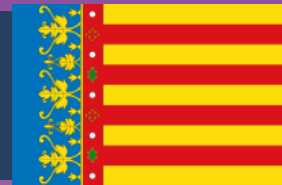




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 2B

JULIO 2026

Análisis de funciones

©Angel Cuesta Arza



Problema 2B

Problema 2.B. El valor de los activos de una empresa, en millones de euros, a los x años de su creación, viene dado por la función $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}$ para $x \in [0,5]$. Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros y al cabo de un año valían un millón de euros menos. Determina:

- a) Los coeficientes A y B de la función. *(0,25 puntos)*
- b) El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. *(0,5 puntos)*
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. *(1,5 puntos)*
- d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos. *(0,5 puntos)*
- e) El área entre la función $g(x) = (x + 1)f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$. *(0,75 puntos)*

www.g

Problema 2B

a) Los coeficientes A y B de la función. Recordamos que $f(x) = Ax + \frac{B}{x+1}; x \in [0.5]$

“Se sabe que, en el tiempo inicial, los activos tenían un valor de cuatro millones de euros” $\longrightarrow f(0) = 4$

“y al cabo de un año valían un millón de euros menos.” $\longrightarrow f(1) = 3$

Se aplican las condiciones dadas por el enunciado para obtener los valores de A y B .

$$f(0) = A \cdot 0 + \frac{B}{0+1} = 4 \longrightarrow B = 4$$

$$f(1) = A \cdot 1 + \frac{B}{1+1} = 3 \longrightarrow A + \frac{4}{2} = 3 \longrightarrow A + 2 = 3 \longrightarrow A = 1$$

Los valores pedidos son: $A = 1$ y $B = 4$.

Aunque no se indica explícitamente en el enunciado, en los apartados siguientes utilizaremos los valores de A y B obtenidos.

La función sería: $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0.5]$

Problema 2B

b) El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones. Recordamos que $f(x) = x + \frac{4}{x+1}$; $x \in [0.5]$

En este caso se resuelve la inecuación correspondiente.

$$f(x) > 4 \rightarrow x + \frac{4}{x+1} > 4 \rightarrow \frac{x \cdot (x+1) + 4}{x+1} > \frac{4 \cdot (x+1)}{x+1}$$

Esto se puede hacer dado que $x+1 > 0 \forall x \in [0.5]$

$$x \cdot (x+1) + 4 > 4 \cdot (x+1) \rightarrow x^2 + x + 4 > 4x + 4 \rightarrow x^2 - 3x > 0$$

Se resuelve la inecuación de segundo grado. Para ello necesito resolver en primer lugar la ecuación de segundo grado.

$$x^2 - 3x = 0 \rightarrow x \cdot (x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Se hace un estudio de signos de $x^2 - 3x$, teniendo en cuenta que $x \in [0,5]$.

	0	3	5
$x^2 - 3x$			
	-	+	

El intervalo en el que el valor de los activos es mayor de 4 millones es $x \in (3, 5]$

Problema 2B

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. Recordamos que $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0,5]$

Se calcula la derivada de la función y se iguala a cero. Después se hace un estudio de signos de la función derivada.

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} \rightarrow 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \rightarrow \frac{4}{(x+1)^2} = 1 \rightarrow (x+1)^2 = 4 \rightarrow x+1 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \rightarrow \notin [0,5]$ Se hace un estudio de signos de $f'(x)$, teniendo en cuenta que $x \in [0,5]$.

	0	1	5
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$			

$$f'(0,5) = 1 - \frac{4}{(0,5+1)^2} < 0$$

$$f'(2) = 1 - \frac{4}{(2+1)^2} > 0$$

$f(x)$ es **creciente** si $x \in (1,5)$ y **decreciente** si $x \in (0,1)$

Problema 2B

d) El momento en que el valor fue máximo y mínimo, y el valor de estos.

A partir del estudio de signos de $f'(x)$ podemos deducir que el máximo absoluto está en $x = 0$ o $x = 5$. Mientras que el mínimo absoluto está en $x = 1$.

	0	1	5
$f'(x)$	—		+
$f(x)$			

Calculo cuál es el valor del máximo absoluto de la función en el intervalo propuesto. $f(x) = x + \frac{4}{x+1}; x \in [0,5]$

$$f(0) = 0 + \frac{4}{0+1} = 4 \quad f(5) = 5 + \frac{4}{5+1} = 5 + \frac{4}{6} = \frac{17}{3}$$

Puesto que $f(5) > f(0)$ el máximo absoluto de la función se alcanza en $x = 5$ años y su valor es $f(5) = 17/3$ millones de euros.

Se calcula el valor del mínimo absoluto en $x = 1$. $f(1) = 1 + \frac{4}{1+1} = 3$

El mínimo absoluto de la función se alcanza en $x = 1$ año y su valor es $f(1) = 3$ millones de euros.

Problema 2B

e) El área entre la función $g(x) = (x + 1) \cdot f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

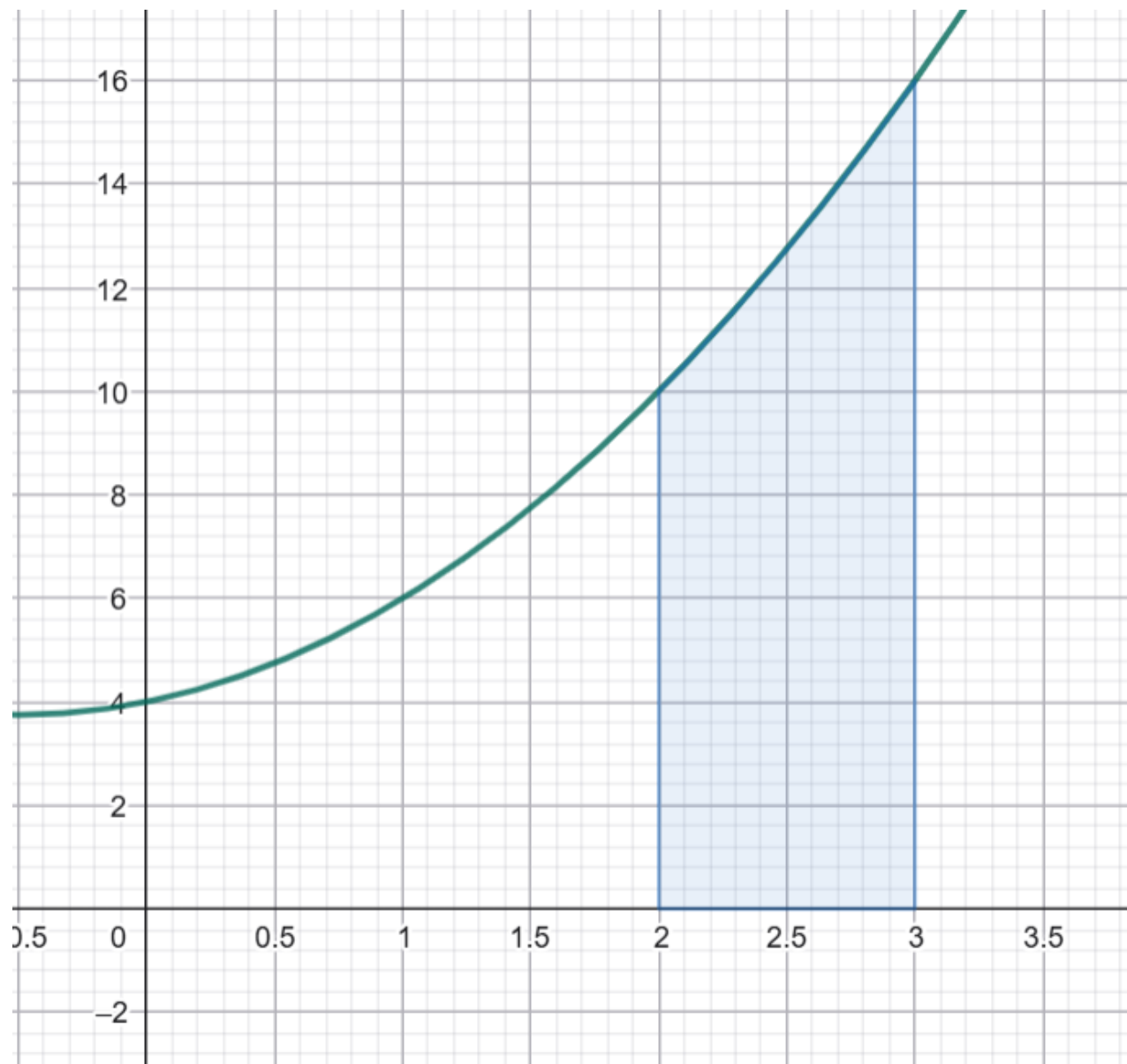
Calculo la expresión explícita de $g(x)$. $g(x) = (x + 1) \cdot \left(x + \frac{4}{x + 1}\right) = x^2 + x + 4$

Dado que $g(x) > 0$ para todos los valores comprendidos entre $x = 2$ y $x = 3$, se puede calcular el área pedida haciendo la integral de $g(x)$ entre esos límites de integración.

$$\int_2^3 g(x) \, dx = \int_2^3 (x^2 + x + 4) \, dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4 \cdot x \right]_2^3 = \left(\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2} + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 4 \cdot 2 \right) = \frac{51}{2} - \frac{38}{3} = \frac{77}{6}$$

El valor del área es **77/6 unidades de área.**

Problema 2B



Se muestra, con fines pedagógicos el área que se ha calculado. Se puede observar que $g(x) > 0$ para todos los valores comprendidos entre $x = 2$ y $x = 3$.