1) = 3$ millones de euros.

Problema 2B

e) El área entre la función $g(x) = (x + 1) \cdot f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

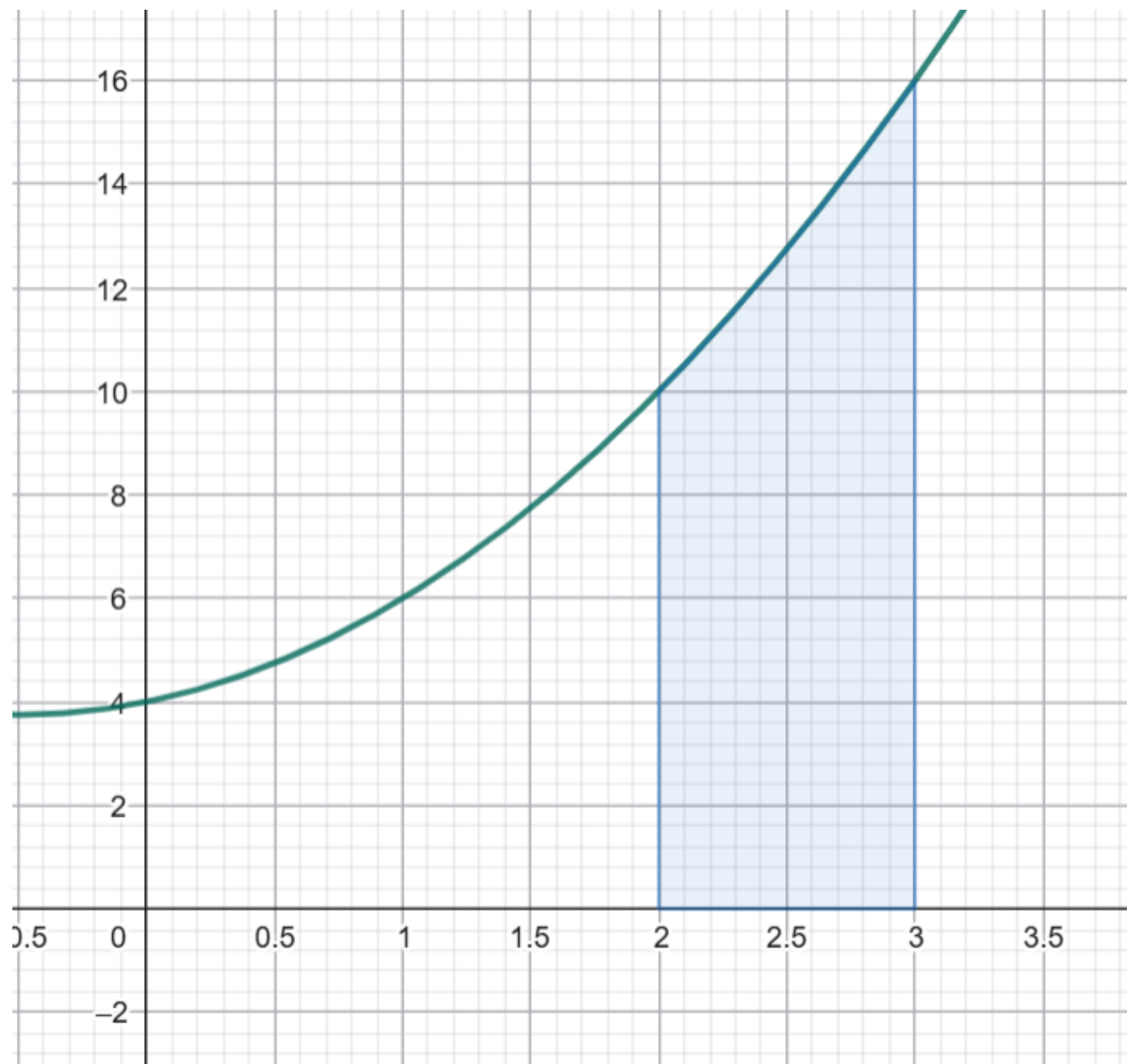
Calculo la expresión explícita de $g(x)$. $g(x) = (x + 1) \cdot \left(x + \frac{4}{x + 1}\right) = x^2 + x + 4$

Dado que $g(x) > 0$ para todos los valores comprendidos entre $x = 2$ y $x = 3$, se puede calcular el área pedida haciendo la integral de $g(x)$ entre esos límites de integración.

$$\int_2^3 g(x) \, dx = \int_2^3 (x^2 + x + 4) \, dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4 \cdot x \right]_2^3 = \left(\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 4 \cdot 2 \right) = \frac{51}{2} - \frac{38}{3} = \frac{77}{6}$$

El valor del área es **77/6 unidades de área.**

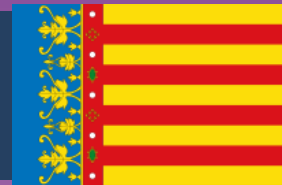
Problema 2B



Se muestra, con fines pedagógicos el área que se ha calculado. Se puede observar que $g(x) > 0$ para todos los valores comprendidos entre $x = 2$ y $x = 3$.



PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JULIO 2026

Probabilidad–Binomial–Normal

©Angel Cuesta Arza



VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



Curso de repaso de
probabilidad básica



Álgebra de conjuntos.
Fórmulas de la probabilidad.



Teorema de la probabilidad
total y teorema de Bayes



Distribución binomial



Distribución normal (I)



Distribución normal (II)

Problema 3

Problema 3. El 30% de los *youtubers* realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. *(0,75 puntos)*
- b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.
(0,75 puntos)
- c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. *(0,75 puntos)*
- d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. *(0,75 puntos)*

www.angelcuestaarza.com

Problema 3. El 30% de los *youtubers* realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

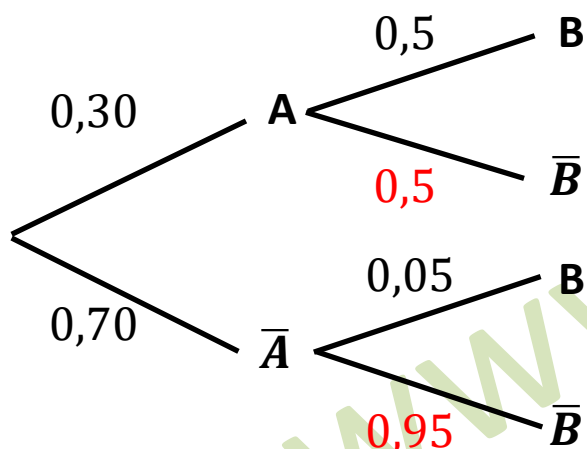
a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A = el youtuber es talentoso $\bar{A}$ = el youtuber no es talentoso

B = el vídeo se hace viral $\bar{B}$ = el vídeo no se hace viral

Se construye el diagrama de árbol



Aplicamos el teorema de la probabilidad total:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) = 0,30 \cdot 0,5 + 0,70 \cdot 0,05 = 0,185$$

La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral es **0,185 (18,5 %)**.

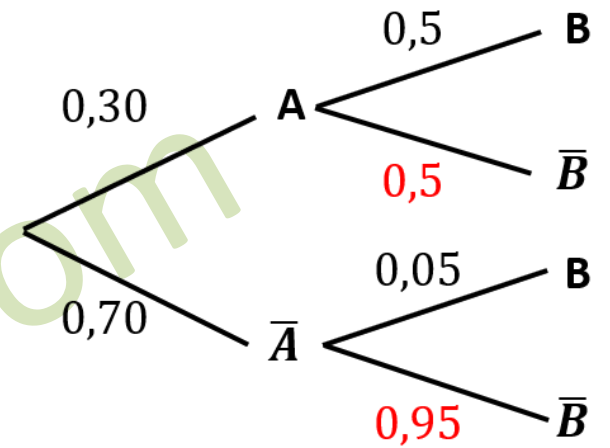
Problema 3

b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.

Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(B)} = \frac{0,30 \cdot 0,5}{0,185} \approx 0,8108$$

La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso es **0,8108 (81,08 %)**.



Problema 3

c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales.

Sea X el número de vídeos virales.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 4; p = 0,05; q = 1 - 0,05 = 0,95$ $X \sim Bi(4; 0,05)$

Siendo p la probabilidad de que un video de un creador no talentoso se haga viral.

Se calcula la probabilidad pedida: $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^4 = 1 \cdot 1 \cdot 0,95^4 \approx 0,8145$$

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot 0,05^1 \cdot 0,95^3 = 4 \cdot 0,05 \cdot 0,95^3 \approx 0,1715$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0,8145 - 0,1715 \approx 0,014$$

La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales es **0,014 (1,4 %)**.

d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

Sea X el número de vídeos virales.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 100; p = 0,5; q = 1 - 0,5 = 0,5$ $X \sim Bi(100; 0,5)$

Siendo p la probabilidad de que un video de un creador talentoso se haga viral.

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 40)$

Como puedes comprobar, el proceso para hacer este cálculo de forma exacta es muy tedioso ya que habría que hacer el cálculo de, al menos, 40 probabilidades.

$$P(X \geq 40) = 1 - P(X \leq 39) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - \dots - P(X = 39)$$

Para acortar el cálculo podemos aproximar la variable binomial a una normal. En primer lugar, se verifica que X cumple las condiciones que permiten llevar a cabo la aproximación.

$$n > 30 \longrightarrow 100 > 30 \quad \text{Cumple la primera condición.}$$

$$n \cdot p \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,5 = 50 \geq 5 \quad \text{Cumple la segunda condición.}$$

$$n \cdot q \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,5 = 50 \geq 5 \quad \text{Cumple la tercera condición.}$$

Se lleva a cabo la aproximación: $X \sim Bi(n; p) \rightarrow X' \sim N(n \cdot p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$

$$X \sim Bi(100; 0,5) \rightarrow X' \sim N(100 \cdot 0,5; \sqrt{100 \cdot 0,5 \cdot 0,5}) \rightarrow X' \sim N(50; 5)$$

d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

$$X' \sim N(50; 5)$$

Para poder calcular la probabilidad pedida, se debe hacer la corrección de Yates, ya que estamos aproximando una variable aleatoria discreta a una continua.

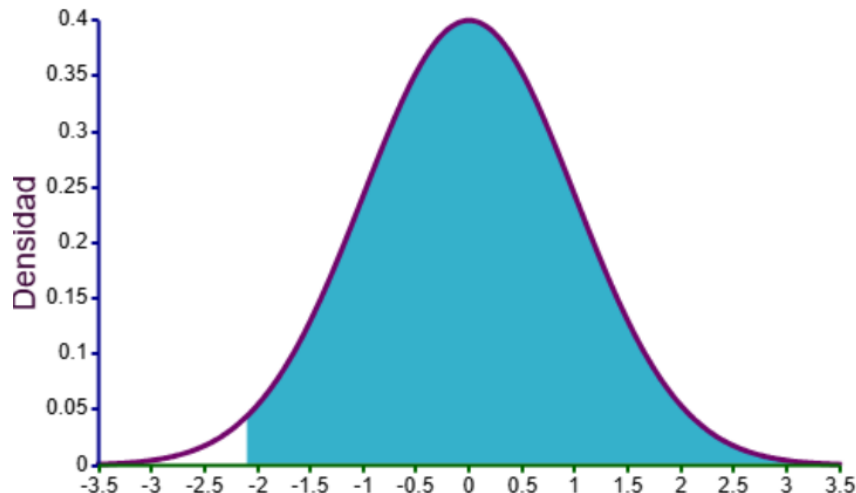
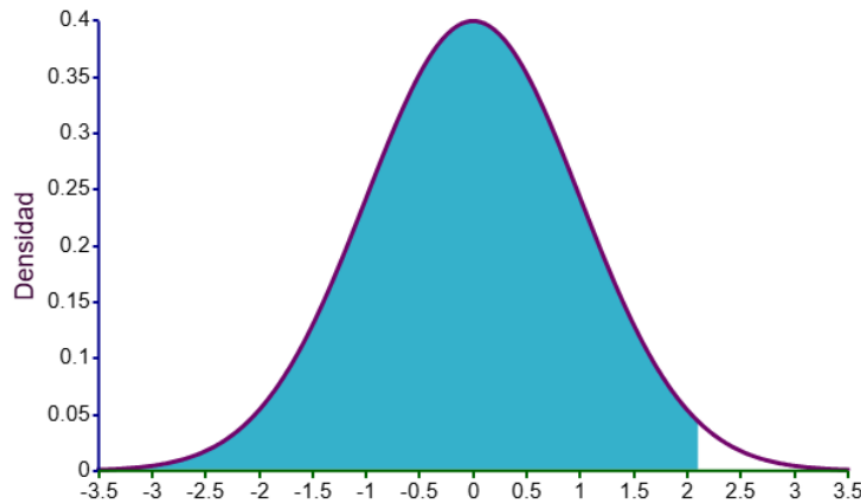
En una variable aleatoria discreta se podría escribir: $P(X \geq 40) = P(X > 39)$

En una variable aleatoria continua se podría escribir: $P(X' \geq 40) = P(X' > 40)$

Como aproximamos una variable discreta por una continua, aplicamos corrección por continuidad:

$$P(X \geq 40) = P(X > 39) \approx P(X' > 39,5) = P(X' \geq 39,5)$$

$$\text{Ahora ya podemos tipificar: } P(X' > 39,5) = P\left(Z > \frac{39,5 - 50}{5}\right) = P(Z > -2,1) = P(Z < 2,1)$$



d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

$$X' \sim N(50; 5)$$

Calculo $P(Z < 2,1)$ utilizando la tabla que se proporciona en el examen

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

Por lo tanto, $P(Z < 2,1) = 0,9821$

La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales es **0,9821** (98,21%).