

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 1

Problema de sistemas de ecuaciones



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Planteamiento un sistema de ecuaciones.
- 2) Regla de Cramer

Herramientas utilizadas:

- 1) Cálculo de determinantes



OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



Si quieres repasar matrices y determinantes tengo un curso en este misma canal.



PAU Julio 2021



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020

©Angel Cuesta Arza



PROBLEMA 1

Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler, al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler, y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. **¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?**

Solución: En primer lugar se definen las incógnitas del problema.

x =euros que cobra la agencia por el primer local.
 y =euros que cobra la agencia por el segundo local.
 z =euros que cobra la agencia por el tercer local.

Se plantean ahora las ecuaciones que define el enunciado.

“por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes” $\longrightarrow x + y + z = 1650$

“La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler, al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler, y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia.” $\longrightarrow 0'05x + 0'1y + 0'2z = 132$

“el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos” $\longrightarrow x = 2 \cdot (y + z)$
 $x - 2y - 2z = 0$

PROBLEMA 1

Quedando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 1650 \\ 0'05x + 0'1y + 0'2z = 132 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

Si quieres repasar matrices y determinantes tengo un curso en este misma canal. ¡BÚSCALO!



$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1650 & 1 & 1 \\ 132 & 0'1 & 0'2 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0'05 & 0'1 & 0'2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{330}{0'3} = 1100 \quad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1650 & 1 \\ 0'05 & 132 & 0'2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0'05 & 0'1 & 0'2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{99}{0'3} = 330$$

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1650 \\ 0'05 & 0'1 & 132 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0'05 & 0'1 & 0'2 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{66}{0'3} = 220$$

Solución: Cobra **1100 euros** por el primer alquiler, **330 euros** por el segundo alquiler y por el tercer alquiler cobra **220 euros**.

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 2

Programación lineal

Problema 2

Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A se obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

- a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo?
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución: En primer lugar, se definen las incógnitas del problema.

Resumimos los datos del problema en una tabla.

x =número de cajas del tipo A.
 y =número de cajas del tipo B.

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

Problema 2

		Miel romero	Miel azahar	Miel multifloral	Beneficio
A	x	2	2	1	7 €
B	y	1	2	2	5 €

A partir de la tabla y del enunciado planteamos las restricciones:

"Cada día la <i>empresa</i> dispone de 280 tarros de miel de romero"	→	$2x + y \leq 280$
"300 de miel de azahar"	→	$2x + 2y \leq 300$
"y 250 de miel multifloral"	→	$x + 2y \leq 250$
"restricciones triviales"	→	$x \geq 0; y \geq 0$

La función objetivo está definida por el beneficio: $z = 7x + 5y$

Problema 2

Quedando el planteamiento definitivo así: En primer lugar, hacemos los cálculos para representar las inecuaciones.

Maximizar : $z=7x+5y$

$$\text{s. a.} \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

(a) $2x + y \leq 280$

Expreso la recta: $2x + y = 280$

Se dan valores para representar:

x	y
0	280
140	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$2 \cdot 0 + 0 \leq 280 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{2x + y \leq 280\}$$

(b) $2x + 2y \leq 300$

Expreso la recta: $2x + 2y = 300$

Se dan valores para representar:

x	y
0	150
150	0

Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{2x + 2y \leq 300\}$$

(c) $x + 2y \leq 250$

Expreso la recta: $x + 2y = 250$

Se dan valores para representar:

x	y
0	125
250	0

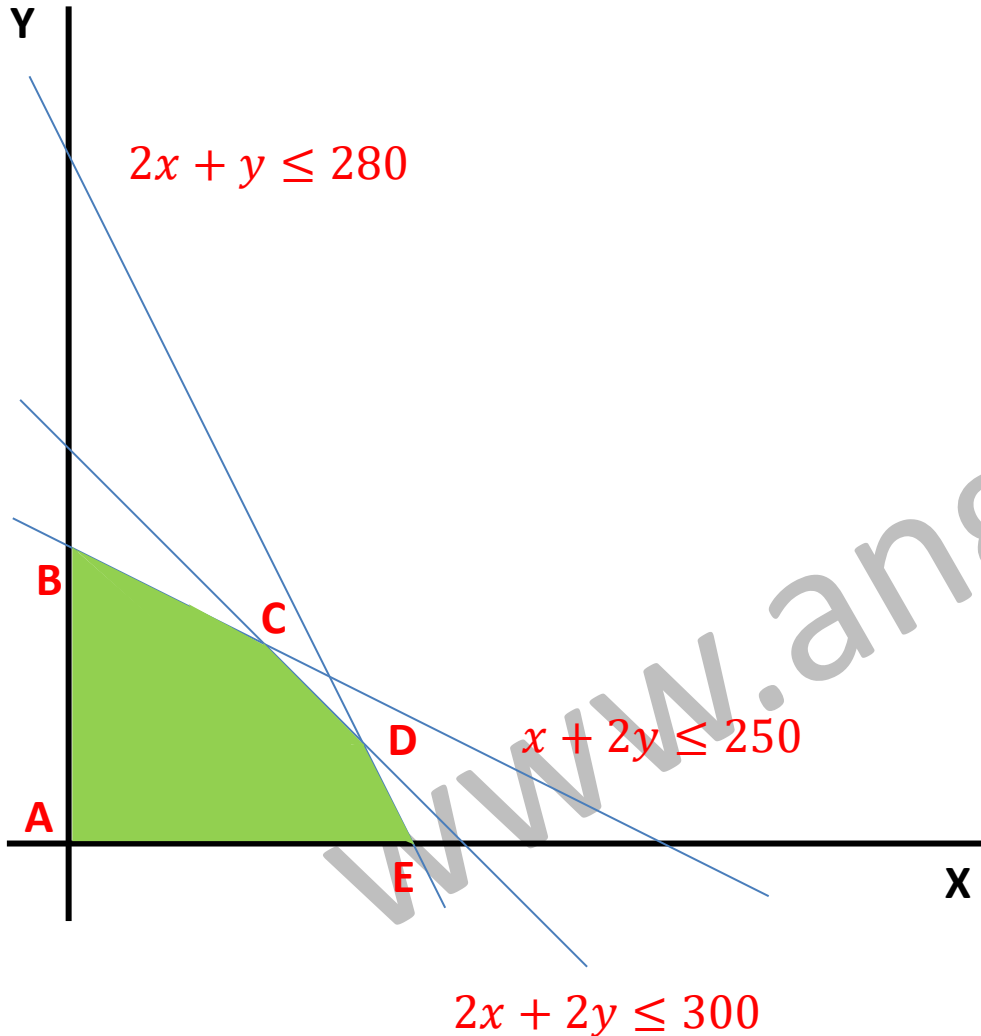
Compruebo si (0,0) pertenece a la solución
sustituyendo en la inecuación

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 250 \rightarrow \text{Si Cumple; } (0, 0) \in \{x + 2y \leq 250\}$$

Problema 2

Representamos las inecuaciones y observamos cual es la región factible.

$$\text{s. a.} \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$



$$2x + y = 280$$

x	y
0	280
140	0

$$2x + 2y = 300$$

x	y
0	150
150	0

$$x + 2y = 250$$

x	y
0	125
250	0

$$2 \cdot 0 + 0 \leq 280 \quad (0, 0) \in \{2x + y \leq 280\}$$

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300 \quad (0, 0) \in \{2x + 2y \leq 300\}$$

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 250 \quad (0, 0) \in \{x + 2y \leq 250\}$$

Problema 2

Para calcular los vértices C y D, se deben resolver los sistemas de ecuaciones formados por las rectas que dan lugar a dichos vértices. Los vértices A, B y E, no hace falta calcularlos porque ya disponemos de sus coordenadas.

Vértice C:
$$\begin{cases} x + 2y = 250 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$$

Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 250 & 2 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-100}{-2} = 50 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 250 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-200}{-2} = 100$$

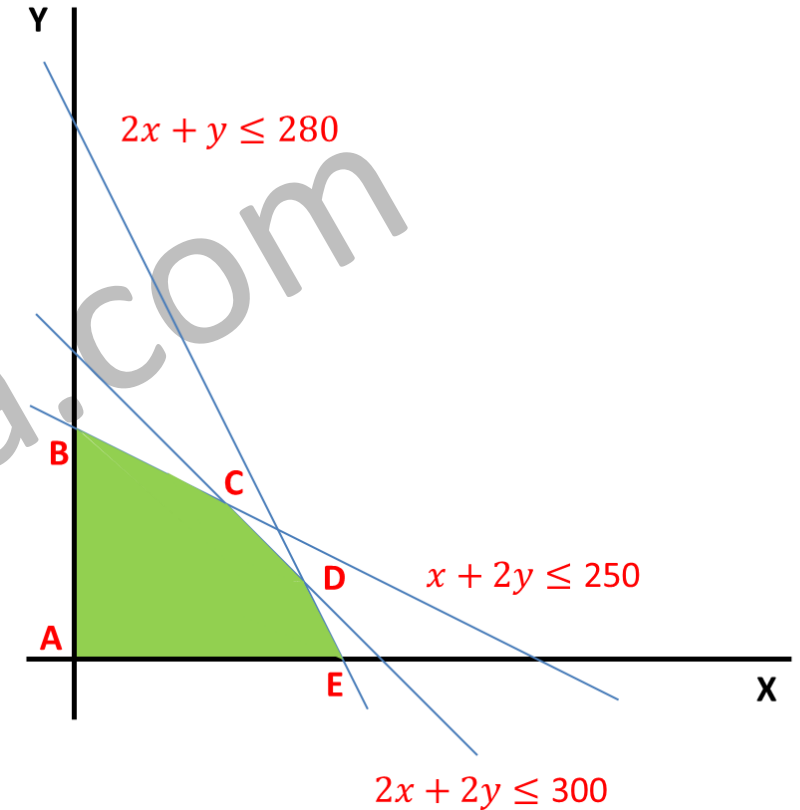
Las coordenadas del vértice C son: **C = (50, 100)**

Vértice D:
$$\begin{cases} 2x + y = 280 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$$
 Resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 280 & 1 \\ 300 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{260}{2} = 130 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 280 \\ 2 & 300 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{40}{2} = 20$$

Las coordenadas del vértice D son: **D = (130, 20)**

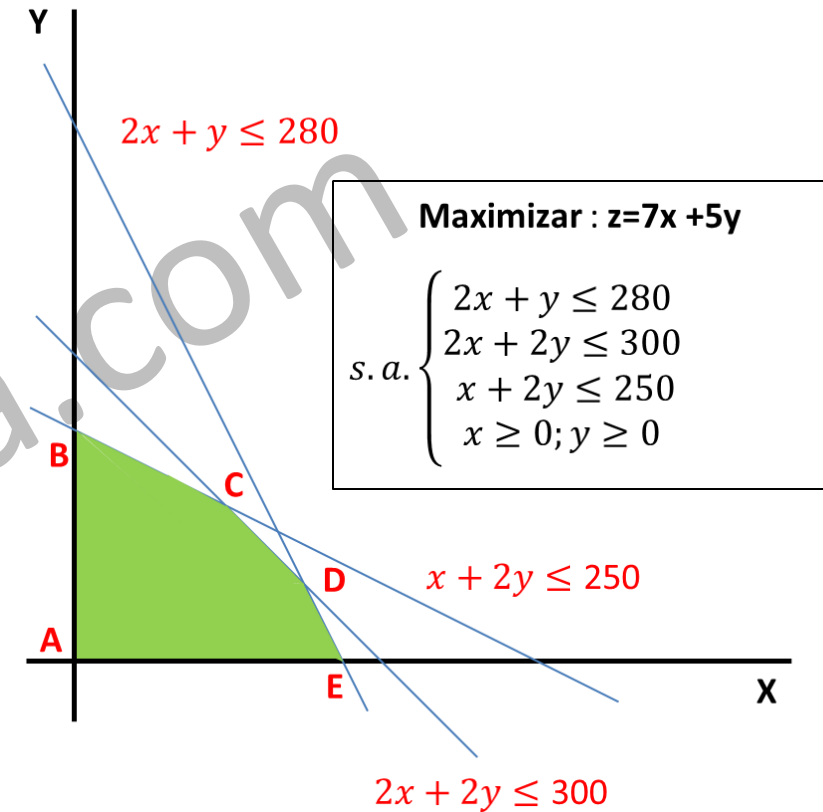
©Angel Cuesta Arza



Problema 2

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices.

x	y	$z=7x+5y$
0	0	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$
0	125	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 125 = 625$
50	100	$7 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 850$
130	20	$7 \cdot 130 + 5 \cdot 20 = 1010$ (máximo).
140	0	$7 \cdot 140 + 5 \cdot 0 = 980$



Problema 2

Solución: debe comercializar **130 cajas de tipo A** y **20 cajas de tipo B**. Con esta combinación, cumplirá las restricciones dadas y el beneficio (máximo) será de **1010 euros**.

x	y	$z=7x+5y$
0	0	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0$
0	125	$7 \cdot 0 + 5 \cdot 125 = 625$
50	100	$7 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 850$
130	20	$7 \cdot 130 + 5 \cdot 20 = 1010$ (máximo).
140	0	$7 \cdot 140 + 5 \cdot 0 = 980$

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 3

Análisis de una función



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Dominio de una función racional.
- 2) Cálculo de asíntotas de una función racional.
- 3) Estudio de la monotonía de una función.

Herramientas utilizadas:

- 1) Límites.
- 2) Derivadas.



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

©Ángel Cuesta Arza

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Julio 2021



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020



PAU Julio 2020



PAU Julio 2019



PAU Junio 2019



Problema 3

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2}$, se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen.
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen.
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores.

Solución:

Para calcular el dominio se iguala el denominador a cero.

$$(x + 1)^2 = 0 \longrightarrow x + 1 = 0 \longrightarrow x = -1 \quad \text{lo cual implica que el Dominio es: } \boxed{\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-1\}}$$

Para calcular los puntos de corte con los ejes:

$$\text{Eje Y } (x = 0) \rightarrow f(0) = \frac{0^2 + 0 - 2}{(0 + 1)^2} = \frac{-2}{1} = -2 \rightarrow \boxed{A = (0, -2)}$$

$$\text{Eje X } (y = 0) \rightarrow \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2} = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \boxed{B = (1, 0)} \\ \boxed{C = (-2, 0)} \end{matrix}$$

Problema 3

Para estudiar las **asíntotas verticales**, nos fijamos en los puntos que están fuera del dominio. En ellos es posible que haya asíntotas verticales.

Calculo los límites de la función en esos puntos y lo comprobamos.

$$\text{En } x=-1; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)^2} = \frac{-2}{0} \longrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \end{cases}, \text{ luego } \boxed{x = -1 \text{ es A.V. de } f(x)}$$

Los valores de los límites laterales nos aportan información para poder representar mas fácilmente la función en el último apartado.

La **asíntota horizontal** se calcula con el límite de la función, en los infinitos.

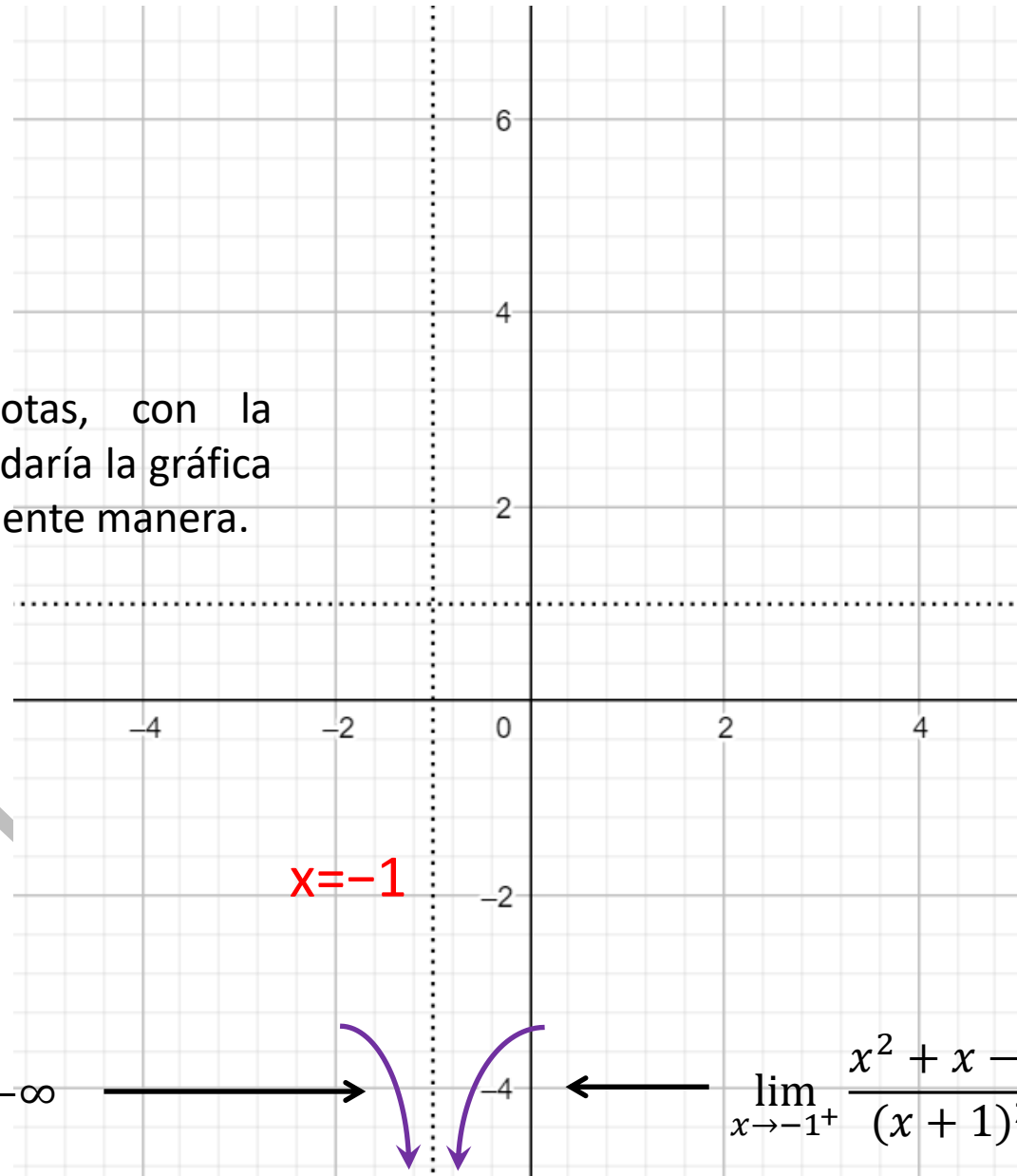
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 2}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

por lo tanto, $y = 1$ es A.H. de $f(x)$

Problema 3

Si representamos las asíntotas, con la información que tenemos, quedaría la gráfica de forma provisional de la siguiente manera.



$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

Problema 3

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2}$$

Se calcula la derivada.

$$f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x+1)^2 - (x^2 + x - 2) \cdot 2 \cdot (x+1)}{(x+1)^4} = \frac{(x+1) \cdot [(2x+1) \cdot (x+1) - (x^2 + x - 2) \cdot 2]}{(x+1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x+1) - (x^2 + x - 2) \cdot 2}{(x+1)^3} = \frac{2x^2 + 2x + x + 1 - 2x^2 - 2x + 4}{(x+1)^3} = \frac{x+5}{(x+1)^3}$$

Igualamos la derivada a cero: $\frac{x+5}{(x+1)^3} = 0 \longrightarrow x+5=0 \longrightarrow x=-5$

Se estudia el signo de la derivada:

	$-\infty$	-5	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$				

$f(x)$ es **decreciente** en $x \in (-5, -1)$ y **creciente** en $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$.

Problema 3

A partir del estudio de signos de la derivada y del estudio de la monotonía de la función, podemos deducir los valores de x en los que la función presenta máximos o mínimos relativos.

	$-\infty$	-5	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	
$f(x)$				

Se observa en el cuadro que la función tiene un máximo relativo en $x=-5$.

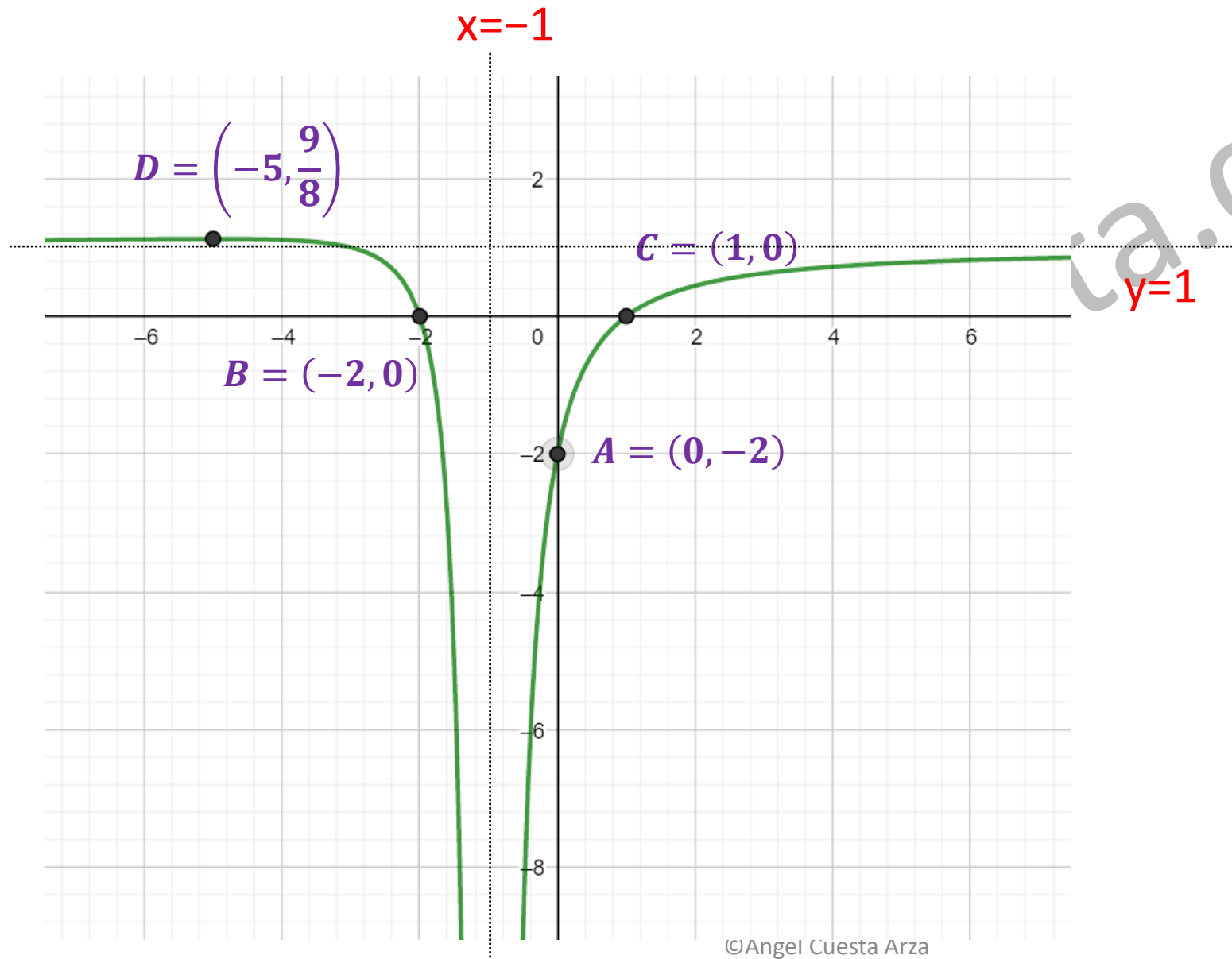
Se sustituye ese valor en la función para obtener la coordenada y del máximo relativo.

$$f(-5) = \frac{(-5)^2 + (-5) - 2}{((-5) + 1)^2} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

Las coordenadas del máximo relativo son:

$$\left(-5, \frac{9}{8}\right)$$

Problema 3



Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 4

Optimización de una función cuadrática



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

1) Función cuadrática.

Herramientas utilizadas:

1) Ecuaciones e inecuaciones

2) Derivadas



OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Julio 2021



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020



PAU Julio 2020



Problema 4

En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad, según la función $B(x) = 50000 + 40x - (x/10)^2$, donde x es la inversión en publicidad ($x \geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución:

Puesto que la función es cuadrática y el coeficiente del término cuadrático es negativo, sabemos que el máximo está en el vértice. Resolveré este primer apartado de dos formas diferentes. Vamos con la primera.

$$B(x) = 50000 + 40x - (x/10)^2 \quad \text{Siendo: } a=-1/100; b=40; c=50000$$

$$v_x = \frac{-b}{2a} \longrightarrow v_x = \frac{-40}{2 \cdot (-1/100)} = 2000$$

Debe invertir 2000 euros en publicidad para obtener el beneficio máximo.

Para calcular el máximo beneficio, se sustituye en la función $x=2000$.

$$B(2000) = 50000 + 40 \cdot 2000 - \left(\frac{2000}{10}\right)^2 = 90000$$

El beneficio máximo será de 90000 euros.

Problema 4

También se podría haber resuelto el ejercicio con ayuda de las derivadas (recomendable en PAU).

$$B'(x) = 40 - \frac{2x}{100} = 40 - \frac{x}{50}$$

Se iguala a cero para obtener el óptimo local. $40 - \frac{x}{50} = 0 \longrightarrow \frac{2000 - x}{50} = 0 \longrightarrow x = 2000$

Para comprobar que, en $x=2000$, $B(x)$ presenta un máximo relativo, aplicaré el criterio de la segunda derivada.

Se calcula ahora la segunda derivada. $B''(x) = -\frac{2}{100}$

Se sustituye en $x=2000$ $B''(2000) = -\frac{2}{100} < 0$

Como la segunda derivada es negativa, eso significa que en $x=2000$ hay un máximo relativo, tal como habíamos calculado anteriormente. El valor del máximo beneficio ya se ha calculado anteriormente.

Debe invertir 2000 euros en publicidad para obtener el beneficio máximo.

El beneficio máximo será de 90000 euros.

Problema 4

b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad.

Sabiendo que hay un máximo en $x=2000$, podemos afirmar que la función es creciente desde 0 a 2000 y decreciente de 2000 en adelante. Pero, con fines pedagógicos y porque lo piden en la PAU, se hará un estudio de signos de la derivada para estudiar la monotonía de la función beneficio.

Se comprueba el signo de la derivada para un valor menor que 2000 y para otro mayor que 2000.

$$B'(1000) = 40 - \frac{1000}{50} = 20 > 0 \longrightarrow B(x) \text{ es creciente si } 0 \leq x < 2000$$

$$B'(3000) = 40 - \frac{3000}{50} = -60 < 0 \longrightarrow B(x) \text{ es decreciente si } x > 2000$$

$B(x)$ es **creciente** si $x \in [0, 2000)$ y **decreciente** si $x \in (2000, +\infty)$.

Problema 4

c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo.

Se calcula el beneficio cuando no se invierte nada, sustituyendo x por cero en la función beneficio.

$$B(0) = 50000 + 40 \cdot 0 - \left(\frac{0}{10}\right)^2 = 50000$$

Ahora debemos calcular el valor de x para el cual el beneficio es inferior a 50000 (si es que existe). Se iguala a 50000 el beneficio y se calcula el valor de x. Como la función es decreciente, a partir de esa cantidad invertida, el beneficio será menor.

$$50000 + 40x - \left(\frac{x}{10}\right)^2 = 50000 \longrightarrow 40x - \left(\frac{x}{10}\right)^2 = 0 \longrightarrow x \cdot \left(40 - \frac{x}{100}\right) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4000 \end{cases}$$

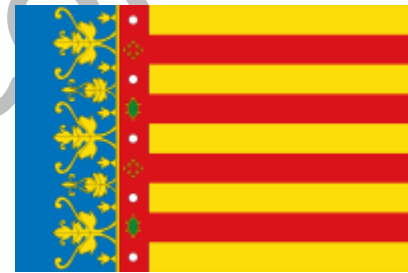
Si se invierten **más de 4000 euros**, los beneficios obtenidos serán inferiores a la cantidad obtenida sin invertir en publicidad.

Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 5
Probabilidad



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.



Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.

Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Fórmulas de la probabilidad.
- 2) Probabilidad condicionada.



OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020



PAU Julio 2020



PAU Julio 2020



PAU Julio 2019



PAU Julio 2019



PAU Junio 2019



PAU Junio 2019

Problema 5

Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30% tiene menos de 30 años, un 55% tiene entre 30 y 60 años, y el 15% restante tiene más de 60 años. Se sabe que entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado, entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado; y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

- a) Llamemos A al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años” y llamemos B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(A \cup B)$.
- b) Llamemos C al suceso “el cliente seleccionado tiene 30 años o más” y D al suceso “el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(C \cap D)$.
- c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos.

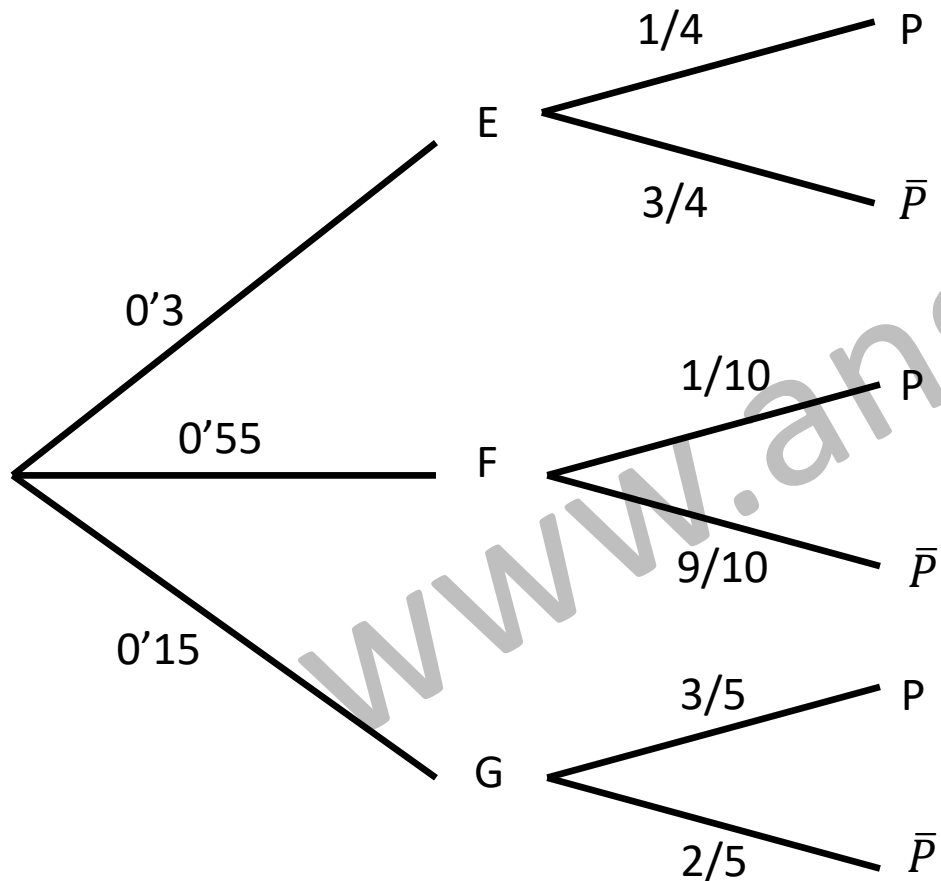
Problema 5

Primero asignamos una letra a cada suceso.

E = El cliente tiene menos de 30 años **F** = El cliente tiene entre 30 y 60 años **G** = El cliente tiene más de 60 años

P = El cliente presenta parte **$\bar{P}$** = El cliente no presenta parte

A partir del enunciado se representan todas las posibilidades mediante un diagrama de árbol.



Problema 5

a) Llamemos A al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años” y llamemos B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(A \cup B)$.

A = El cliente tiene más de 60 años = **G**

B = El cliente no presenta parte = **$\bar{P}$**

Expreso la probabilidad pedida en función de las letras empleadas en el diagrama de árbol. Y aplico la fórmula correspondiente de la probabilidad de la unión de dos sucesos.

$$P(A \cup B) = P(G \cup \bar{P}) = P(G) + P(\bar{P}) - P(G \cap \bar{P})$$

Calculo la probabilidad de que un cliente no presente un parte de accidente. Para ello se utiliza el teorema de la probabilidad total.

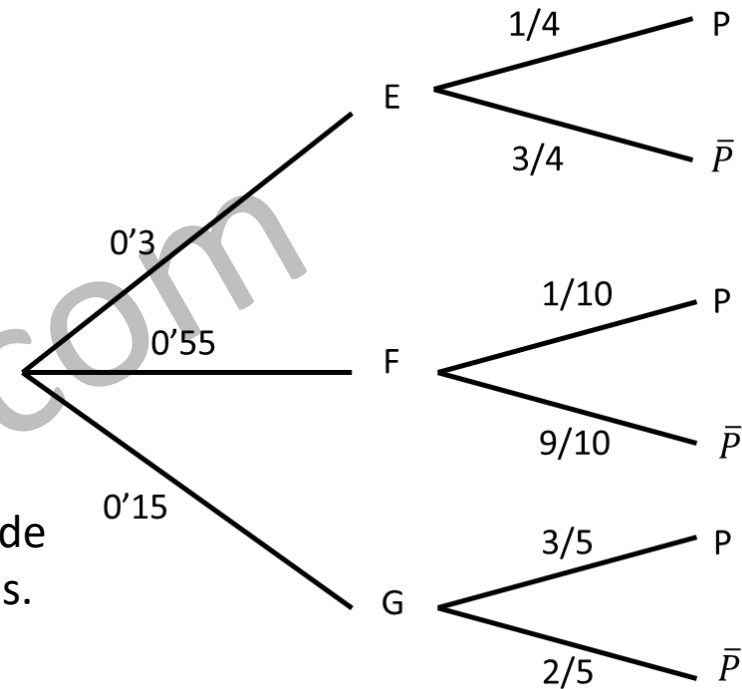
$$P(\bar{P}) = P(E) \cdot P(\bar{P}/E) + P(F) \cdot P(\bar{P}/F) + P(G) \cdot P(\bar{P}/G) = 0'3 \cdot 3/4 + 0'55 \cdot 9/10 + 0'15 \cdot 2/5 = 0'78$$

Se calcula la probabilidad de que un cliente sea mayor de 60 años y no haya presentado parte de accidente.

$$P(G \cap \bar{P}) = P(G) \cdot P(\bar{P}/G) = 0'15 \cdot 2/5 = 0'06$$

$$\text{Y calculo la probabilidad pedida. } P(A \cup B) = P(G \cup \bar{P}) = 0'15 + 0'78 - 0'06 = \mathbf{0'87}$$

La probabilidad de que un cliente tenga más de 60 años o no presente parte de accidente es **0'87**.



Problema 5

b) Llamemos C al suceso “el cliente seleccionado tiene 30 años o más” y D al suceso “el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado”.
Calcula $P(C \cap D)$.

C = El cliente tiene 30 años o más= **FUG**

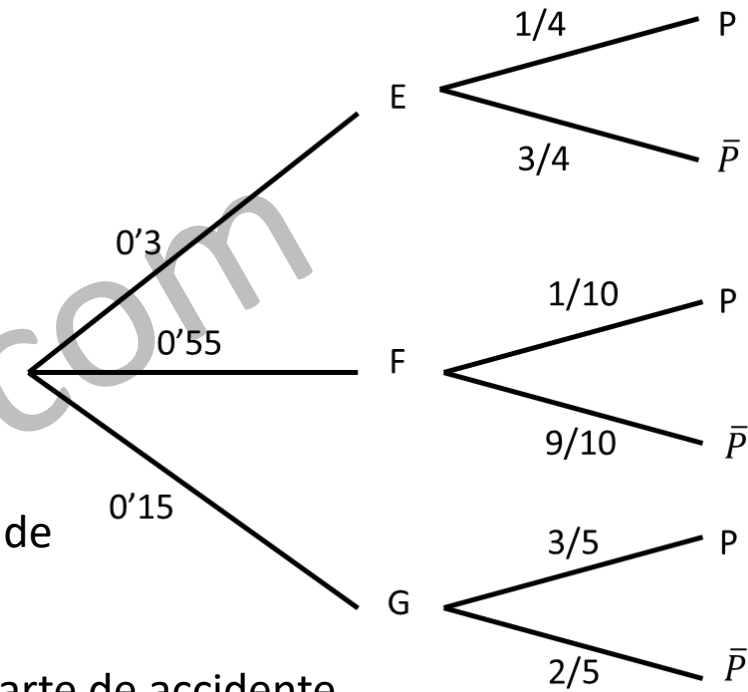
D = El cliente presenta parte = **P**

Expreso la probabilidad pedida en función de las letras empleadas en el diagrama de árbol.

Se calcula la probabilidad de que un cliente sea mayor de 30 años y haya presentado parte de accidente.

$$P((F \cup G) \cap P) = P(F \cap P) + P(G \cap P) = P(F) \cdot P(P/F) + P(G) \cdot P(P/G) = 0'55 \cdot 1/10 + 0'15 \cdot 3/5 = \mathbf{0'145}$$

La probabilidad de que un cliente tenga más de 30 años y presente parte de accidente es **0'145**.



Problema 5

c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos.

$$P(E \cup F/P) = P(E/P) + P(F/P)$$

Esto puedo escribirlo ya que los sucesos E y F son incompatibles.

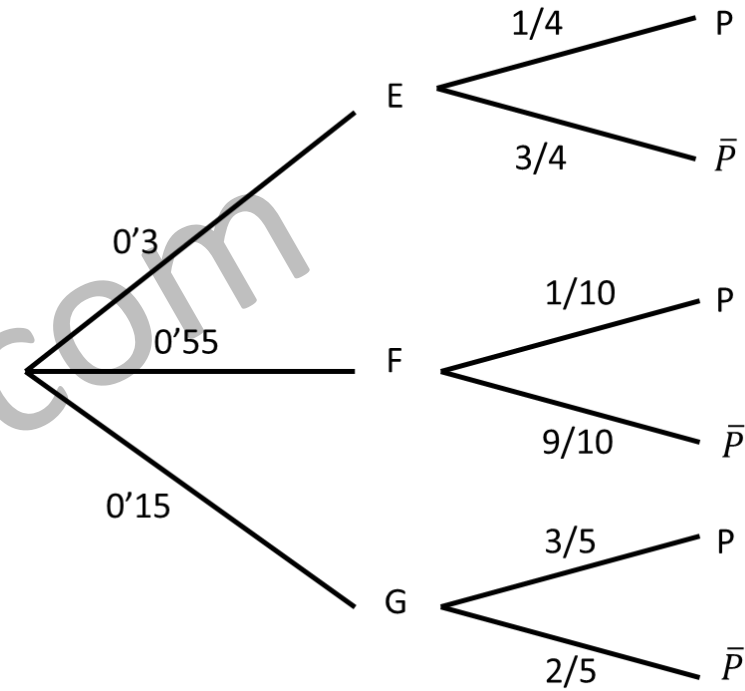
Calculo cada uno de las probabilidades aplicando el teorema de Bayes.

$$P(E/P) = \frac{P(E \cap P)}{P(P)} = \frac{P(E) \cdot P(P/E)}{P(E) \cdot P(P/E) + P(F) \cdot P(P/F) + P(G) \cdot P(P/G)} = \frac{0'3 \cdot 1/4}{0'3 \cdot 1/4 + 0'55 \cdot 1/10 + 0'15 \cdot 3/5} = \frac{15}{44} \approx \mathbf{0'341}$$

$$P(F/P) = \frac{P(F \cap P)}{P(P)} = \frac{P(F) \cdot P(P/F)}{P(E) \cdot P(P/E) + P(F) \cdot P(P/F) + P(G) \cdot P(P/G)} = \frac{0'55 \cdot 1/10}{0'3 \cdot 1/4 + 0'55 \cdot 1/10 + 0'15 \cdot 3/5} = \mathbf{0'25}$$

$$P(E \cup F/P) = P(E/P) + P(F/P) = 0'341 + 0'25 = \mathbf{0'591}$$

Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, la probabilidad de que tenga 60 años o menos es **0'591**.



Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2022



Problema 6
Probabilidad



ADVERTENCIA



- Toma LÁPIZ y PAPEL y trabaja tomando apuntes como si estuvieras en una clase presencial.
- No seas un alumno PASIVO, como el espectador de una película, sino un alumno ACTIVO.

Edición de vídeo: Vanessa Quintana
Fotografía y vídeo.



Conceptos necesarios

Los conceptos que utilizaremos para resolver este ejercicio son:

- 1) Regla de Laplace.
- 2) Probabilidad condicionada. Independencia de sucesos.

Herramientas utilizadas:

- 1) Diagrama de árbol.
- 2) Leyes de la probabilidad.



ÁNGEL CUESTA

Tu profesor en la red

SUSCRÍBETE

©Ángel Cuesta Arza

OTROS VÍDEOS PARA PRACTICAR



PAU Junio 2021



PAU Septiembre 2020



PAU Julio 2020



PAU Julio 2020



PAU Julio 2019



PAU Julio 2019



PAU Junio 2019



PAU Junio 2019

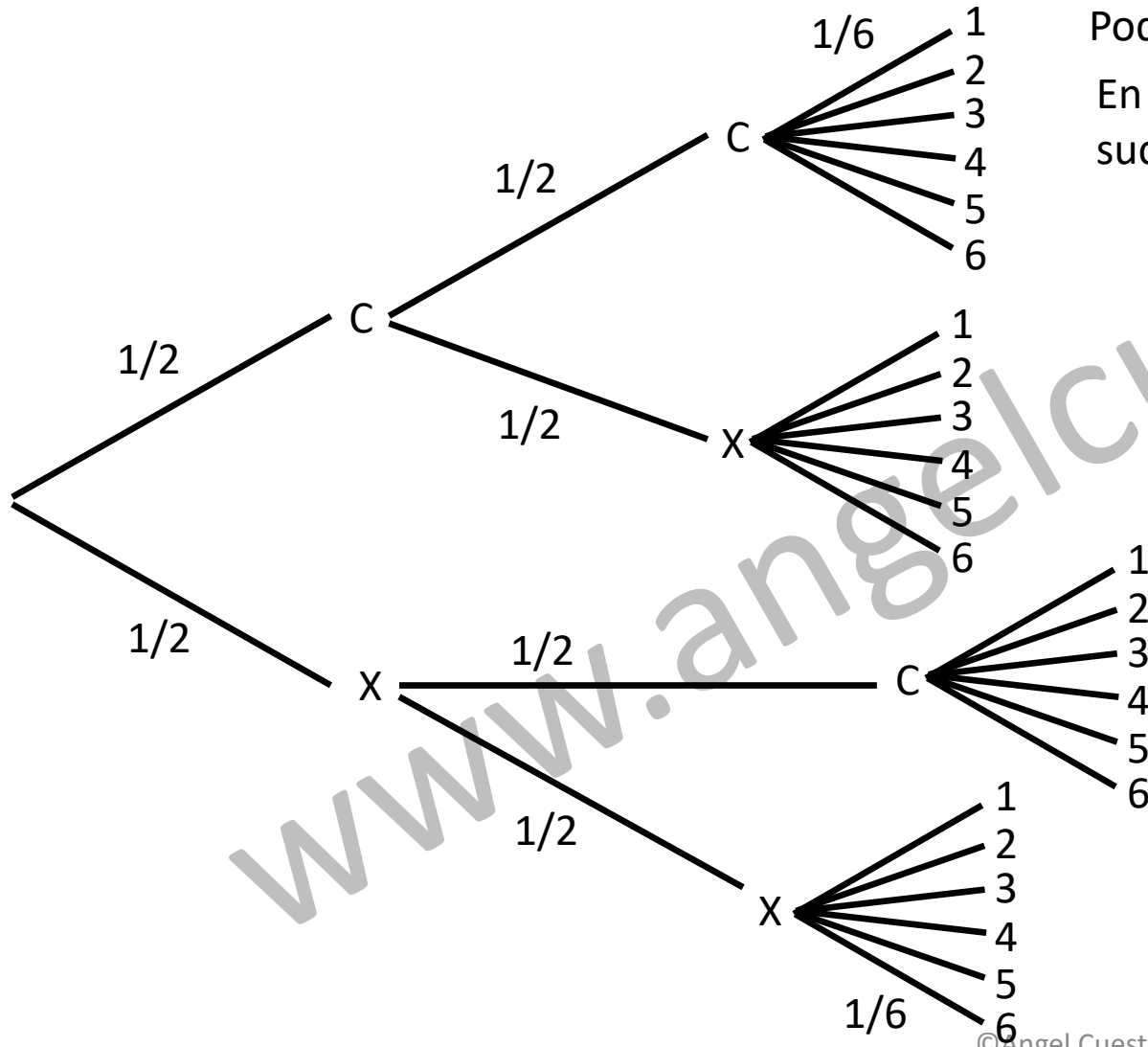
Problema 6

En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis cara equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

- a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane.
- b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?
- c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado?
- d) Llamemos A al suceso “el jugador no gana” y llamemos B al suceso “el jugador obtiene un seis al lanzar el dado”. ¿Son independientes los sucesos A y B?

Problema 6

A partir del enunciado se representan todas las posibilidades mediante un diagrama de árbol.



Podemos observar que todos los sucesos son **EQUIPROBABLES**.

En total hay 24 sucesos, por lo que la probabilidad de cada suceso individual es **$1/24$** .

Problema 6

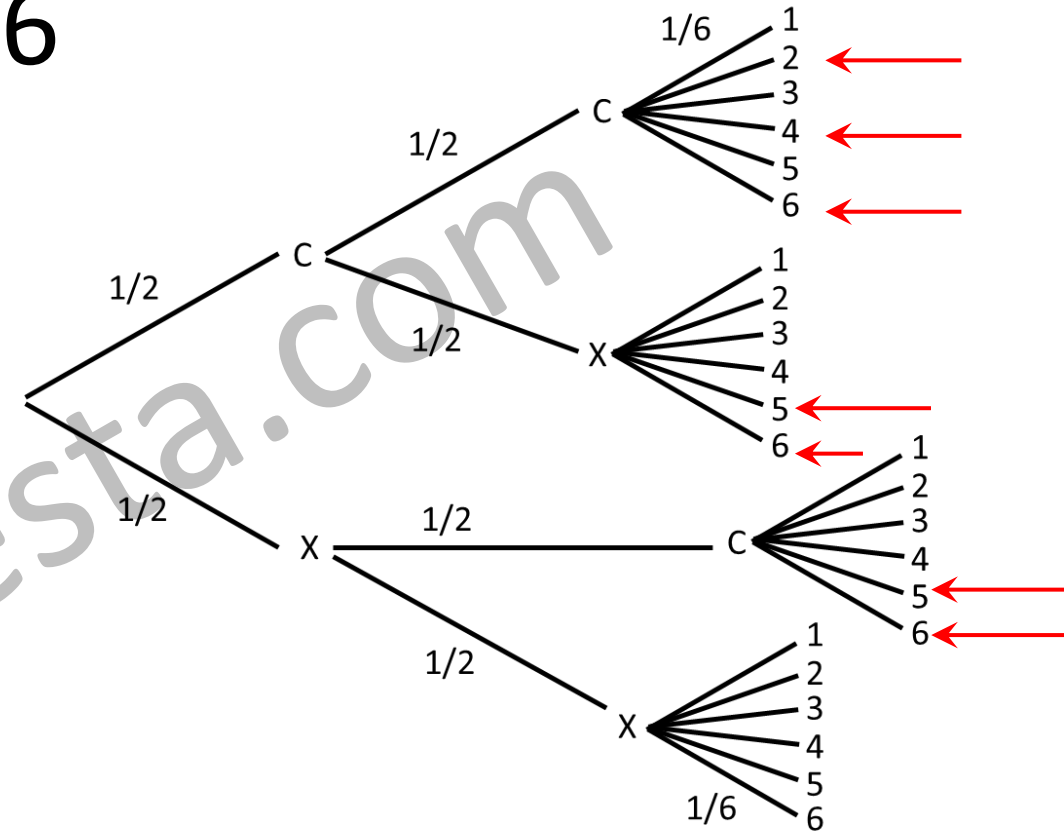
a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane.

Recontamos en número de sucesos en los cuales el jugador gana. Podemos observar que son 7. **Se marcan en el diagrama de árbol.**

Se aplica la regla de Laplace.

$$P(\text{Ganar}) = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos totales}} = \frac{7}{24}$$

La probabilidad de que el jugador gane es **7/24**.



Problema 6

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

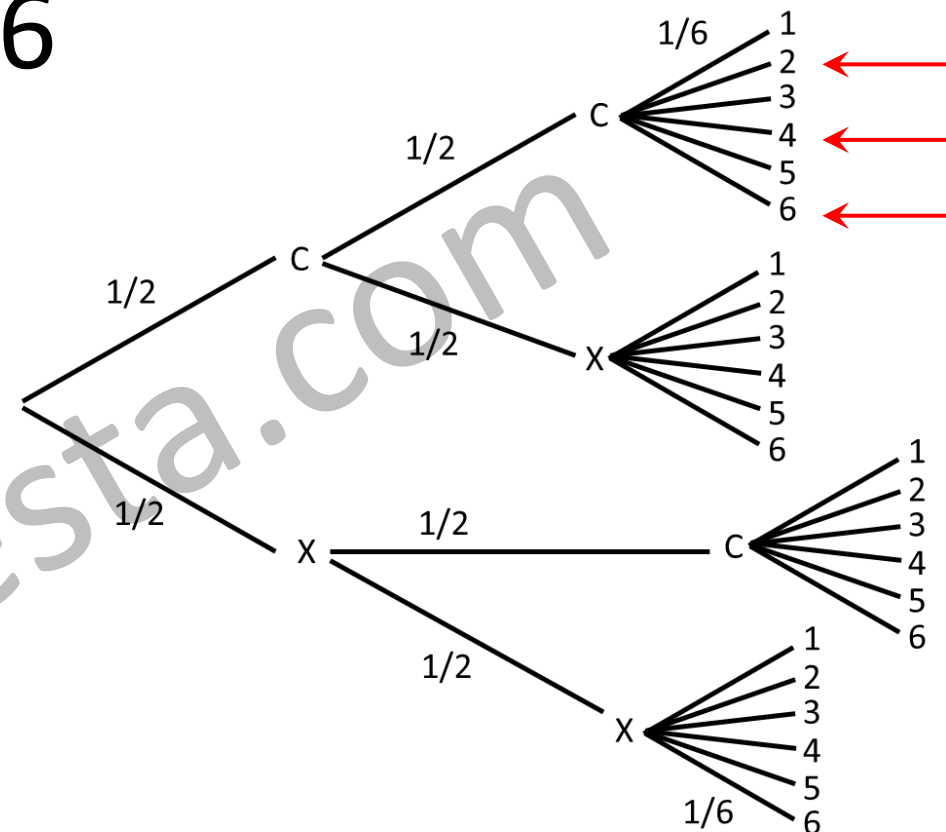
Se calcula la probabilidad condicionada.

$$P(Dos\ caras / Gananar) = \frac{P(Dos\ caras\ y\ ganar)}{P(Gananar)}$$

Se indican en el árbol los sucesos elementales que corresponden a obtener dos caras y ganar. Y se aplica la regla de Laplace para calcular su probabilidad.

$$P(Dos\ caras / Gananar) = \frac{P(Dos\ caras\ y\ ganar)}{P(Gananar)} = \frac{3/24}{7/24} = \frac{3}{7}$$

Si se sabe que ha ganado, la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas es **3/7**.



Problema 6

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado?

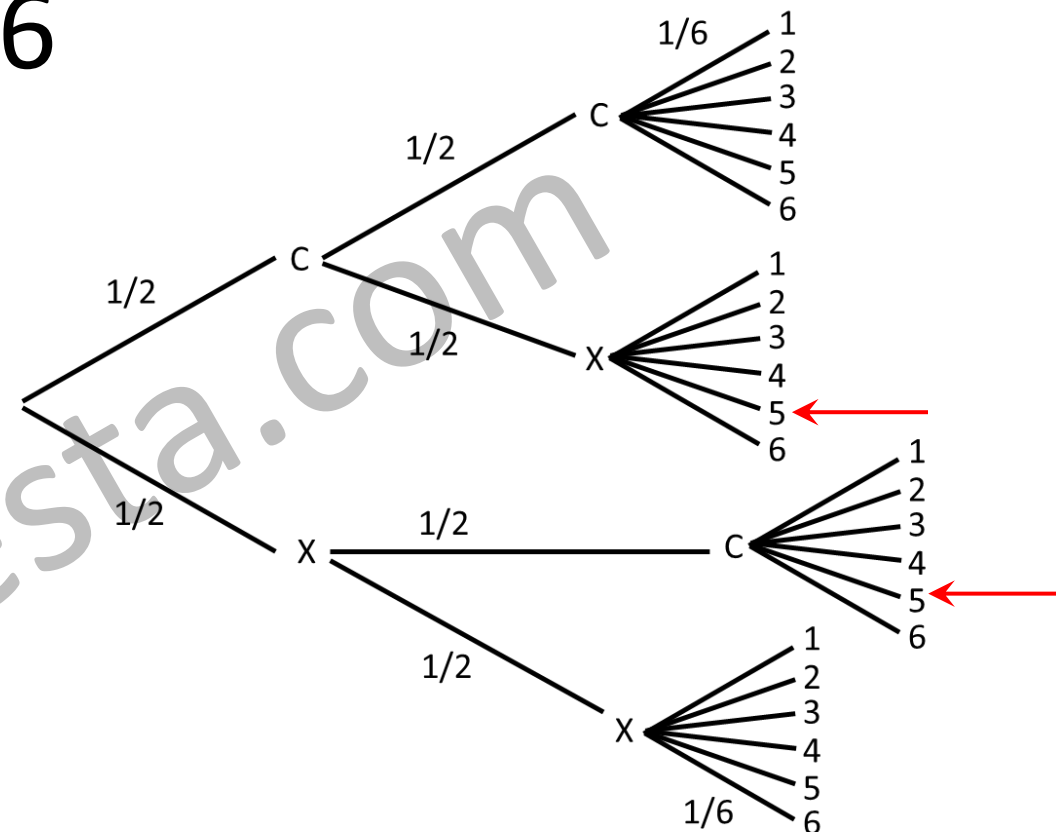
Se calcula la probabilidad condicionada.

$$P(Cinco/Ganar) = \frac{P(Cinco \text{ y ganar})}{P(Ganar)}$$

Se indican en el árbol los sucesos elementales que corresponden a obtener dos caras y ganar. Y se aplica la regla de Laplace para calcular su probabilidad.

$$P(Cinco/Ganar) = \frac{P(Cinco \text{ y ganar})}{P(Ganar)} = \frac{2/24}{7/24} = \frac{2}{7}$$

Si se sabe que ha ganado, la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado es **2/7**.



Problema 6

d) Llamemos A al suceso “el jugador no gana” y llamemos B al suceso “el jugador obtiene un seis al lanar el dado”. ¿Son independientes los sucesos A y B?

Para que dos sucesos sean independientes debe verificarse que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Calculo las probabilidades correspondientes para ver si se verifica la igualdad.

$$P(A \cap B) = P(\text{El jugador no gana y obtiene un 6}) = \frac{1}{24}$$

$$P(A) = P(\text{El jugador no gana}) = 1 - P(\text{Gana}) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$$

$$P(B) = P(\text{El jugador obtiene un 6}) = \frac{1}{6}$$

Comprobamos que no se verifica la igualdad. $\frac{1}{24} \neq \frac{17}{24} \cdot \frac{1}{6}$

Los sucesos **NO** son independientes.

