El problema del día

Selectividad C. Valenciana

Matemáticas Aplicadas a las CCSS

Opción A, Problema 1

Junio 2019

Planteamiento y resolución de un problema de programación lineal

El Enunciado

Un inversor dispone de 9000 euros y quiere invertir en dos tipos de productos financieros: A y B. La inversión en el producto A debe superar los 5000 euros y, además, esta debe ser el doble, al menos, que la inversión en el producto B. Se sabe que la rentabilidad del producto A es del, 2,7% y la del producto B del 6,3%.

a) ¿Cuánto ha de invertir en cada producto para que la rentabilidad sea máxima?

b) ¿Cuál es esa rentabilidad máxima?

Planteamiento del problema

En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x="cantidad invertida en el producto A"

y="cantidad invertida en el producto B"

A partir de los datos del problema definimos las restricciones.

- "Un inversor dispone de 9000 euros" → **$x+y\leq 9000$**
- "La inversión en A debe superar los 5000 euros" → **$x\geq 5000$**
- "La inversión en A debe ser el doble, al menos, que en B" → **$x\geq 2y$**
- Como las variables x e y representan dinero deben ser mayores o iguales a cero. **$x\geq 0$ e $y\geq 0$**

La función beneficio la obtenemos también de los datos del problema.

A renta al 2´7 % y B al 6´3%. La rentabilidad total será: $\frac{2'7}{100}x+\frac{6'3}{100}y=0'027x+0'063y$

Por lo que la función objetivo será: $\boldsymbol{z=0'027x+0'063y}$

Planteamiento del problema

Quedando el planteamiento definitivo así:

Maximizar $\boldsymbol{z = 0'027x + 0'063y}$

$$s.a.\begin{cases} x + y \leq 9000 \\ x \geq 5000 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

$(a)\ x + y \leq 9000$

Expreso la recta: $x + y = 9000$

Se dan valores para representar:

x	y
0	9000
9000	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

1*0+1*0≤9000 → Si Cumple

$(b)\ x \geq 2y$

Expreso la recta: $x = 2y$

Se dan valores para representar:

x	y
0	0
9000	4500

Compruebo si el (10,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

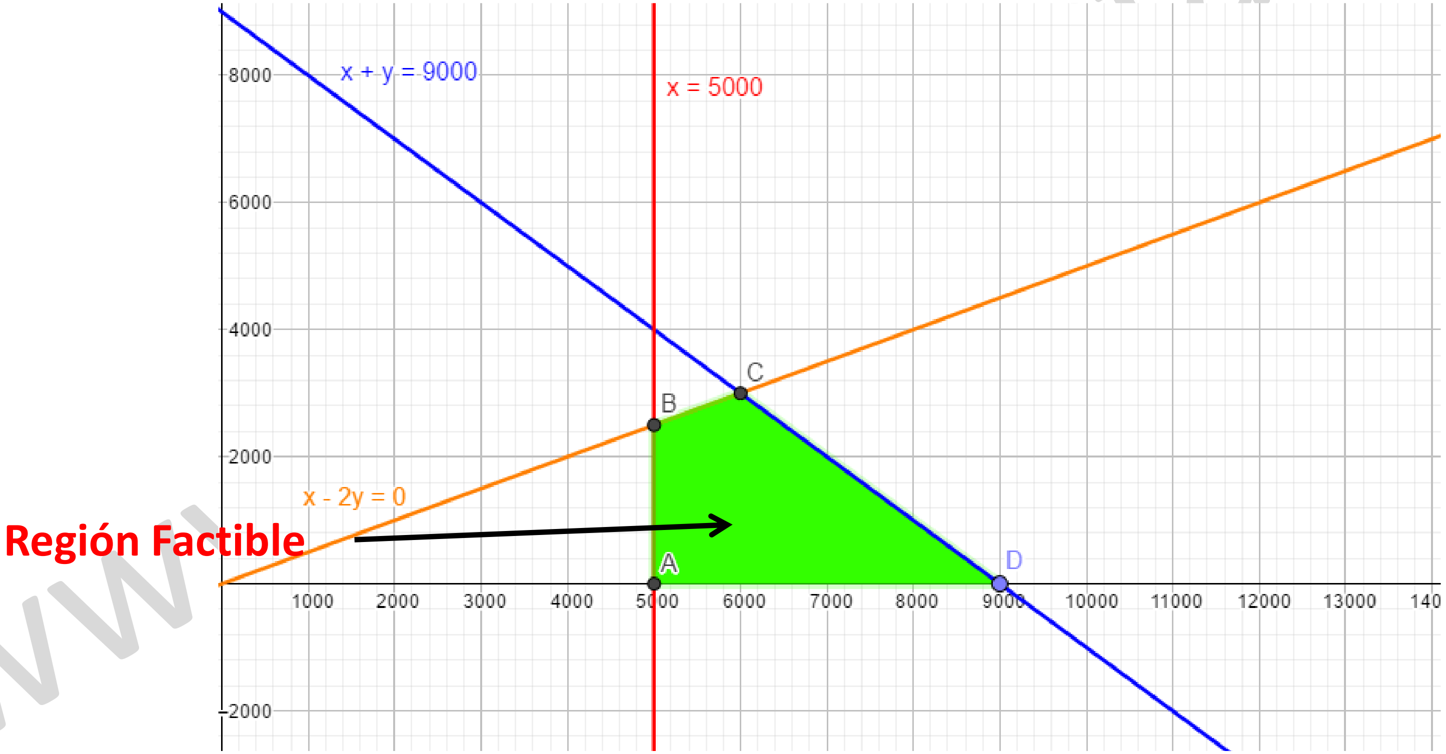
10≥2*0 → Si Cumple

Resolución del problema

La restricción x≥5000 es una línea vertical, por lo que no hacen falta cálculos.

Las restricciones x≥0 e y≥0, definen el primer cuadrante como área de trabajo.

Ahora ya podemos proceder a representar las inecuaciones y a encontrar la región factible.



Resolución del problema

Debemos calcular los vértices B y C, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. A=(5000,0), D=(9000,0).

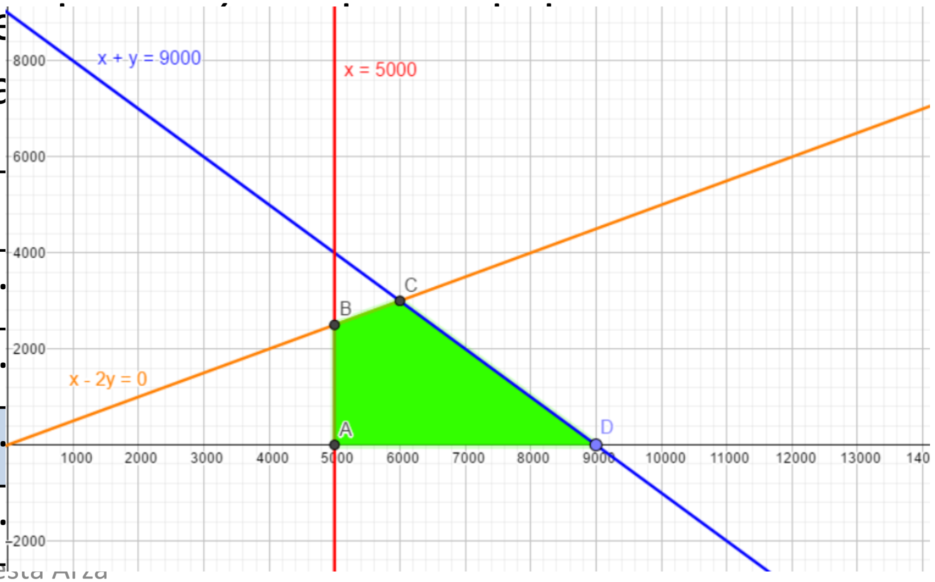
Para calcular los vértices B y C, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan.

$$Vértice\ B: \begin{cases} x = 5000 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5000 \\ y = 2500 \end{cases} \rightarrow B = (5000{,}2500)$$

$$Vértice\ C: \begin{cases} x + y = 9000 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6000 \\ y = 3000 \end{cases} \rightarrow C = (6000{,}3000)$$

El máximo de la función z en la región se
de la región. Calculemos los valores de la

Vértice	x	y	
A	5000	0	0’027·
B	5000	2500	0’027·
C	6000	3000	0’027·
D	9000	0	0’027·



Solución

Por tanto, como se observa en la tabla.

a) Para que la rentabilidad sea máxima debe invertir 6000 euros en el producto A y 3000 euros en el producto B.

b) La rentabilidad máxima será de 351€.

Vértice	x	y	$z = 0'027x + 0'063y$
A	5000	0	0’027·5000 + 0’063·0 = 135
B	5000	2500	0’027·5000 + 0’063·2500 = 292’5
C	6000	3000	0’027·6000 + 0’063·3000 =351
D	9000	0	0’027·9000 + 0’063·0 = 243