

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 1

Problema de programación lineal



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Planteamiento de problemas de programación lineal.
- 2) Problema de la dieta.

Herramientas utilizadas:

- 1) Sistemas de Inecuaciones con dos incógnitas.
- 2) Representación gráfica de inecuaciones.



Problema de Programación Lineal

En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos de vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros.

- a) ¿Cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste?
- b) ¿Cuál sería dicho coste mínimo?

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

x = número de sacos semanales de la marca A.
 y = número de sacos semanales de la marca B.

	Número de Sacos	Kg pienso animal	Kg de pienso vegetal	Coste del saco
A	x	7	3	12 €
B	y	6	4	11 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

$$\begin{array}{lcl} \text{"Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal"} & \longrightarrow & 7x + 6y \geq 3500 \\ \text{"y 3 kg de piensos de origen vegetal"} & \longrightarrow & 3x + 4y \geq 2100 \\ \text{"restricciones triviales"} & \longrightarrow & x \in \mathbb{N}; y \in \mathbb{N} \end{array}$$

La función objetivo está definida por el coste: $z = 12x + 11y$

Planteamiento

Quedando el planteamiento definitivo así:

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar } z=12x+11y \\ \text{s. a. } \begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x \in N; y \in N \end{cases} \end{array}$$

En primer lugar hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

(a) $7x + 6y \geq 3500$

Expreso la recta: $7x + 6y = 3500$

Se dan valores para representar:

x	y
0	583'33
500	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$7 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \geq 3500 \rightarrow \text{No Cumple}$$

(b) $3x + 4y \geq 2100$

Expreso la recta: $3x + 4y = 2100$

Se dan valores para representar:

x	y
0	525
700	0

Compruebo si el (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 2100 \rightarrow \text{No Cumple}$$

Resolución del problema

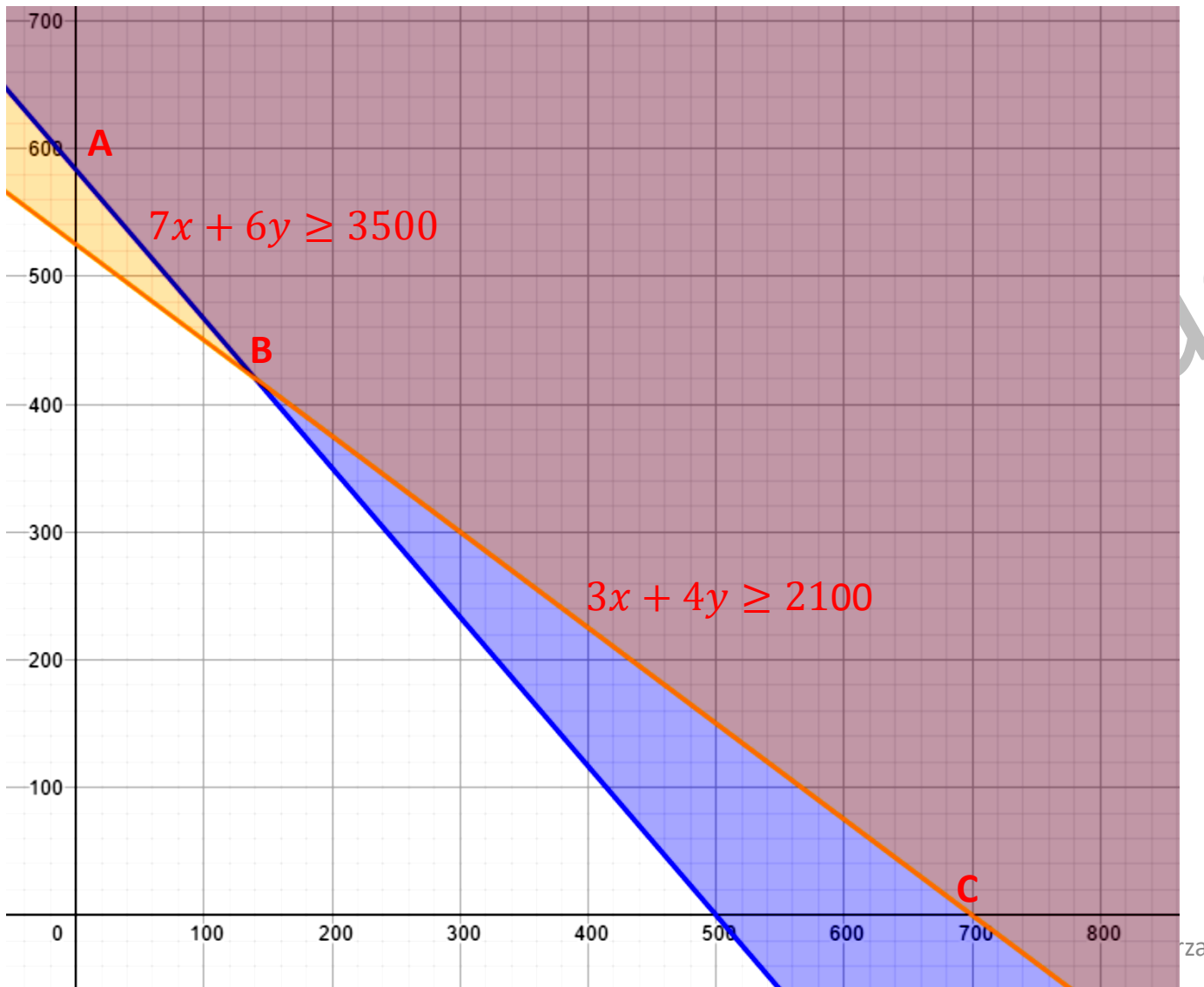
Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$\text{s. a. } \begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x \in N; y \in N \end{cases}$$

x	y
0	583'33
500	0

x	y
0	525
700	0

Debemos calcular **el vértice B**, puesto que los otros ya los tenemos de los cálculos previos. **A=(0,583'33)** y **C=(700,0)**.



Resolución del problema

Para calcular el vértice B, se debe resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cortan.

$$\begin{cases} 7x + 6y = 3500 \\ 3x + 4y = 2100 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

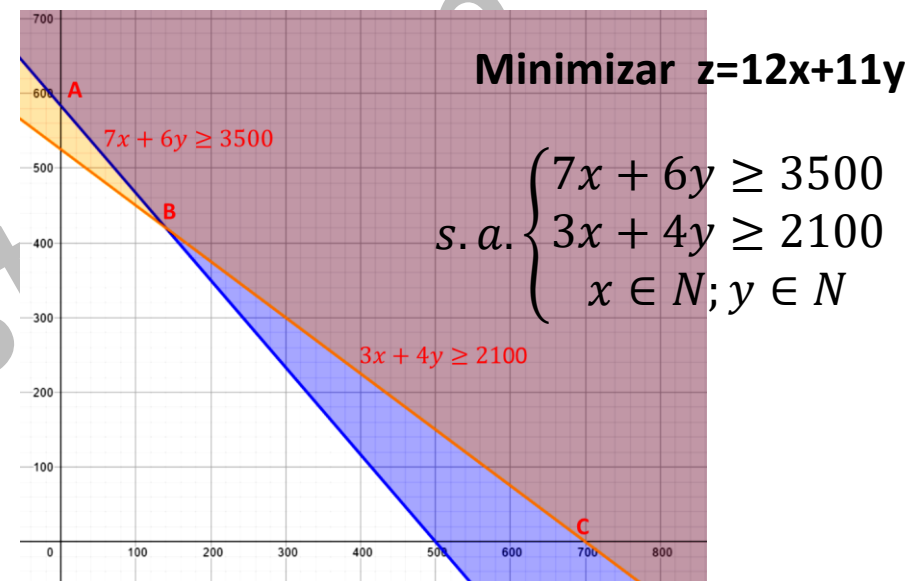
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3500 & 6 \\ 2100 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{1400}{10} = 140$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 3500 \\ 3 & 2100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{4200}{10} = 420$$

Siendo el vértice **B=(140,420)**.

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z=12x+11y$
0	583'33	$12 \cdot 0 + 11 \cdot 583'33 = 6416'67$
140	420	$12 \cdot 140 + 11 \cdot 420 = 6300$ (Mínimo)
700	0	$12 \cdot 700 + 11 \cdot 0 = 8400$



Solución

Solución: La combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste es: **140 sacos de la marca A y 420 sacos de la marca B**. Con esta combinación el coste semanal para mantener a los 100 animales, será mínimo, y **será de 6300€**.

x	y	$z=12x+11y$
0	583'33	$12 \cdot 0 + 11 \cdot 583'33 = 6416'67$
140	420	$12 \cdot 140 + 11 \cdot 420 = 6300$ (Mínimo)
700	0	$12 \cdot 700 + 11 \cdot 0 = 8400$

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 2

Problema de sistemas de ecuaciones



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Planteamiento un sistema de ecuaciones.
- 2) Regla de Cramer

Herramientas utilizadas:

- 1) Cálculo de determinantes



Plata Entrenamiento

En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará el 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. **¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?**

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

Se calculan los valores a los que se aplican los porcentajes.

x=número de trabajadores de categoría A.

y=número de trabajadores de categoría B.

z=número de trabajadores de categoría C.

$1'04 \cdot 800 = \mathbf{832 \text{ euros}}$ “se incrementará **en un 4%** el salario a los trabajadores de la categoría A” (que es 800 euros)

$0'90 \cdot 2000 = \mathbf{1800 \text{ euros}}$ “se rebajará **el 10%** el salario a los trabajadores de la categoría C” (que es 2000 euros)

$0'98 \cdot 62000 = \mathbf{60760 \text{ euros}}$ “el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes” (que es 62000 euros originalmente)

Planteamiento

Se plantean ahora las ecuaciones que define el enunciado.

“En una empresa de 57 trabajadores” $\longrightarrow x + y + z = 57$

“en este mes ha sido de 62000 euros” $\longrightarrow 800x + 1000y + 2000z = 62000$

“Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará el 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes” $\longrightarrow 832x + 1000y + 1800z = 60760$

Quedando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 800x + 1000y + 2000z = 62000 \\ 832x + 1000y + 1800z = 60760 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} :200 \\ :8 \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 57 \\ 4x + 5y + 10z = 310 \\ 104x + 125y + 225z = 7595 \end{cases}$$

Resolución

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 4x + 5y + 10z = 310 \\ 104x + 125y + 225z = 7595 \end{cases}$$

Si quieres repasar matrices y determinantes tengo un curso en este mismo canal. ¡BÚSCALO!



Resolveré el sistema de ecuaciones utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 57 & 1 & 1 \\ 310 & 0'5 & 0'8 \\ 7595 & 4 & 3'5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 10 \\ 104 & 125 & 225 \end{vmatrix}} = \frac{-150}{-5} = 30 \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 57 & 1 \\ 4 & 310 & 10 \\ 104 & 7595 & 225 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 10 \\ 104 & 125 & 225 \end{vmatrix}} = \frac{-80}{-5} = 16$$

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 57 \\ 4 & 5 & 310 \\ 104 & 125 & 7595 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 10 \\ 104 & 125 & 225 \end{vmatrix}} = \frac{-55}{-5} = 11$$

Solución: Hay **30** trabajadores de la categoría A, **16** de la B y **11** de la C.

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 3

Análisis de una función

El Enunciado

Dada la función $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$, se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera.
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Los máximos y mínimos locales.
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

Solución:

Para calcular el dominio se iguala el denominador a cero.

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \text{ lo cual implica que el Dominio es: } \boxed{\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes:

$$\text{Eje } Y (x = 0) \rightarrow f(0) = \frac{1 - 0^2}{0^2 - 4} = \frac{1}{-4} \rightarrow \boxed{A = \left(0, -\frac{1}{4}\right)}$$

$$\text{Eje } X (y = 0) \rightarrow \frac{1 - x^2}{x^2 - 1} = 0 \rightarrow 1 - x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \boxed{B = (1, 0)} \\ \boxed{C = (-1, 0)} \end{matrix}$$

Asíntotas

Para estudiar las **asíntotas verticales**, nos fijamos en los puntos que están fuera del dominio. En ellos es posible que haya asíntotas verticales.

Calculo los límites de la función en esos puntos y lo comprobamos.

$$\text{En } x=-2; \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0} \longrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \end{cases}, \text{ luego } \boxed{x = -2 \text{ es A.V. de } f(x)}$$

$$\text{En } x=2; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0} \longrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \end{cases}, \text{ luego } \boxed{x = 2 \text{ es A.V. de } f(x)}$$

Los valores de los límites laterales nos aportan información para poder representar mas fácilmente la función en el último apartado.

La **asíntota horizontal** se calcula con el límite en infinito.

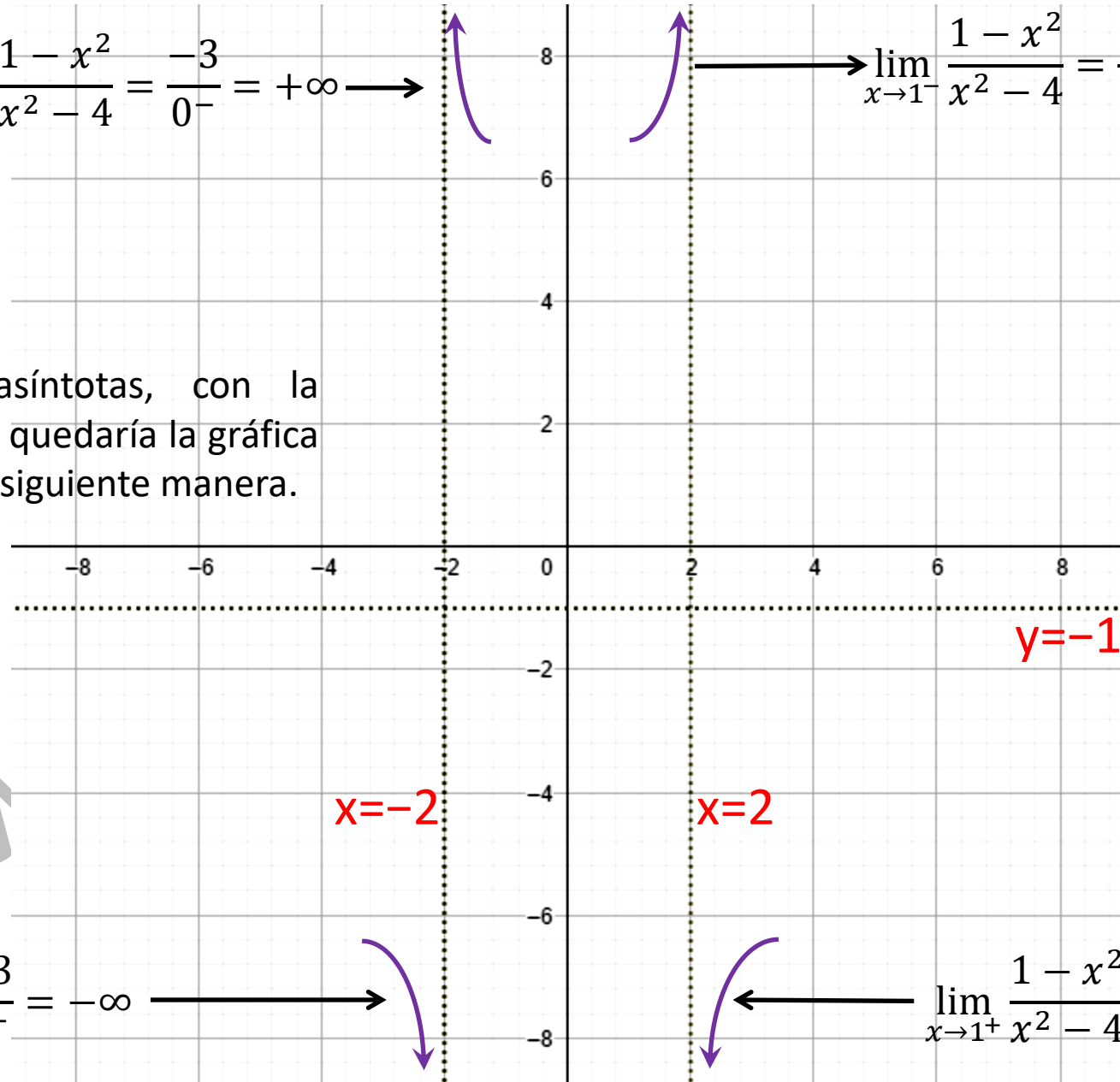
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1, \text{ luego } \boxed{y = -1 \text{ es A.H. de } f(x)}$$

Esbozo Asíntotas

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-3}{0^-} = +\infty \rightarrow$$
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

Si representamos las asíntotas, con la información que tenemos, quedaría la gráfica de forma provisional de la siguiente manera.

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$



Estudio de la monotonía

Se calcula la derivada.

$$f'(x) = \frac{-2x \cdot (x^2 - 4) - (1 - x^2) \cdot (2x)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{6x}{(x^2 - 4)^2}$$

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$$

Igualamos la derivada a cero:

$$\frac{6x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \longrightarrow 6x = 0 \longrightarrow x = 0$$

Se estudia el signo de la derivada:

	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$	
$f(x)$					

$f(x)$ es **decreciente** en $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ y **creciente** en $x \in (0, 2) \cup (2, +\infty)$.

Máximos y mínimos

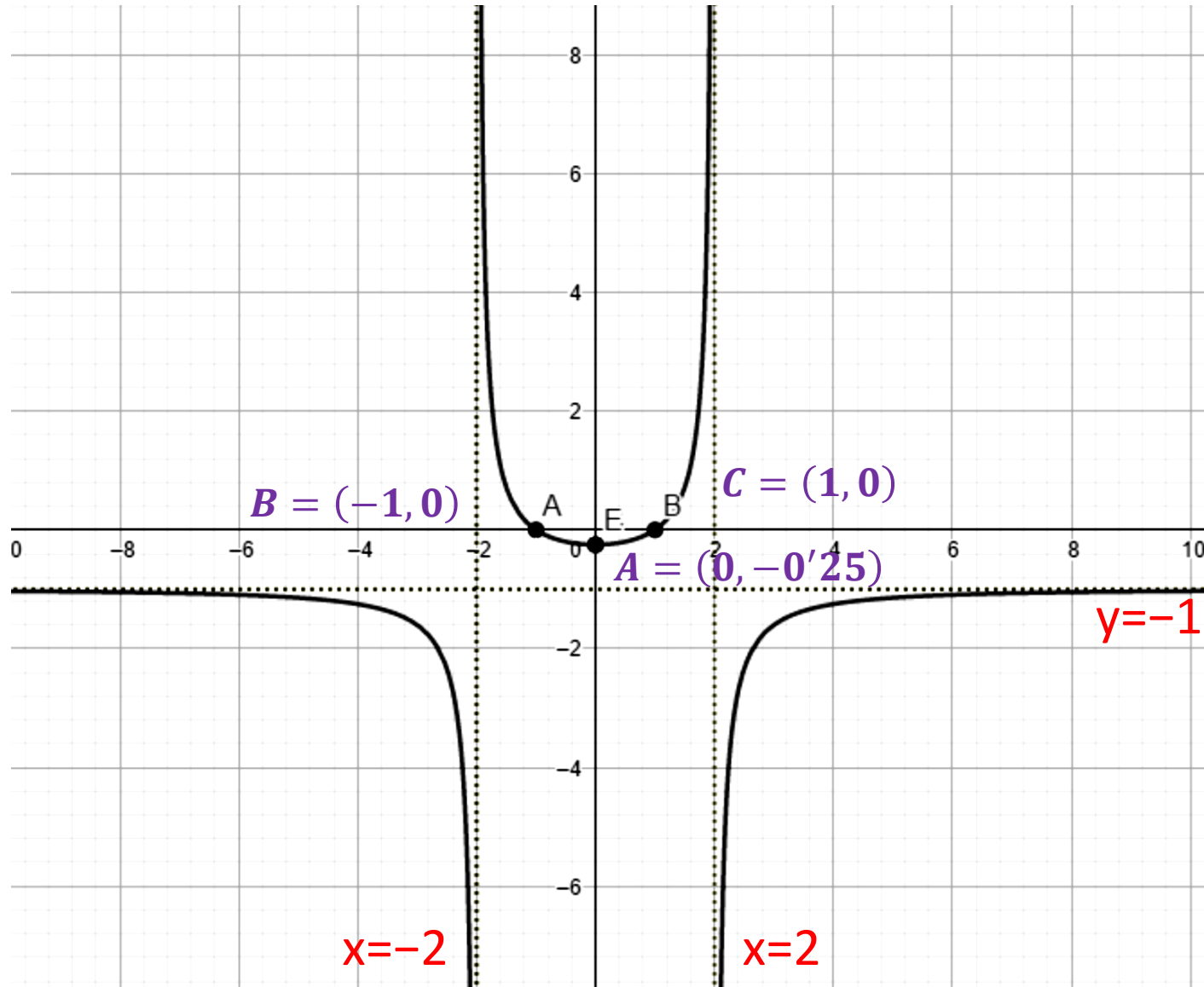
A partir del estudio de signos de la derivada y del estudio de la monotonía de la función, podemos deducir los valores de x en los que la función presenta máximos o mínimos relativos.

	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$	
$f(x)$					

Se observa en el cuadro que la función tiene un mínimo relativo en $x=0$.

Mínimo: $(0, f(0)) = \left(0, -\frac{1}{4}\right) = (0, -0'25)$

Representación Gráfica



Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 4

Optimización de una función cuadrática

El enunciado

Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable x representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

- a) Calcula la capacidad de la explotación en 1980.
- b) Calcula cuanto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos).
- c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100}$$

Calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento.

Solución:

La capacidad de la explotación en 1980 se obtiene sustituyendo x por 0 en la función dada.

$$f(0) = 36600 + 1500 \cdot 0 - 15 \cdot 0^2 = 36600$$

La capacidad de la explotación en 1980 será 36600 miles de m³ de gas.

Resolución

b) Calcula cuanto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos).

Puesto que la función es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo, sabemos que el máximo está en el vértice.

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2 \quad \text{Siendo: } a=-15; b=1500; c=36600$$

$$v_x = \frac{-b}{2a} \longrightarrow v_x = \frac{-1500}{2 \cdot (-15)} = 50$$

Deben pasar 50 años para alcanzar el máximo de la producción.

Para calcular la capacidad máxima, se sustituye en la función $x=50$.

$$f(50) = 36600 + 1500 \cdot 50 - 15 \cdot 50^2 = 74100$$

Ese año se extraerán 74100 miles de m³ de gas.

También se podría haber resuelto el ejercicio con ayuda de las derivadas.

$$f'(x) = -30x + 1500 \longrightarrow -30x + 1500 = 0 \longrightarrow x = 50$$

Se calcula ahora la segunda derivada. Se sustituye en $x=50$

$$f''(x) = -30 \longrightarrow f''(50) = -30 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa, eso significa que en $x=50$ hay un máximo relativo, tal como habíamos calculado anteriormente.

Resolución

c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100}$$

Calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento.

Para que la explotación deje de ser rentable, $g(x) < 0 \longrightarrow 3 - \frac{3x^2}{12100} < 0$

Se calculan los ceros de la función. $3 - \frac{3x^2}{12100} = 0 \longrightarrow 3 = \frac{3x^2}{12100} \longrightarrow 12100 = x^2 \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 110 \\ x_2 = -110 \end{cases}$

Se estudia el signo de la función:

x	0	110	$+\infty$
g(x)		+	-

$$g(1) = 3 - \frac{3 \cdot 1^2}{12100} > 0 \quad g(200) = 3 - \frac{3 \cdot 200^2}{12100} < 0$$

Es decir, la función $g(x)$ es positiva cuando x está comprendida entre 0 y 110.

Para calcular la capacidad, se sustituye 110 en $f(x)$.

Deberán pasar 110 años para que la explotación deje de ser rentable.

$$f(110) = 36600 + 1500 \cdot 110 - 15 \cdot 110^2 = 20100$$

La capacidad del depósito sería 20100 miles de m^3 .

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 5
Probabilidad



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.



Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Fórmulas de la probabilidad.
- 2) Probabilidad condicionada. Independencia de sucesos.



Resolución

Si A y B son sucesos tales que $P(A)=0'4$, $p(B/A)=0'25$ y $P(B^c)=0'75$, se pide:

- a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué? b) Calcula $P(A \cup B)$. c) Calcula $P(A/B^c)$
d) Calcula $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$

Solución:

En primer lugar utilizo la fórmula de la probabilidad condicionada.

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \longrightarrow P(B \cap A) = P(B/A) \cdot P(A) = 0'25 \cdot 0'4 = \mathbf{0'1} \text{ Probabilidad de la intersección.}$$

Calculo $P(B)$ utilizando la complementariedad de sucesos. $P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - 0'75 = \mathbf{0'25}$

Dos sucesos A y B son independientes si: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \longrightarrow 0'1 = 0'4 \cdot 0'25$ 

Ello nos permite afirmar que los sucesos son independientes.

Utilizo la fórmula de la unión. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'4 + 0'25 - 0'1 = \mathbf{0'55}$

Utilizo la fórmula de la probabilidad condicionada de nuevo.

$$P(A/B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B^c)} = \frac{0'4 - 0'1}{0'75} = \mathbf{0'4}$$

Resolución

Si A y B son sucesos tales que $P(A)=0'4$, $p(B/A)=0'25$ y $P(B^c)=0'75$, se pide:

- a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué? b) Calcula $P(A \cup B)$. c) Calcula $P(A/B^c)$
d) Calcula $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$

Solución:

Aplicaremos las leyes de Morgan para calcular las probabilidades del apartado d).

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0'55 = \mathbf{0'45}$$

$$P(A^c \cup B^c) = P((A \cap B)^c) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0'1 = \mathbf{0'90}$$

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2021



Problema 6
Probabilidad

El enunciado

Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4'7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4'7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

- a) Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan teléfono móvil de 4'7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas.
- b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.
- c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4'7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

Planteamiento del problema

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A = Teléfono de 4 pulgadas **B** = Teléfono de 4'7 pulgadas **C** = Teléfono de 5 pulgadas

D = Utiliza protector de pantalla **$\bar{D}$** = No Utiliza protector de pantalla

Tomamos datos del enunciado.

"el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas" → $P(A) = 0'30$

"30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla" → $P(D/A) = 0'30$

"Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4'7 pulgadas" → $P(D/B) = 0'25$

"y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas." → $P(D/C) = 0'40$

A partir de estos datos, representaremos un diagrama de árbol que muestre todas las posibilidades. Aunque como se puede ver, faltan datos para completar el árbol.

Diagrama de árbol

Para calcular x e y , debo utilizar el dato que nos dan al inicio del apartado a):

“Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla” $\rightarrow P(D)=0'34$

Aplico el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C)$$

$$0'34 = 0'3 \cdot 0'3 + x \cdot 0'25 + y \cdot 0'4 \rightarrow 0'25x + 0'4y = 0'25$$

Por otro lado, puesto que solo hay 3 tamaños de pantalla:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \rightarrow 0'3 + x + y = 1 \rightarrow x + y = 0'7$$

Se resuelve el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 0'25x + 0'4y = 0'25 \\ x + y = 0'7 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'4 \\ 0'7 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-0'03}{-0'15} = 0'2 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'25 \\ 1 & 0'7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0'25 & 0'4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-0'075}{-0'15} = 0'5$$

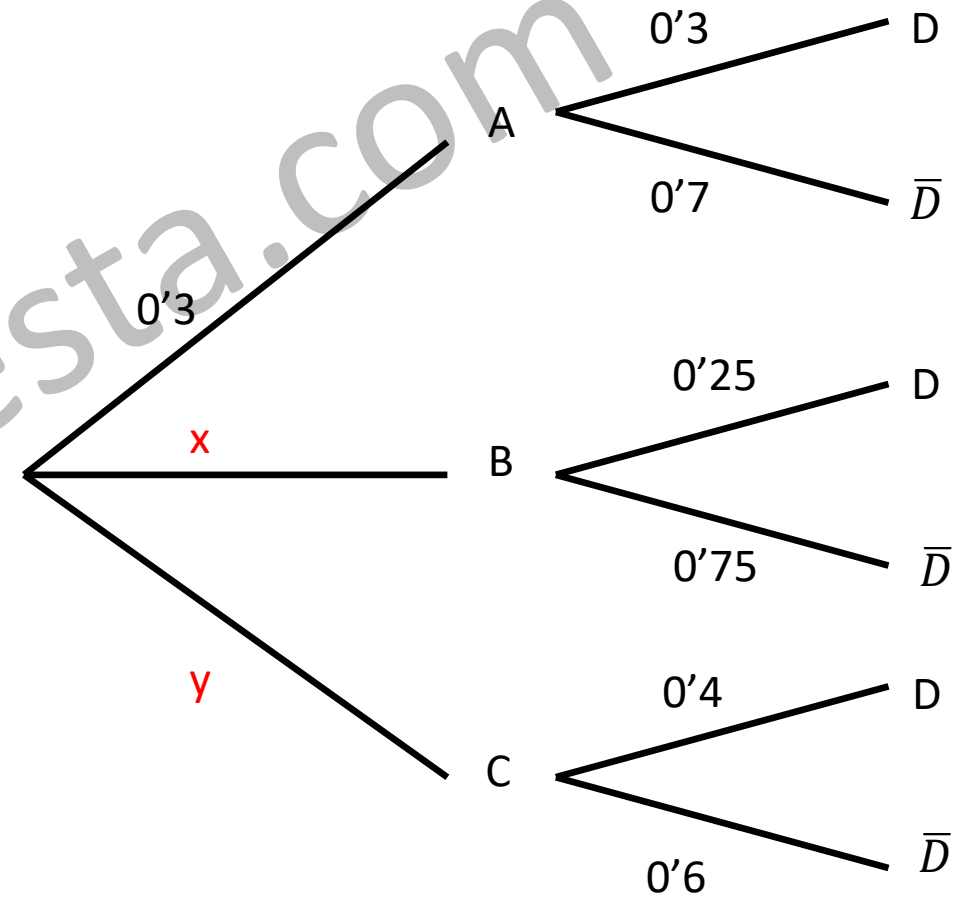


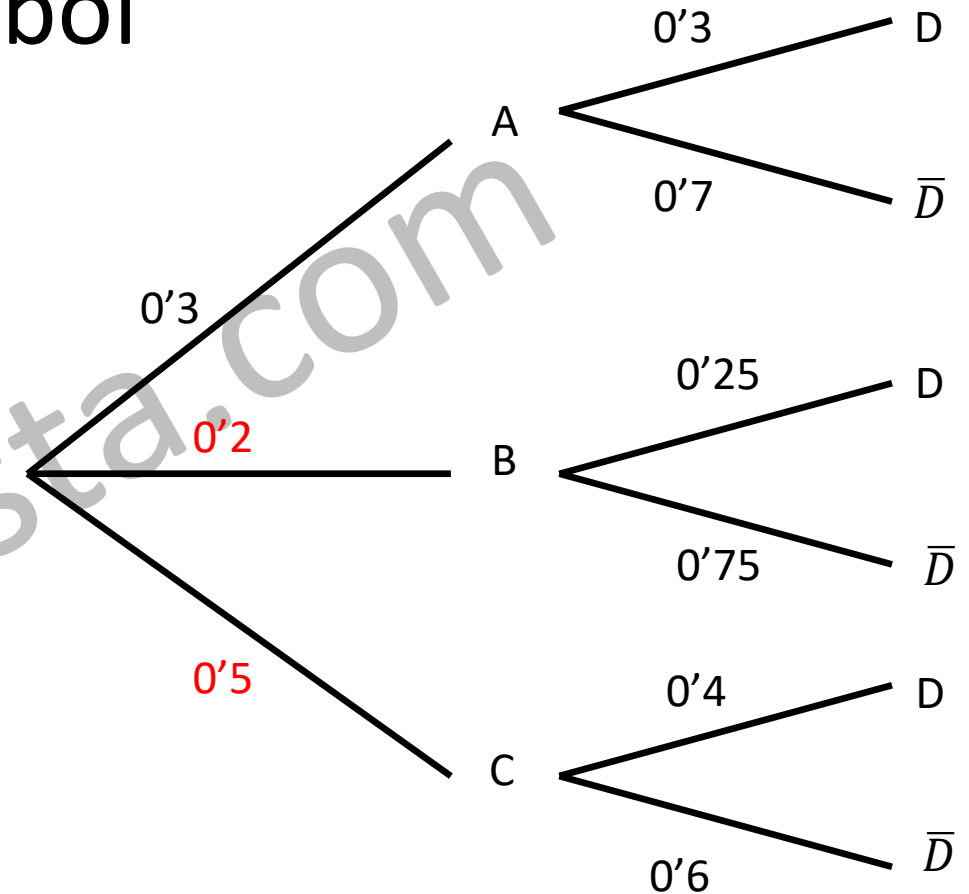
Diagrama de árbol

Por fin ya hemos podido calcular todas las probabilidades del diagrama de árbol. Quedaría tal como puedes ver.

a) Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan teléfono móvil de 4'7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas.

El resultado de este ejercicio ya lo hemos calculado antes, pero lo contestamos ahora.

El porcentaje de personas que usan un teléfono móvil de 4'7 pulgadas es del **20%** y el de personas que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas, es del **50%**.



Resolviendo el problema

b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C) \cdot P(D/C)}{P(D)} = \frac{0'5 \cdot 0'4}{0'34} = 0'5882$$

La probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas es de 0'5882.

c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4'7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(C/(D \cap \bar{B})) = \frac{P(C \cap (D \cap \bar{B}))}{P((D \cap \bar{B}))} = \frac{P(C \cap D)}{P(D) - P(D \cap B)} = \frac{P(C) \cdot P(D/C)}{P(D) - P(B) \cdot P(D/B)} = \frac{0'5 \cdot 0'4}{0'34 - 0'2 \cdot 0'25} = 0'6896$$

La probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas, si su teléfono tiene protector y no es de 4'7 pulgadas, es de **0'6896**.

