Selectividad Comunidad Valenciana

Matemáticas CC.SS

Junio 2021

Problema 1

Problema de programación lineal

ADVERTENCIA

- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

1) Planteamiento de problemas de programación lineal.
2) Problema de la dieta.

Herramientas utilizadas:

1) Sistemas de Inecuaciones con dos incógnitas.
2) Representación gráfica de inecuaciones.

El Enunciado
Planteamiento

En una explotación ganadera se crían 100 animales. **<u>Cada ejemplar</u>** necesita **<u>diariamente</u>** como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos de vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros.

a) ¿Cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar **<u>semanalmente</u>** para minimizar el coste?

b) ¿Cuál sería dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x=número de sacos **<u>semanales</u>** de la marca A.
y=número de sacos **<u>semanales</u>** de la marca B.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

	Número de Sacos	Kg pienso animal	Kg de pienso vegetal	Coste del saco
A	x	7	3	12 €
B	y	6	4	11 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

"**<u>Cada ejemplar</u>** necesita **<u>diariamente</u>** como mínimo 5 kg de piensos de origen animal" ⟶ $7x + 6y \geq 3500$

"y 3 kg de piensos de origen vegetal" ⟶ $3x + 4y \geq 2100$

"restricciones triviales" ⟶ $x \in N; y \in N$

La función objetivo está definida por el coste: **z = 12x + 11y**

Planteamiento

Resolución

Quedando el planteamiento definitivo así:

Minimizar z=12x+11y

$$s.a.\begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x \in N; y \in N \end{cases}$$

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

$(\boldsymbol{a})\quad 7x + 6y \geq 3500$

Expreso la recta: $7x + 6y = 3500$

Se dan valores para representar:

x	y
0	583’33
500	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\mathbf{7 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \geq 3500}$ → **No Cumple**

$(\boldsymbol{b})\quad 3x + 4y \geq 2100$

Expreso la recta: $3x + 4y = 2100$

Se dan valores para representar:

x	y
0	525
700	0

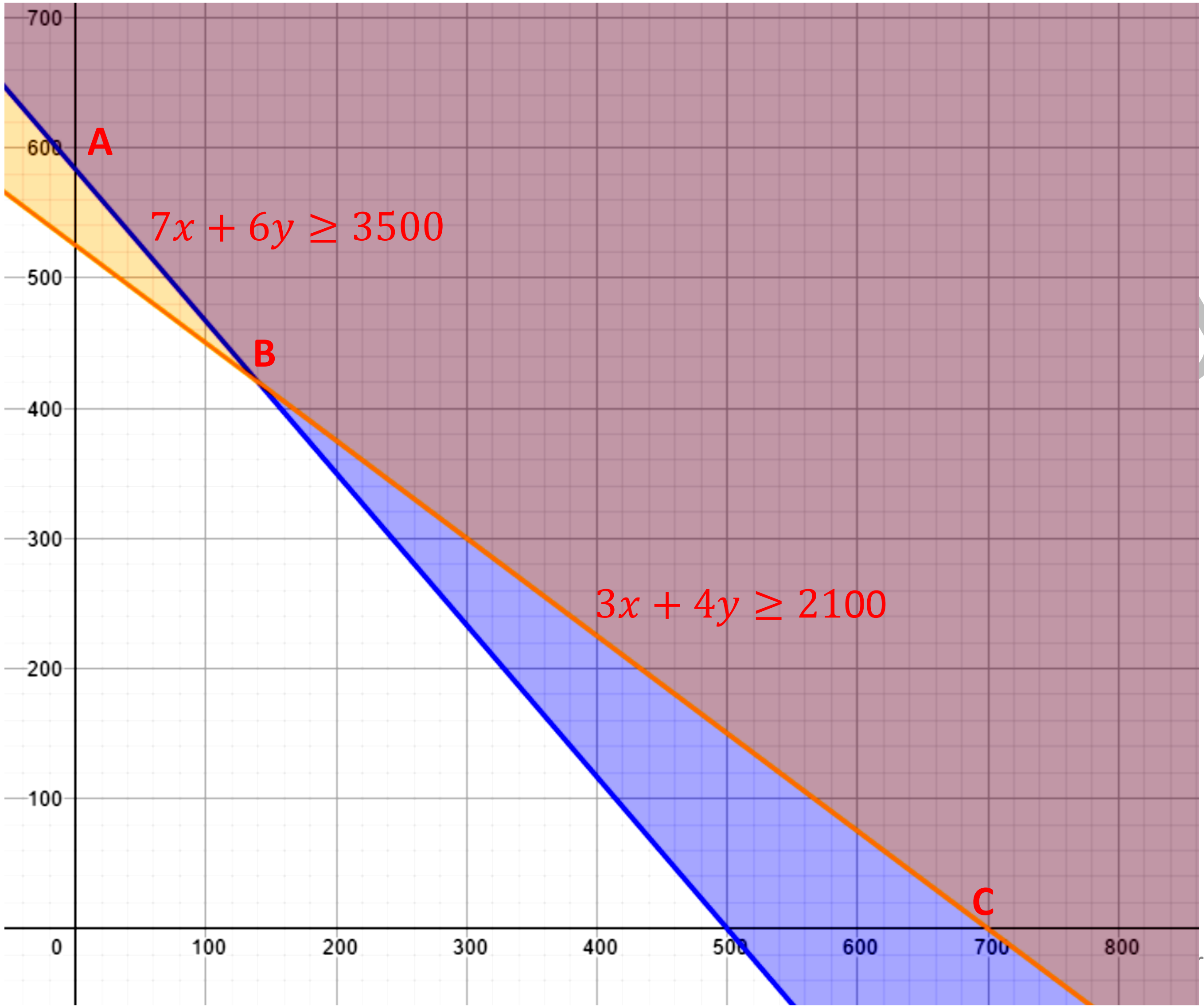
Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución sustituyendo en la inecuación

$\mathbf{3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 2100}$ → **No Cumple**

Resolución del problema

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$s.a.\begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x \in N; y \in N \end{cases}$$



x	y
0	583’33
500	0

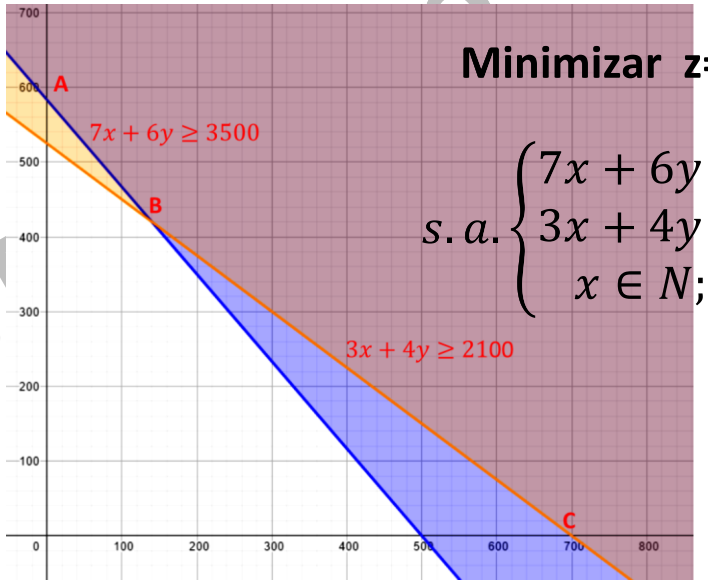
x	y
0	525
700	0

Debemos calcular **el vértice B**, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. **A=(0,583’33)** y **C=(700,0)**.

Resolución del problema

Para calcular el vértice B, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan.

$$\begin{cases} 7x + 6y = 3500 \\ 3x + 4y = 2100 \end{cases}$$



Minimizar z=12x+11y

$$s.a. \begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x \in N; y \in N \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3500 & 6 \\ 2100 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{1400}{10} = 140 \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 3500 \\ 3 & 2100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{4200}{10} = 420$$

Siendo el vértice B=(140,420).

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	z=12x+11y
0	**583’33**	12·0+11·583’33=6416’67
140	**420**	12·140+11·420=6300 (Mínimo)
700	**0**	12·700+11·0=8400

Solución

Solución: La combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste es: **140 sacos de la marca A y 420 sacos de la marca B**. Con esta combinación el coste semanal para mantener a los 100 animales, será mínimo, y **será de 6300€.**

x	y	z=12x+11y
0	**583’33**	12·0+11·583’33=6416’67
140	**420**	12·140+11·420=6300 (Mínimo)
700	**0**	12·700+11·0=8400