

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 2

Programación lineal

Problema 2

Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A se obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

- a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo?
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

x =número de cajas del tipo A.
 y =número de cajas del tipo B.

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

Problema 2

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

“Cada día la *empresa* dispone de 280 tarros de miel de romero” → $2x + y \leq 280$

“300 de miel de azahar” → $2x + 2y \leq 300$

“y 250 de miel multifloral” → $x + 2y \leq 250$

“restricciones triviales” → $x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el beneficio: $z = 7x + 5y$

Problema 2

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Maximizar : $z=7x+5y$

$$\text{s. a.} \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $2x + y \leq 280$

Expreso la recta: $2x + y = 280$

Se dan valores para representar:

x	y
0	280
140	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$2 \cdot 0 + 0 \leq 280 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{2x + y \leq 280\}$$

(b) $2x + 2y \leq 300$

Expreso la recta: $2x + 2y = 300$

Se dan valores para representar:

x	y
0	150
150	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{2x + 2y \leq 300\}$$

(c) $x + 2y \leq 250$

Expreso la recta: $x + 2y = 250$

Se dan valores para representar:

x	y
0	125
250	0

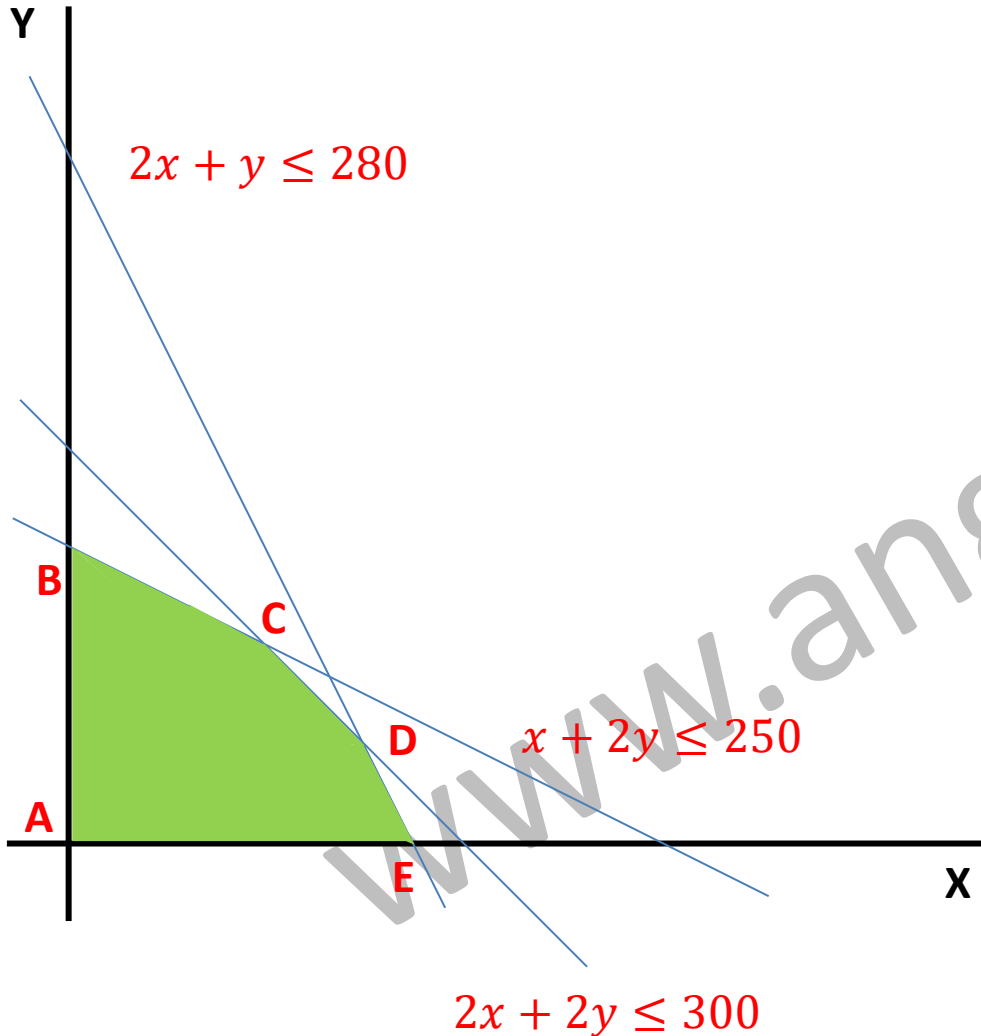
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 250 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{x + 2y \leq 250\}$$

Problema 2

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$\text{s. a.} \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$2x + y = 280$$

x	y
0	280
140	0

$$2x + 2y = 300$$

x	y
0	150
150	0

$$x + 2y = 250$$

x	y
0	125
250	0

$$2 \cdot 0 + 0 \leq 280 \quad (0, 0) \in \{2x + y \leq 280\}$$

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300 \quad (0, 0) \in \{2x + 2y \leq 300\}$$

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 250 \quad (0, 0) \in \{x + 2y \leq 250\}$$

Problema 2

Para calcular los vértices C y D, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A, B y E, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas.

Vértice C:
$$\begin{cases} x + 2y = 250 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 250 & 2 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-100}{-2} = 50 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 250 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-200}{-2} = 100$$

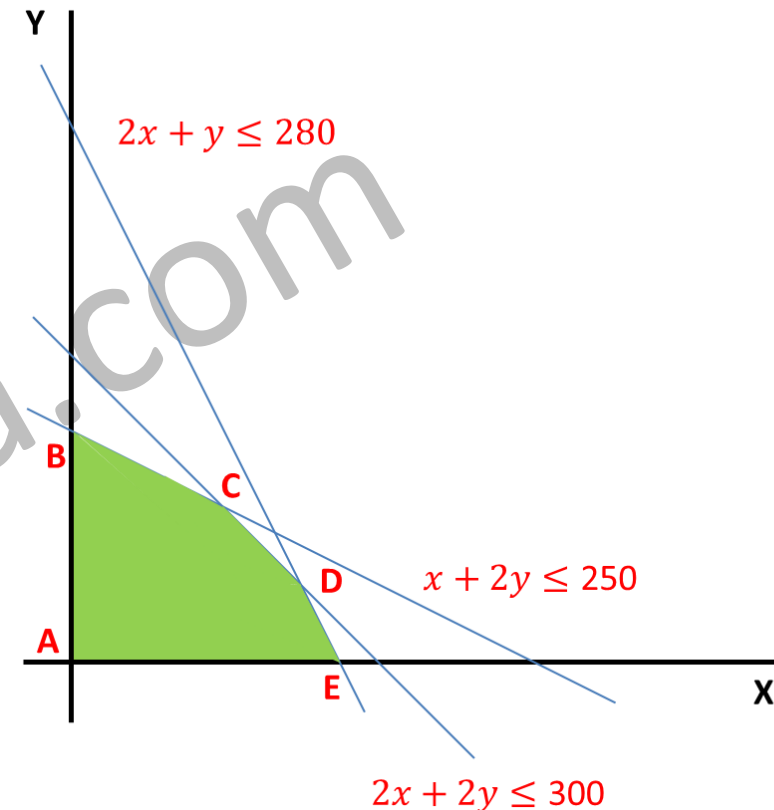
Las coordenadas del vértice C son: **C = (50, 100)**

Vértice D:
$$\begin{cases} 2x + y = 280 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$$
 Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 280 & 1 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{260}{2} = 130 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 280 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{40}{2} = 20$$

Las coordenadas del vértice D son: **D = (130, 20)**

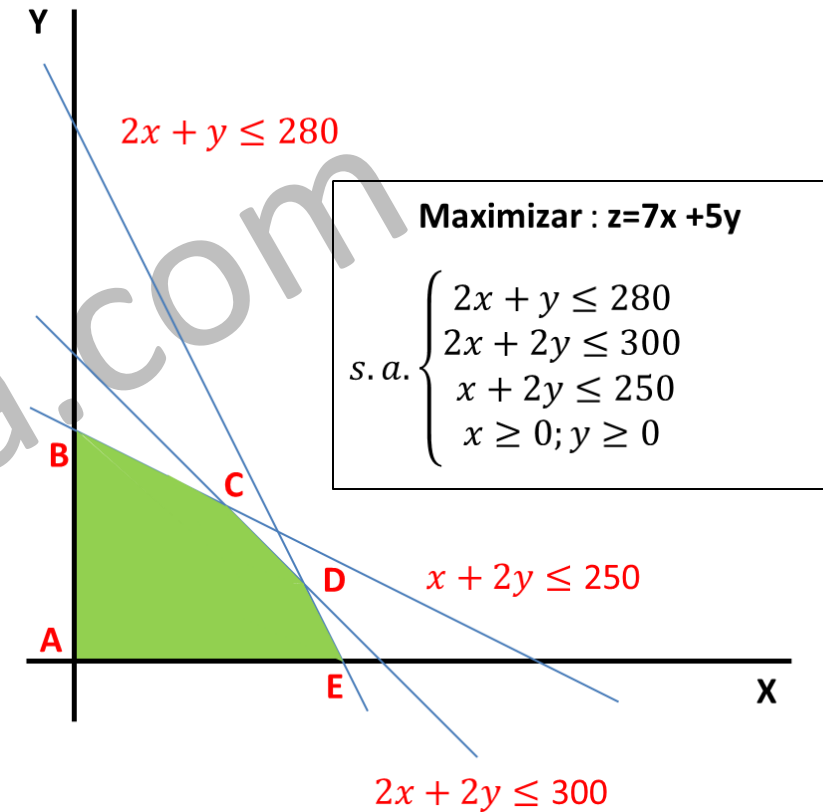
©Angel Cuesta Arza



Problema 2

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z=7x+5y$
0	0	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$
0	125	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 125 = 625$
50	100	$7 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 850$
130	20	$7 \cdot 130 + 5 \cdot 20 = 1010$ (máximo).
140	0	$7 \cdot 140 + 5 \cdot 0 = 980$



Problema 2

Solución: debe comercializar **130 cajas de tipo A** y **20 cajas de tipo B**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio (máximo) será de **1010 euros**.

x	y	$z=7x+5y$
0	0	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$
0	125	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 125 = 625$
50	100	$7 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 850$
130	20	$7 \cdot 130 + 5 \cdot 20 = 1010$ (máximo).
140	0	$7 \cdot 140 + 5 \cdot 0 = 980$