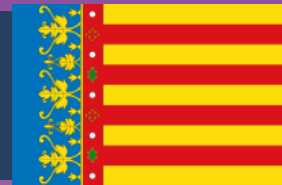




PAU - COMUNIDAD VALENCIANA



MATEMÁTICAS

CC.SS

PROBLEMA 3

JULIO 2026

Probabilidad–Binomial–Normal

©Angel Cuesta Arza



VÍDEOS ÚTILES PARA REPASAR

En estos vídeos podrás repasar temas interesantes para preparar este examen.

No dejes de revisar mi canal, pues iré añadiendo nuevos.



Curso de repaso de
probabilidad básica



Álgebra de conjuntos.
Fórmulas de la probabilidad.



Teorema de la probabilidad
total y teorema de Bayes



Distribución binomial



Distribución normal (I)



Distribución normal (II)

Problema 3

Problema 3. El 30% de los *youtubers* realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. *(0,75 puntos)*
- b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.
(0,75 puntos)
- c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. *(0,75 puntos)*
- d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. *(0,75 puntos)*

www.angelcuestaarza.com

Problema 3. El 30% de los *youtubers* realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

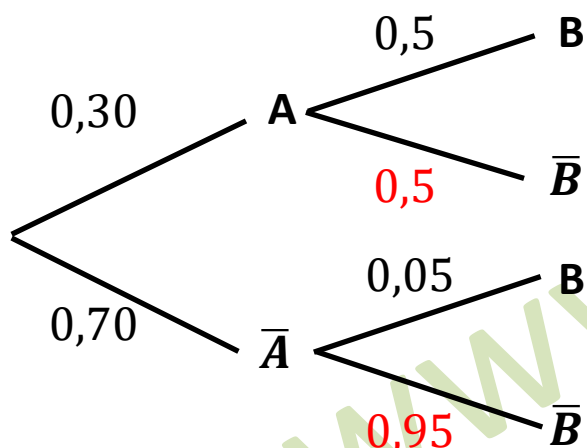
a) La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A = el youtuber es talentoso $\bar{A}$ = el youtuber no es talentoso

B = el vídeo se hace viral $\bar{B}$ = el vídeo no se hace viral

Se construye el diagrama de árbol



Aplicamos el teorema de la probabilidad total:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) = 0,30 \cdot 0,5 + 0,70 \cdot 0,05 = 0,185$$

La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral es **0,185 (18,5 %)**.

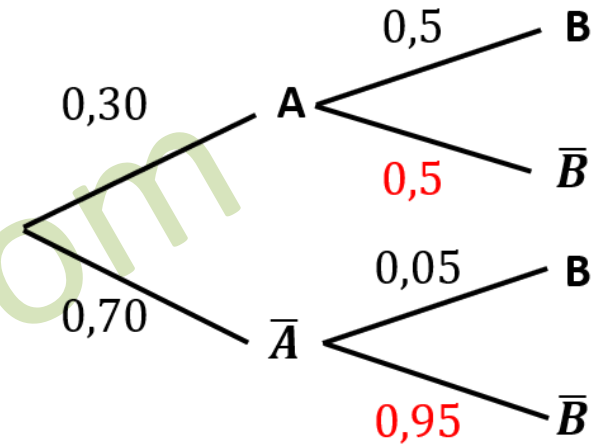
Problema 3

b) La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.

Se aplica el teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(B)} = \frac{0,30 \cdot 0,5}{0,185} \approx 0,8108$$

La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso es **0,8108 (81,08 %)**.



Problema 3

c) La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales.

Sea X el número de vídeos virales.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 4; p = 0,05; q = 1 - 0,05 = 0,95$ $X \sim Bi(4; 0,05)$

Siendo p la probabilidad de que un video de un creador no talentoso se haga viral.

Se calcula la probabilidad pedida: $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^4 = 1 \cdot 1 \cdot 0,95^4 \approx 0,8145$$

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \cdot 0,05^1 \cdot 0,95^3 = 4 \cdot 0,05 \cdot 0,95^3 \approx 0,1715$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0,8145 - 0,1715 \approx 0,014$$

La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales es **0,014 (1,4 %)**.

d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

Sea X el número de vídeos virales.

X es una variable aleatoria binomial donde: $n = 100; p = 0,5; q = 1 - 0,5 = 0,5$ $X \sim Bi(100; 0,5)$

Siendo p la probabilidad de que un video de un creador talentoso se haga viral.

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 40)$

Como puedes comprobar, el proceso para hacer este cálculo de forma exacta es muy tedioso ya que habría que hacer el cálculo de, al menos, 40 probabilidades.

$$P(X \geq 40) = 1 - P(X \leq 39) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - \dots - P(X = 39)$$

Para acortar el cálculo podemos aproximar la variable binomial a una normal. En primer lugar, se verifica que X cumple las condiciones que permiten llevar a cabo la aproximación.

$$n > 30 \longrightarrow 100 > 30 \quad \text{Cumple la primera condición.}$$

$$n \cdot p \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,5 = 50 \geq 5 \quad \text{Cumple la segunda condición.}$$

$$n \cdot q \geq 5 \longrightarrow 100 \cdot 0,5 = 50 \geq 5 \quad \text{Cumple la tercera condición.}$$

Se lleva a cabo la aproximación: $X \sim Bi(n; p) \rightarrow X' \sim N(n \cdot p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$

$$X \sim Bi(100; 0,5) \rightarrow X' \sim N(100 \cdot 0,5; \sqrt{100 \cdot 0,5 \cdot 0,5}) \rightarrow X' \sim N(50; 5)$$

d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

$$X' \sim N(50; 5)$$

Para poder calcular la probabilidad pedida, se debe hacer la corrección de Yates, ya que estamos aproximando una variable aleatoria discreta a una continua.

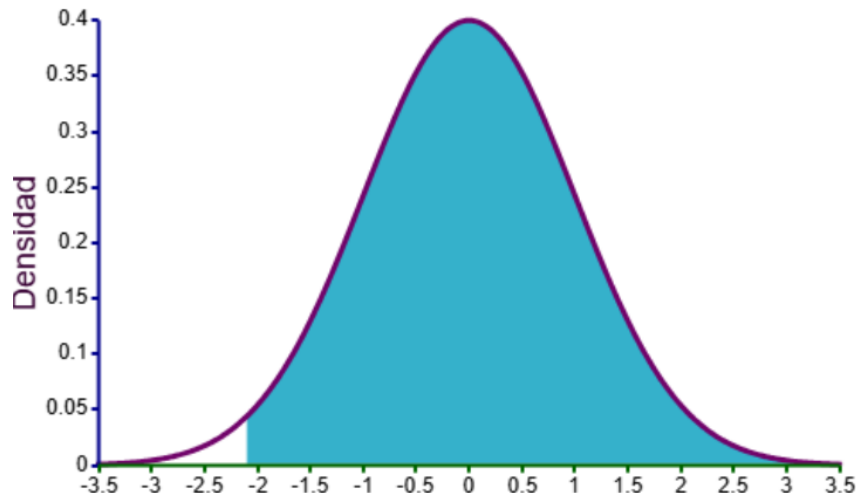
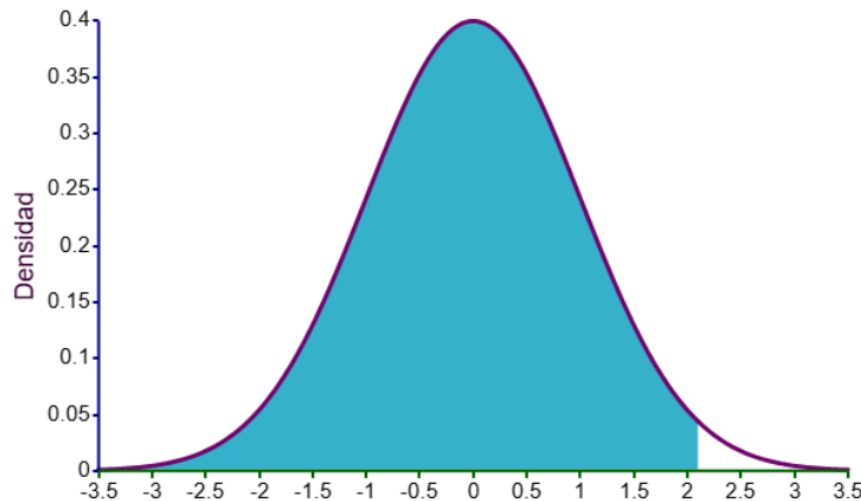
En una variable aleatoria discreta se podría escribir: $P(X \geq 40) = P(X > 39)$

En una variable aleatoria continua se podría escribir: $P(X' \geq 40) = P(X' > 40)$

Como aproximamos una variable discreta por una continua, aplicamos corrección por continuidad:

$$P(X \geq 40) = P(X > 39) \approx P(X' > 39,5) = P(X' \geq 39,5)$$

$$\text{Ahora ya podemos tipificar: } P(X' > 39,5) = P\left(Z > \frac{39,5 - 50}{5}\right) = P(Z > -2,1) = P(Z < 2,1)$$



d) La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

$$X' \sim N(50; 5)$$

Calculo $P(Z < 2,1)$ utilizando la tabla que se proporciona en el examen

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

Por lo tanto, $P(Z < 2,1) = 0,9821$

La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales es **0,9821** (98,21%).