PAU · COMUNIDAD VALENCIANA

MATEMÁTICAS CC.SS

PROBLEMA 1B

JULIO 2026

Programación lineal

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B

Una empresa de joyería tiene dos máquinas, A y B, con las que puede hacer anillos, pulseras y collares. La empresa tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 2 anillos, 8 pulseras y 4 collares, mientras que la máquina B realiza 9 anillos, 4 pulseras y 10 collares. Durante la próxima semana la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares. El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es 250 euros y el de la máquina B es 600 euros.

a) ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para que el coste total de producción sea mínimo?

b) ¿Cuál es dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

x=número de horas que debe funcionar la máquina A.
y=número de horas que debe funcionar la máquina B.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

		Nº anillos	Nº pulseras	Nº collares	Coste
Número de horas que debe funcionar la máquina A	x	$2x$	$8x$	$4x$	$250x$
Número de horas que debe funcionar la máquina B	y	$9y$	$4y$	$10y$	$600y$

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B

		Nº anillos	Nº pulseras	Nº collares	Coste
Número de horas que debe funcionar la máquina A	x	$2x$	$8x$	$4x$	$250x$
Número de horas que debe funcionar la máquina B	y	$9y$	$4y$	$10y$	$600y$

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

"…al menos 80 anillos" $\longrightarrow$ $2x + 9y \geq 80$

"…al menos 96 pulseras" $\longrightarrow$ $8x + 4y \geq 96$

"…al menos 120 collares" $\longrightarrow$ $4x + 10y \geq 120$

"restricciones triviales" $\longrightarrow$ $x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por coste: $\boldsymbol{z = 250x + 600y}$

www.angelcuesta.es

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B

Quedando el planteamiento definitivo así:

Minimizar: $z = 250x + 600y$

$$s.a. \begin{cases} 2x + 9y \geq 80 \\ 8x + 4y \geq 96 \\ 4x + 10y \geq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

(a) $2x + 9y \geq 80$

Expreso la recta: $2x + 9y = 80$

Se dan valores para representar:

x	y
0	80/9
40	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$2 \cdot 0 + 9 \cdot 0 \geq \mathbf{80}$ → **No Cumple;** $(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \notin \{2x + 9y \geq 80\}$

(b) $8x + 4y \geq 96$

Expreso la recta: $8x + 4y = 96$

Se dan valores para representar:

x	y
0	24
12	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 96$ → No Cumple; $(0,0) \notin \{8x + 4y \geq 96\}$

(c) $4x + 10y \geq 120$

Expreso la recta: $4x + 10y = 120$

Se dan valores para representar:

x	y
0	12
30	0

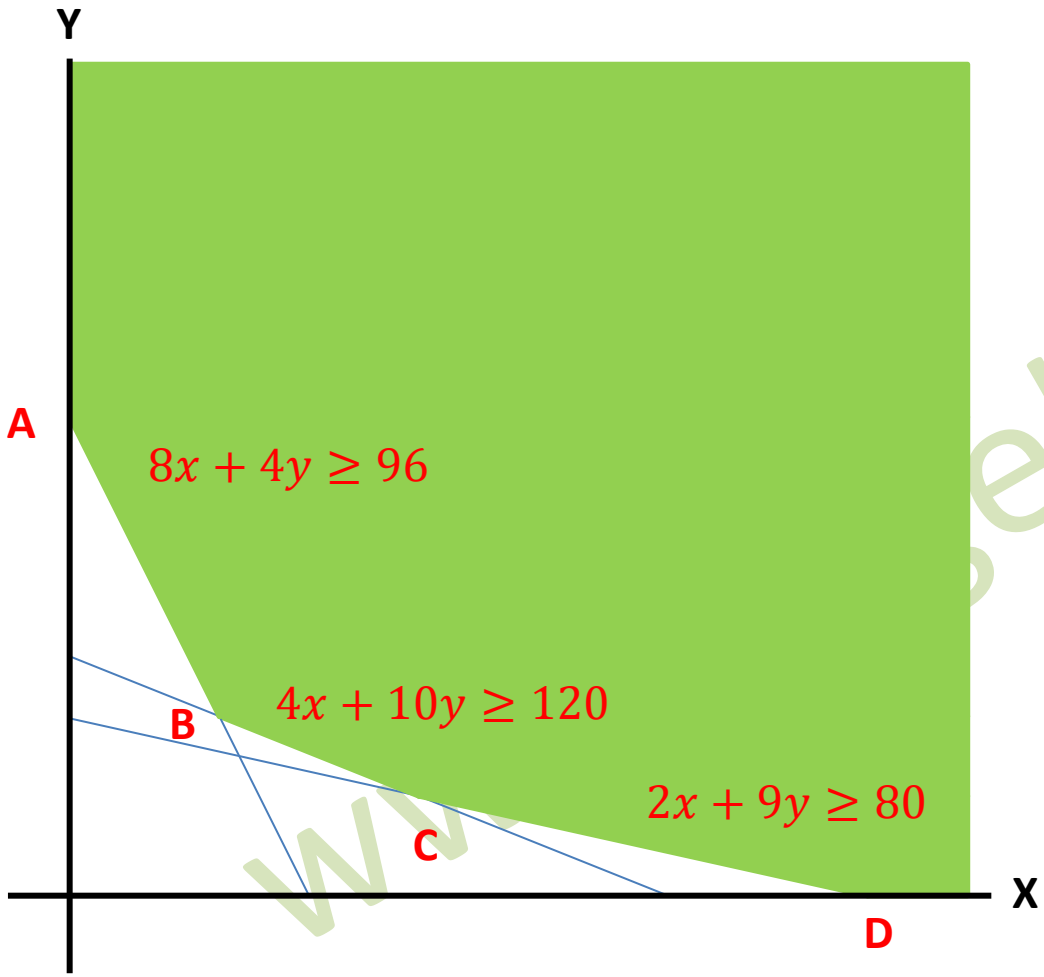
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$

$4 \cdot 0 + 10 \cdot 0 \geq 120$ → No Cumple; $(0,0) \notin \{4x + 10y \geq 120\}$

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza

Representamos las inecuaciones y observamos cuál es la región factible. $s.a.\begin{cases} 2x+9y \geq 80 \\ 8x+4y \geq 96 \\ 4x+10y \geq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$



$2x+9y=80$

x	y
0	80/9
40	0

$8x+4y=96$

x	y
0	24
12	0

$4x+10y=120$

x	y
0	12
30	0

$2 \cdot 0 + 9 \cdot 0 \geq \mathbf{80}; (\mathbf{0},\mathbf{0}) \notin \{2x+9y \geq 80\}$

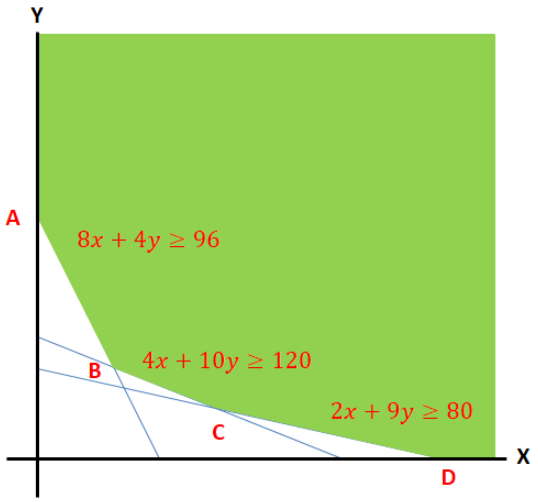
$8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq \mathbf{96}; (\mathbf{0},\mathbf{0}) \notin \{8x+4y \geq 96\}$

$4 \cdot 0 + 10 \cdot 0 \geq \mathbf{120}; (\mathbf{0},\mathbf{0}) \notin \{4x+10y \geq 120\}$

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B



Para calcular las coordenadas de los vértices B y C, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A y D, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas (son los puntos de corte con los ejes).

Vértice B: $\begin{cases} 8x + 4y = 96 \\ 4x + 10y = 120 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer: $x = \dfrac{\begin{vmatrix} 96 & 4 \\ 120 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}} = \dfrac{480}{64} = 7{,}5 \quad y = \dfrac{\begin{vmatrix} 8 & 96 \\ 4 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}} = \dfrac{576}{64} = 9$

Las coordenadas del vértice B son: $\boldsymbol{B} = (7{,}5; 9)$

Vértice C: $\begin{cases} 4x + 10y = 120 \\ 2x + 9y = 80 \end{cases}$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer: $x = \dfrac{\begin{vmatrix} 120 & 10 \\ 80 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}} = \dfrac{280}{16} = 17{,}5 \quad y = \dfrac{\begin{vmatrix} 4 & 120 \\ 2 & 80 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}} = \dfrac{80}{16} = 5$

Las coordenadas del vértice C son: $\boldsymbol{C} = (17{,}5; 5)$

Las coordenadas del resto de vértices son: $\boldsymbol{A} = (0{,}24); D = (40{,}0)$

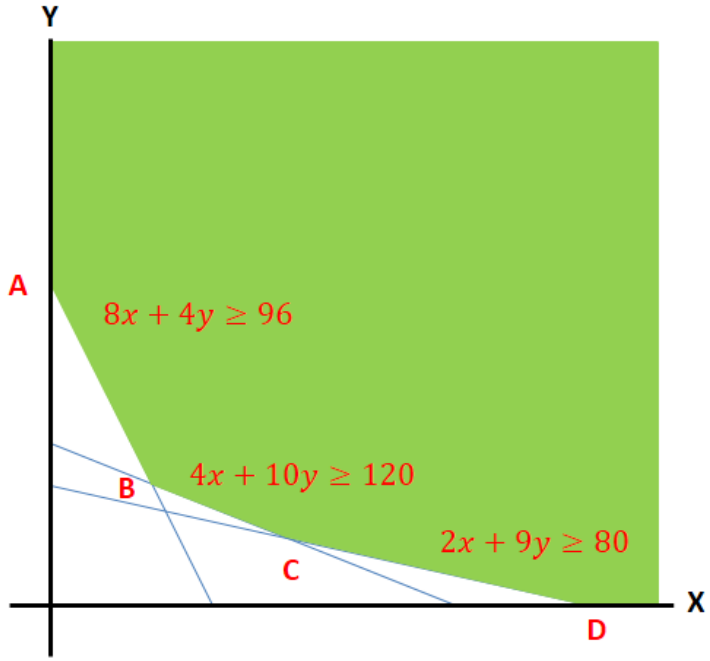
www.angelcuesta.c

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z = 250x + 600y$
0	**24**	250·0+600·24=14400
7,5	**9**	250·7,5+600·9=7275
17,5	**5**	250·17,5+600·5=7375
40	**0**	250·40+600·0=10000



www.angelcue

©Angel Cuesta Arza

PROBLEMA 1B

Solución: la máquina A debe funcionar **7,5 horas** y la máquina B debe funcionar **9 horas.** Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el coste (mínimo) será de **7275 euros**.

x	y	$z = 250x + 600y$
0	**24**	250·0+600·24=14400
7,5	**9**	250·7,5+600·9=7275
17,5	**5**	250·17,5+600·5=7375
40	**0**	250·40+600·0=10000

www.angelcuesta.com

©Angel Cuesta Arza