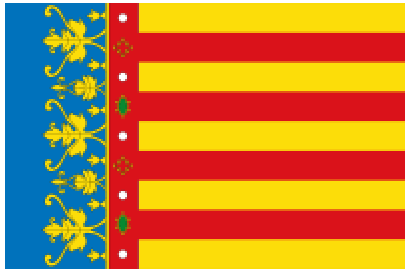
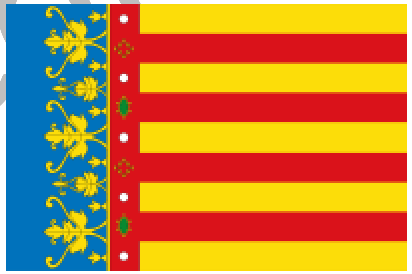
Selectividad Comunidad Valenciana



Matemáticas CC.SS

Junio 2023



Problema 6

Probabilidad

Problema 6

Se sabe que el 60% de los clientes de una agencia de viajes realiza un viaje al año, el 30% realiza dos viajes al año, y el 10% restante realiza tres o más viajes al año. Se sabe también que hay un 54% de clientes que están casados y realizan un viaje al año, que hay un 14% de clientes que están casados y realizan dos viajes al año, y que hay un 2% de clientes que están casados y realizan tres o más viajes al año. Seleccionamos al azar un cliente de la agencia.

a) Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no esté casado?

b) Llamemos G al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y H al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula $P(G \cup H)$.

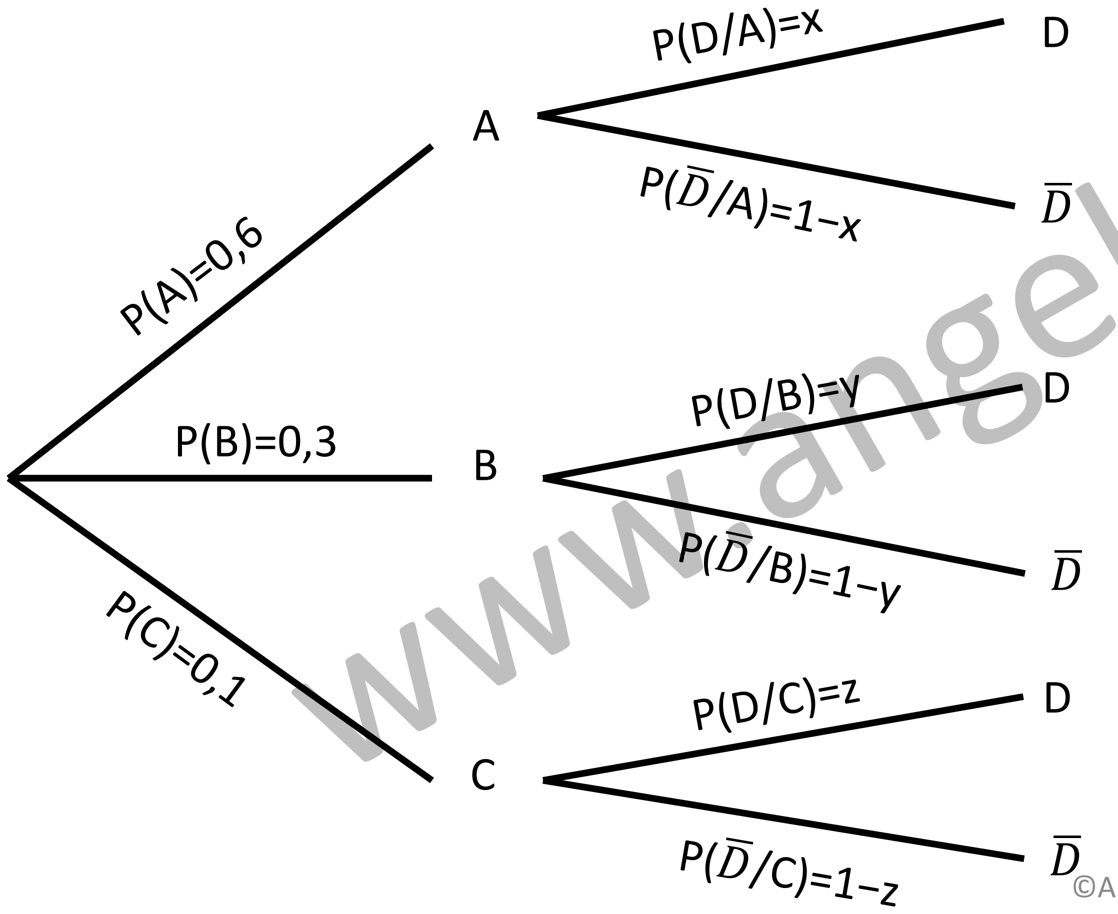
c) Llamemos J al suceso "el cliente seleccionado está casado" y K al suceso "el cliente seleccionado no realiza dos viajes al año". ¿Son J y K sucesos independientes?

Problema 6

Primero asignamos una letra a cada suceso.

A= 1 viaje al año. **B**= 2 viajes año. **C** =3 o más viajes al año. **D** =Casado $\overline{D}$ = No casado

A partir del enunciado se representan todas las posibilidades mediante un diagrama de árbol.



En el enunciado nos dan datos de la intersección de los sucesos número de viajes al año y estado civil.

A partir de esos datos, calculo las probabilidades condicionadas que nos faltan para completar el diagrama de árbol.

Problema 6

"hay un 54% de clientes que están casados y realizan un viaje al año,"

$$P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D/\mathrm{A}) \longrightarrow P(D/\mathrm{A}) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)}$$

$$x = \frac{0{,}54}{0{,}6} = 0{,}9$$

"un 14% de clientes que están casados y realizan dos viajes al año"

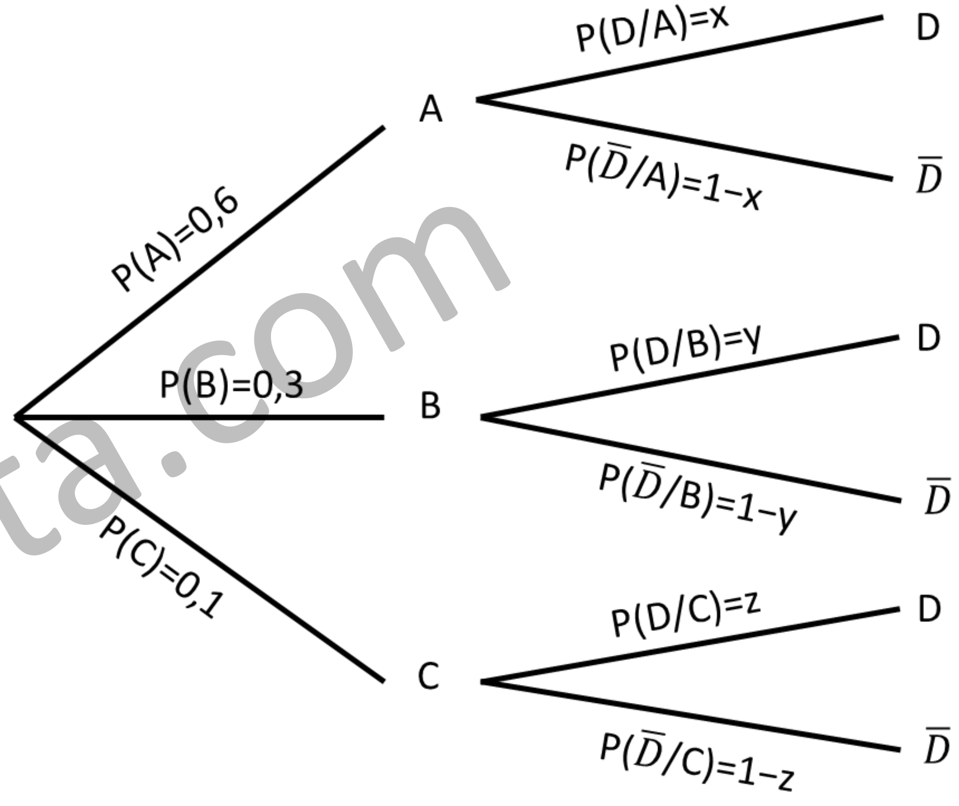
$$P(B \cap D) = P(B) \cdot P(D/\mathrm{B}) \longrightarrow P(D/\mathrm{B}) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)}$$

$$y = \frac{0{,}14}{0{,}30} = \frac{7}{15}$$

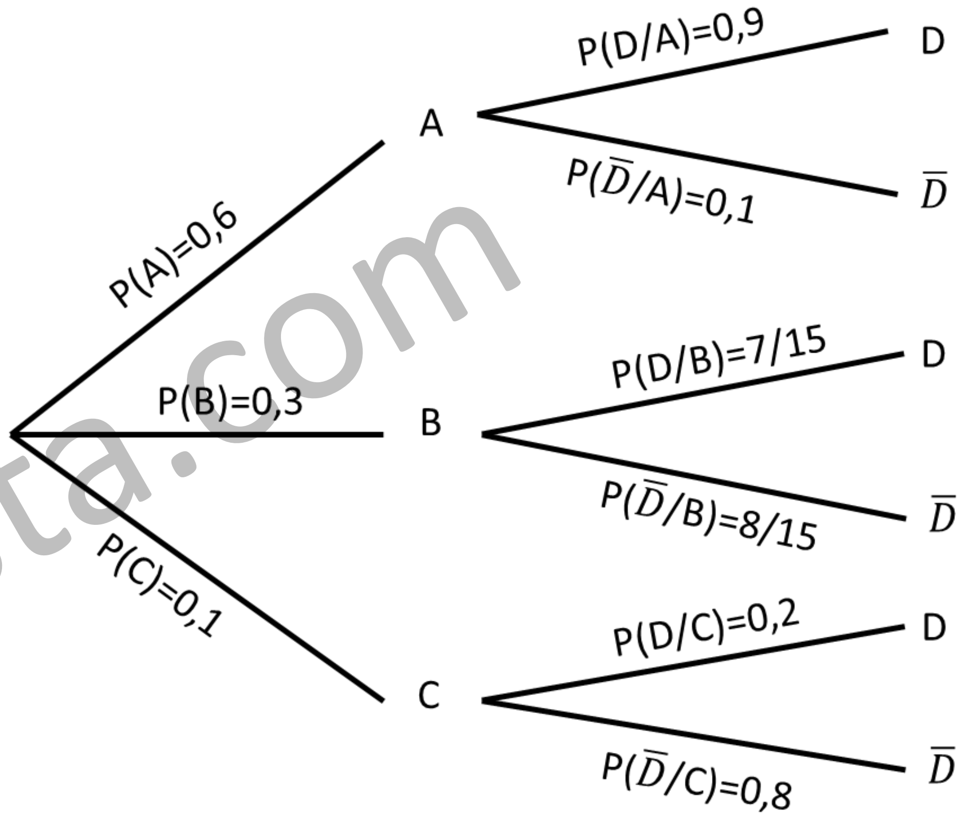
"hay un 2% de clientes que están casados y realizan tres o más viajes al año"

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D/\mathrm{C}) \longrightarrow P(D/\mathrm{C}) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$$

$$z = \frac{0{,}02}{0{,}10} = 0{,}2$$ Ya podemos completar el diagrama de árbol.



Problema 6



a) Si sabemos que el cliente seleccionado realiza dos o más viajes al año, ¿cuál es la probabilidad de que no esté casado?

Se expresa de forma algebraica la probabilidad pedida.

$$P\left(\overline{D}/_{(B\cup C)}\right)=\frac{P[\overline{D}\cap(B\cup C)]}{P(B\cup C)}=\frac{P[\overline{D}\cap B]}{P(B\cup C)}+\frac{P[\overline{D}\cap C]}{P(B\cup C)}$$

$$P\left(\overline{D}/_{(B\cup C)}\right)=\frac{P(B)\cdot P(\overline{D}/\mathrm{B})}{P(B)+P(C)}+\frac{P(C)\cdot P(\overline{D}/\mathrm{C})}{P(B)+P(C)}$$

Hemos tenido en cuenta que B y C son sucesos incompatibles, por eso:

$$P[\overline{D}\cap(B\cup C)]=P[\overline{D}\cap B]+P[\overline{D}\cap C] \qquad P(B\cup C)=P(B)+P(C)$$

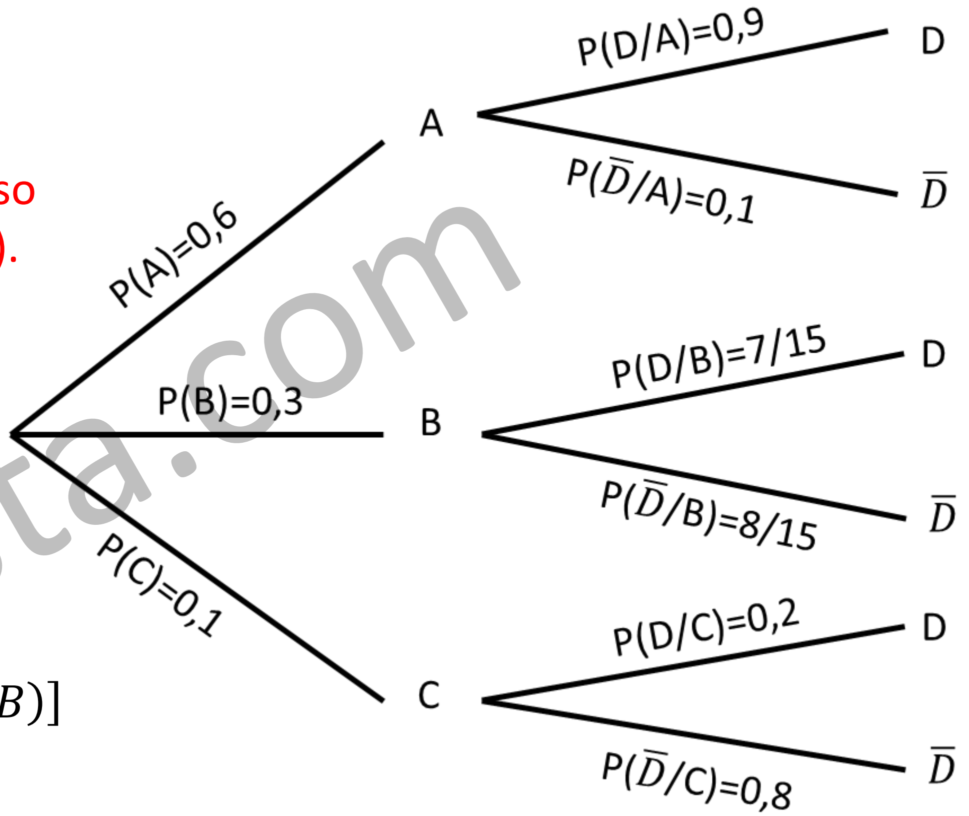
Se sustituyen las probabilidades. Puedes verlas en el diagrama de árbol.

$$P\left(\overline{D}/_{(B\cup C)}\right)=\frac{0{,}3\cdot 8/15}{0{,}3+0{,}1}+\frac{0{,}1\cdot 0{,}8}{0{,}3+0{,}1}=\mathbf{0,6}$$

La probabilidad de que no esté casado si realiza dos o más viajes al año es **0,6**.

Problema 6

b) Llamemos G al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y H al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula $P(G \cup H)$.



Relacionamos los sucesos H y G con los sucesos del diagrama de árbol.

$G \equiv \overline{D};\ No\ estar\ casado$

$H \equiv A \cup B; el\ cliente\ realiza\ menos\ de\ 3\ viajes$

Se expresa de forma algebraica la probabilidad pedida.

$$P(G \cup H) = P(G) + P(H) - P(G \cap H) = P(\overline{D}) + P(A \cup B) - P[\overline{D} \cap (A \cup B)]$$

$$P(G \cup H) = P(\overline{D}) + P(A \cup B) - (P[\overline{D} \cap A] + P[\overline{D} \cap B])$$

$$P(G \cup H) = P(\overline{D}) + P(A) + P(B) - P[\overline{D} \cap A] - P[\overline{D} \cap B]$$

$$P(G \cup H) = P(\overline{D}) + P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{A}) - P(B) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{B})$$

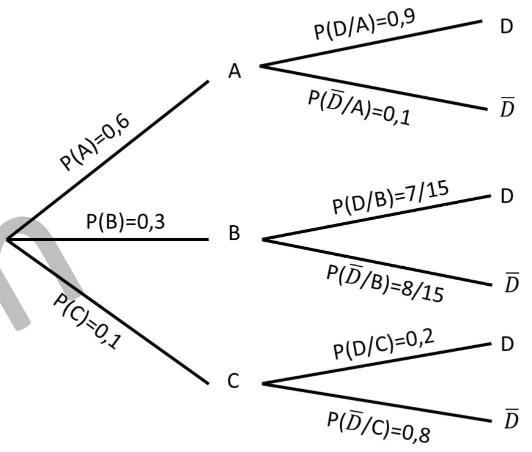
Hemos tenido en cuenta que A y B son sucesos incompatibles, por eso:

$$P[\overline{D} \cap (A \cup B)] = P[\overline{D} \cap A] + P[\overline{D} \cap B] \qquad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Se debe aplicar el teorema de la probabilidad total para calcular $P(\overline{D})$

$$P(\overline{D}) = P(A) \cdot P(\overline{D}/A) + P(B) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{B}) + P(C) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{C})$$

Problema 6



b) Llamemos G al suceso "el cliente seleccionado no está casado" y H al suceso "el cliente seleccionado realiza menos de tres viajes al año". Calcula $P(G \cup H)$.

Se continúa con el cálculo de la probabilidad pedida.

$$P(G \cup H) = P(\overline{D}) + P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{A}) - P(B) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{B})$$

$$P(G \cup H) = \cancel{P(A) \cdot P(\overline{D}/A)} + \cancel{P(B) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{B})} + P(C) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{C}) + P(A) + P(B) - \cancel{P(A) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{A})} - \cancel{P(B) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{B})}$$

$$P(G \cup H) = P(C) \cdot P(\overline{D}/\mathrm{C}) + P(A) + P(B)$$

Se sustituyen las probabilidades. Puedes verlas en el diagrama de árbol.

$$P(G \cup H) = 0{,}1 \cdot 0{,}8 + 0{,}6 + 0{,}3 \;=\; \mathbf{0{,}98}$$

La probabilidad pedida es **0,98.**

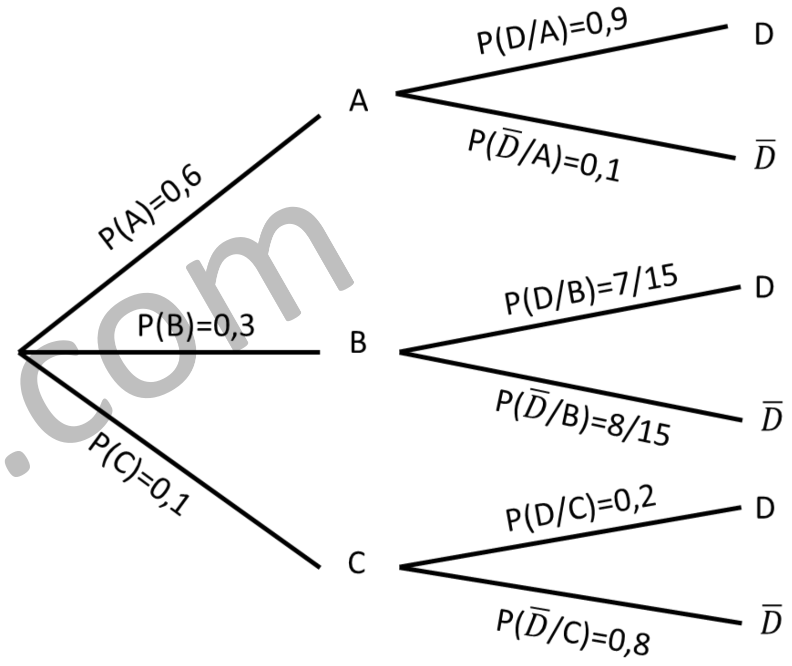
Una forma alternativa de hacer el ejercicio (y mucho más rápida) es darse cuenta de que la unión de los sucesos G y H es todo el espacio muestral excepto C∩D.

$$P(G \cup H) = 1 - P(C \cap D) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$$

La probabilidad pedida es **0,98.**

El proceso largo se ha hecho con fines pedagógicos y para demostrar que “más vale maña, que fuerza”.

Problema 6



c) Llamemos J al suceso "el cliente seleccionado está casado" y K al suceso "el cliente seleccionado no realiza dos viajes al año". ¿Son J y K sucesos independientes?

Relacionamos los sucesos J y K con los sucesos del diagrama de árbol.

$J \equiv D; Estar\ casado$

$K \equiv A \cup C; el\ cliente\ no\ realiza\ 2\ viajes\ al\ año$

Se calculan las probabilidades P(J), P(K) y P(J∩K).

Se debe aplicar el teorema de la probabilidad total para calcular $P(J) = P(D)$

$$P(J) = P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C) \ = 0{,}6 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot \frac{7}{15} + 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}7$$

$P(K) = P(A \cup C) = P(A) + P(C) = 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}7$ Hemos tenido en cuenta que A y C son sucesos incompatibles.

$$P(J \cap K) = P\big(D \cap (A \cup C)\big) = P(D \cap A) + P(D \cap C) = 0{,}54 + 0{,}02 = 0{,}56$$

Comprobamos si se verifica la condición de independencia: $P(J \cap K) = P(J) \cdot P(K)$

Se comprueba que no se cumple ya que: $0{,}56 \neq 0{,}7 \cdot 0{,}7$

$\boxed{\text{Los sucesos J y K } \textbf{NO son independientes.}}$